

**В.Л. Афонин, А.Ф. Крайнев, В.Е. Ковалев,
Д.М. Ляхов, В.В. Слепцов**

**ОБРАБАТЫВАЮЩЕЕ
ОБОРУДОВАНИЕ
НОВОГО
ПОКОЛЕНИЯ**

**Концепция
проектирования**

*Под редакцией д-ра техн. наук
В.Л. Афонина*



МОСКВА «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 2001

УДК 621.9.06

ББК 34.42

О23

Внимание!

К книге прилагается компакт-диск с программами анимации движений простейших механизмов параллельной структуры

О23 Обрабатывающее оборудование нового поколения. Концепция проектирования / В.Л. Афонин, А.Ф. Крайнев, В.Е. Ковалев и др.; Под ред. В.Л. Афонина. М.: Машиностроение, 2001.-256 с., ил.

ISBN 5-217-03093-3

Посвящена проектированию нового поколения обрабатывающего оборудования, построенного на многоподвижных и многопоточных стержневых механизмах. Приведены классификация, структура, кинематика и динамика многопоточных механизмов, принципы выбора и расчета современных приводов, основы проектирования систем контроля и управления облегченного механообрабатывающего оборудования нового поколения с элементами искусственного интеллекта.

Предназначена для широкого круга инженеров, занимающихся проектированием обрабатывающего оборудования, рекомендована студентам и аспирантам в качестве дополнительной литературы по специальностям мехатроника, робототехника и робототехнические системы, станки и инструменты.

УДК 621.9.06

ББК 34.42

© В.Л. Афонин, А.Ф. Крайнев, В.Е. Ковалев и др.
2001 г.

© ФГУП «Издательство «Машиностроение»,
2001 г.

ISBN 5-217-03093-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	5
Глава 1. Конструирование многоподвижных и многопоточных механизмов механообрабатывающего оборудования (А.Ф. Крайнев).....	11
1.1. Элементы соединений и самоустанавливаемость звеньев.....	11
1.2. Классификация кинематических пар и примеры эквивалентных им соединений.....	14
1.3. Приводные (одноподвижные) пары и соединения.....	29
1.4. Приводные двухподвижные соединения (параллельной структуры).....	34
1.5. Приводные трех- и четырехподвижные соединения (параллельной структуры).....	42
1.6. Приводные шестиподвижные соединения (параллельной структуры).....	53
1.7. Многоподвижные механизмы (системы) относительного манипулирования.....	65
1.8. Конструирование механизмов с учетом силового взаимодействия звеньев.....	72
Глава 2. Кинематика многоподвижных и многопоточных механизмов (В.Л. Афонин).....	79
2.1. Решение прямой и обратной задач кинематики.....	79
2.2. Метод простой итерации решения обратной задачи кинематики механизмов относительного манипулирования.....	97
2.3. Решение задачи о скоростях.....	102
2.4. Метод сопровождающего трехгранника для описания обрабатываемой поверхности.....	106
2.5. Планирование траекторий взаимного перемещения инструмента и детали.....	113
2.6. Решение задачи управления исполнительными приводами при обработке сложных поверхностей.....	118
2.7. Формирование обкатывающего движения в механизмах относительного манипулирования.....	125
Глава 3. Динамика многоподвижных и многопоточных механизмов (В.Е. Ковалев).....	138
3.1. Построение и расчет динамических моделей стержневых механизмов с замкнутой кинематической схемой.....	139
3.2. Построение динамической модели стержневых механизмов с разомкнутой кинематической схемой.....	156
3.3. Пример решения обратной динамической задачи для робота-станка.....	167

Глава 4. Приводы стержневых технологических машин	
(<i>В.В. Слепцов</i>).....	175
4.1. Общие положения.....	175
4.2. Перспективные двигатели стержневых технологических машин.....	177
4.3. Преобразователи движения в стержневых технологических машинах.....	179
4.4. Выбор электродвигателя и передаточного отношения преобразователя движения.....	181
4.5. Расчет усилителей-преобразователей электропривода.....	183
4.6. Датчики параметров электроприводов.....	185
4.7. Регуляторы параметров электроприводов.....	187
4.8. Учет влияния упругих механических передач.....	188
Глава 5. Системы управления механообрабатывающим оборудованием с элементами искусственного интеллекта (<i>В.Л. Афонин, Д.М. Ляхов</i>).....	192
5.1. Средства контроля геометрических параметров поверхностей сложной формы.....	192
5.2. Физические и математические основы оптических систем контроля.....	194
5.3. Контроль изделий сложной формы в составе технологических систем.....	204
5.4. Элементы искусственного интеллекта в технологических машинах.....	207
Приложение.....	222
Список литературы.....	248

ПРЕДИСЛОВИЕ

Прежде чем сформулировать основные концепции проектирования нового поколения обрабатывающего оборудования представим несколько постулатов, на которых базируются авторы при изложении материала, а также при подходе к проектированию.

Любое новое не следует строить на руинах старого.

Ничего нельзя разрушать, необходимо только совершенствовать.

Качественный скачок должен созреть и логически вытекать из всего созданного ранее.

Если проследить историю развития станкостроения, то можно убедиться в том, что время от времени формировались новые частные решения элементов приводов, перемещающих и преобразующих устройств, исполнительных (рабочих) звеньев, измерительных систем и систем управления, и затем выполнялось изменение системы в целом. Если какая-либо из составляющих частей по совершенству уходит вперед, необходимо «подтягивать» другие части – приводить их в соответствие с первыми.

В целом ряде свойств искусственные системы превзошли многие объекты естественного мира. Современные компьютеры превосходят человека по быстродействию, объемам и точности вычислений. Современное состояние вычислительной техники позволяет качественно перераспределить функции между элементами всей машины. Поэтому предлагаемая авторами концепция построения нового поколения обрабатывающего оборудования основывается, *во-первых* на применении многоподвижных и многопоточных стержневых механизмов, что позволяет одним и тем же механизмом выполнять транспортные операции захвата заготовки, установки готовой детали и технологические операции обработки. *Во-вторых*, встроенные высокомоментные приводы и быстродействующая вычислительная техника позволяют не только управлять технологическими перемещениями механизма, но и компенсировать его «недостатки» – упругие перемещения под действием сил резания, обеспечивать устойчивую работу технологической машины при неустойчивом положении механизма и другие. Встроенные системы контроля позволяют создавать технологические системы с элементами искусственного интеллекта, а это дает возможность автоматизировать такие технологические операции, которые в настоящее время выполняются только человеком – это обработка и изготовление художественных изделий, финишная обработка турбинных лопаток, граверные работы и др.

Созданные еще в XVIII веке первые станки с механическим суппортом во многом сохранили основные механизмы и до настоящего времени. Поэтому, если спросить любого студента или инженера, как

проще получить прямолинейно-поступательное перемещение механизма, то ответ будет однозначен – с помощью прямолинейной поступательной пары. Однозначный ответ будет и на вопрос, как обработать круговое цилиндрическое тело – сочетанием поступательного и вращательного движений инструмента и детали.

Действительно данные исходные положения были положены в основу большинства технологических машин (это, например, станки А.К. Нартова или способ обработки цилиндра для двигателя Ньюкомена). Кстати отклонения от круглости и от параллельности при обработке цилиндра в начале XVIII века были весьма значительны и составляли несколько миллиметров при диаметре до 1 м. Последующие годы были направлены на повышение точности обработки, в основном, за счет увеличения жесткости системы. Сравнительно недавно начался этап по компенсации погрешностей поступательных и вращательных пар измерительными и вычислительными средствами.

Напрашивается логичное решение – создавать прямолинейные и другие сложные движения механизмами, построенными на вращательных парах. Это возможно только в совокупности с управляющей системой, формирующей любой закон движения. Подобные системы применяются в робототехнических системах. Но в станочном оборудовании это не нашло широкого применения.

Подчеркнем, что авторы не претендуют на всеобъемлемость данного предложения. По существу лишь констатируется соответствующая ступень совершенства обрабатывающего оборудования. Более того, на данном этапе мы еще не знаем чем заменить длинномерные прямолинейные направляющие.

Все это обосновывает только одно положение новой концепции: использование направляющих механизмов с вращательными парами вместо направляющих звеньев и поступательных пар.

Следующее положение – это многопоточность или параллельность передачи энергии и, в частности, использование механизмов параллельной структуры. Сколько бы не говорилось об утрате значения жесткости при наличии измерительных и управляющих систем, все же пока достаточно сложно компенсировать деформации гибкой системы типа руки робота на основе незамкнутой кинематической цепи. Создание механизмов на основе замкнутых кинематических цепей позволяет перераспределять нагрузку на звенья. По такому принципу построена, в частности, шестиподвижная платформа Стюарта.

В данной монографии мы покажем, как можно построить многообразие двух-, трех-... шестиподвижных механизмов с аналогичными свойствами с использованием поступательных и вращательных пар, а также только вращательных пар.

Еще один принцип, заложенный в предлагаемую авторами концепцию создания нового поколения обрабатывающего обору-

дования – это четкое разделение функций между отдельными механизмами и/или системами. На примере механизма относительного манипулирования показывается каким образом можно приводить в сложное движение заготовку и инструмент, с тем чтобы получать заданный закон перемещения инструмента относительно заготовки. В таком варианте получается более «короткий» путь замыкания сил на основание, а отдельные механизмы проще по конструкции. Для получения сложного пространственного движения инструмента относительно заготовки, например, достаточно иметь два простейших плоских механизма с приводами, расположенными на одном основании.

Новая концепция предусматривает переход к более совершенным технологическим процессам. Появляется возможность финишной обработки сложных фасонных поверхностей (например, лопатки газотурбинных двигателей, художественные изделия) без применения ручного труда. Нарезание зубьев зубчатого колеса методами обкатки - имитации зацепления колеса и инструмента, предусматривая лишь математическую связь (вместо реальной кинематической цепи, как это выполняется в современных зубонарезных станках). Совершенно новый подход в данном случае можно предусмотреть в изготовлении крупногабаритных деталей. При наличии, например, оптической системы контроля относительного положения детали и станка возможно его базирование на самой детали и перемещение на новые обработанные этим же станком поверхности.

Представьте себе обработку зубчатого венца диаметром 20 м. В настоящее время его изготавливают из отдельных секторов, обрабатывая каждый зуб с последующим соединением секторов с помощью болтов. Новый станок сможет, позиционно перемещаясь по заготовке, обрабатывать зубья, как в частном случае с фасонной поверхностью. Он сможет также формировать опорные поверхности колеса в целом.

В общем, данная концепция предусматривает максимальную универсальность механической системы и возможность получения заданных поверхностей только за счет математического перепрограммирования. Не претендуя на всеобъемлющий охват данной проблемы, мы постарались осветить лишь отдельные возможные аспекты, связанные с проектированием обрабатывающего оборудования нового поколения [3, 4] которое характеризуется:

1. Подвижными стержневыми механизмами, приводящими к качественному изменению функциональных возможностей обрабатывающего оборудования.

2. Быстро действующими исполнительными приводами и вычислительной техникой, которые позволяют не только выполнять технологические операции, но и компенсировать «недостатки» механической части технологической машины.

3. Встроенным системами контроля, которые в совокупности с быстродействующей вычислительной техникой приводят к возможности решения интеллектуальных задач. Технологические машины с элементами искусственного интеллекта способны выполнять финишные операции при обработке сложных поверхностей и даже художественных изделий.

Первая глава посвящена вопросом описания многоподвижных и многопоточных стержневых механизмов, идеологии конструирования звеньев и кинематических пар, а также рациональному выбору кинематических соединений. Как уже отмечалось главной особенностью данных механизмов является восприятие или передача сил/энергетических потоков несколькими параллельными путями (разумеется, не в геометрическом смысле). Другие сопутствующие, но далеко не исчерпывающие характерные черты данного класса механизмов следующие:

- расположение исполнительных приводов на основании или на медленно движущихся звеньях;
- использование в основном вращательных пар (цилиндрических или сферических);
- использование звеньев в виде стержней, преимущественно работающих на растяжение/сжатие, но не на изгиб;
- кратчайшее замыкание сил на основание, малые углы давления и разделение функций между несколькими замкнутыми кинематическими цепями.

Перечисленные выше черты обуславливают получение новых качеств в целом для технологических машин. Рассматриваемые механизмы применимы не только в механообрабатывающем оборудовании. Это и оборудование для сварки, покраски, сборки и многих других операций. Однако авторы в основном сделали упор на операциях механикообработки, так как полученные результаты в этом случае могут быть распространены на самый широкий круг технологических операций.

В первую очередь новым качеством для технологических машин является то, что подвижные звенья имеют малую массу и требуют малых энергетических затрат для их перемещения. Вращательные пары проще в изготовлении (по сравнению с поступательными парами) и легче выполнить самоустанавливающимися, исключить перекосы и не желательное деформирование сопряженных поверхностей. Стержневые системы (при параллельной передаче нагрузки) могут представлять собой достаточно жесткую пространственную ферму (при заторможенных приводах).

Рациональное направление сил и разделение функций между нескользкими элементами, деталями, соединениями позволяет иметь минимальные энергетические затраты и минимальные нагрузки на звенья и приводы. Малое число соединений на пути замыкания сил приводит

к меньшим деформациям и более высокой точности воспроизводимых движений.

В механообрабатывающем оборудовании, благодаря применению стержневых механизмов, появляются новые качества. В частности, выполнение транспортных операций по установке заготовки и инструмента, контрольных и технологических операций обработки осуществляется с использованием одного и того же механизма.

При проектировании нового поколения механообрабатывающего оборудования ставится задача компенсировать вибрационные и другие процессы, обусловленные силами резания, не увеличивая мощность исполнительных приводов и не создавая жестких металлоемких механических конструкций, а используя современную вычислительную и измерительную технику. Что позволяет решать данные задачи средствами управления.

Основные функции, возлагаемые на систему управления в рассматриваемом классе технологических машин:

осуществление координированного управления исполнительными приводами, обеспечивая требуемый закон перемещения выходного звена или звеньев;

расчет дополнительных перемещений, выполняемых исполнительными приводами, для компенсации упругих деформаций;

управление скоростью и силовыми параметрами исполнительных приводов, обеспечивая режимы обработки и другие требования к технологической операции.

Для выполнения указанных функций системы управления должны обеспечивать сложные вычисления с высоким быстродействием.

Во второй главе излагается методика вычисления управляемых координат механизма, основанная на введении измеряемых промежуточных координат, которая позволила сократить время вычислений. Для описания поверхности сложной формы используется метод сопровождающего трехгранника, а все преобразования выполняются с помощью специальных матриц 4×4 Денавита-Хартенберга. Это позволило вычислять управление исполнительными приводами, начиная с описания поверхности или закона перемещения выходного звена механизма до формирования управления приводом каждого звена.

Особое место во второй главе удалено примерам вычисления управляемых координат для механизмов относительного манипулирования, построенных на вращательных парах, в частности, для специального робота – станка. Следует отметить универсальность предлагаемого класса оборудования. Поэтому рассмотрены примеры расчета управления для робота – станка при выполнении финишной обработки поверхности лопаток газовых и паровых турбин, а также поверхности зубчатых колес.

В приложении приведены основные матричные преобразования координат для рассматриваемых механизмов, а также, представлены программы анимации движения простейших механизмов параллельной структуры. Эти программы, реализованы с использованием системы Автокад и были написаны кандидатом технических наук Смоленцевым А.Н.

В третьей главе рассмотрены динамические задачи, посвященные расчету сил и моментов, действующих на исполнительные приводы. Используя разработанную методику описания динамики для разомкнутых кинематических звеньев и применив метод суперпозиции, изложена алгоритмическая и программная часть исследования динамики замкнутых кинематических схем многоподвижных и многопоточных стержневых механизмов.

Четвертая глава посвящена выбору современных высокомоментных приводов. Их особенностью является встроенность вычислительной и измерительной систем в исполнительный привод. Это позволяет применить мехатронные элементы в обрабатывающем оборудовании нового поколения. Поэтому в данной главе излагается расчет приводов в агрегатно-модульном исполнении.

Важной частью современного технологического оборудования для механической обработки являются встроенные системы оперативного контроля геометрических параметров поверхностей изделий. В технологических машинах, построенных на подвижных стержневых механизмах, нужно измерять геометрию поверхности обработки, чтобы оперативно управлять исполнительными приводами.

В пятой главе излагается методика проектирования дистанционных систем интегрального контроля сложных поверхностей. Особенностью данных измерительных систем является применение средств оптического измерения расстояний. Благодаря сложным математическим и программным средствам, реализуемым на современной вычислительной технике, удается получать информацию о макро- и микрогеометрии поверхности (геометрических размерах и шероховатости поверхности) и на основе данной информации в системе управления заложить элементы искусственного интеллекта.

Разумеется, авторы не ставили задачу представить весь спектр средств контроля выходных характеристик изделий. На примере технологического оборудования для механической обработки мы попытались изложить в комплексе круг вопросов, решение которых необходимо при создании обрабатывающего оборудования нового поколения.

Глава 1

КОНСТРУИРОВАНИЕ МНОГОПОДВИЖНЫХ И МНОГОПОТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ МЕХАНООБРАБАТЫВАЮЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ

1.1. Элементы соединений и самоуправляемость звеньев

Чтобы удобнее было конструировать и особенно, осуществлять математическое описание кинематических и динамических процессов механизмы представляют в виде упрощенных образов или моделей. Их еще называют **структурными, кинематическими, динамическими схемами**.

Первичными структурными единицами кинематических схем являются звенья – обычно твердые тела и их соединения – **кинематические пары**.

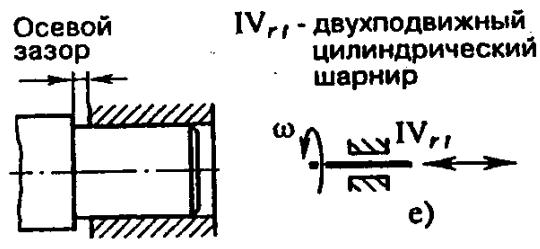
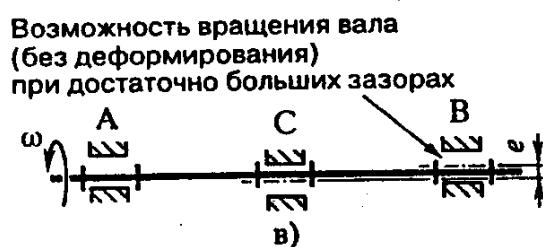
Чем проще представляют кинематические пары по сравнению с их конструктивными исполнениями, тем легче исследовать механизм, но тем дальше уходят от действительности, от реального взаимодействия звеньев. При этом нужно понимать, что изображение и класс кинематической пары – это условные и неоднозначные категории. Нужно очень хорошо знать конструкцию соединения, чтобы правильно представить ее в виде кинематической пары. Но даже при таком условии можно, в принципе, не допуская ошибок, представить одну и ту же конструкцию в виде пары одного или другого класса. Все зависит от тех допущений, которые Вы считаете приемлемыми для конкретных целей. В конечном итоге все равно необходимо имеющимися средствами представить и проследить весь процесс взаимодействия звеньев с учетом погрешностей изготовления, деформаций, сил трения, вибраций и т.п.

Дальнейшие рассуждения исходят из предположения знакомства читателя с классическим курсом теории механизмов и машин. Тем не менее, напомним, что класс кинематической пары определяют по количеству связей, ограничивающих возможные относительные движения двух соединенных между собой звеньев. На определенных этапах конструирования звенья принимают абсолютно жесткими, не учитывают зазоры и трение, а также магнитное поле и другие факторы взаимодействия тел. По существу кинематическая пара в такой трактовке представляет собой весьма отдаленную модель подвижного конструктивного соединения.

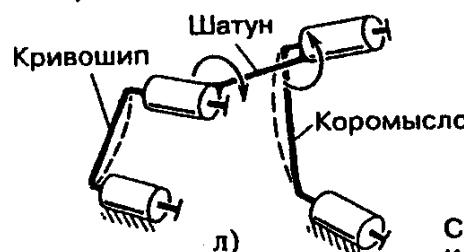
Совокупность нескольких кинематических пар может образовывать подвижное или неподвижное соединение. В первом случае такую совокупность называют геометрически изменяемой системой, **кинематическим соединением** (кинематической цепью или в частном случае **механизмом**), во втором случае – геометрически неизменяемая система.

В кинематическом соединении проявляется характер отдельных связей каждой из входящих в него кинематических пар. Покажем на отдельных примерах (рис. 1.1), как ведут себя такие соединения и что такое избыточные связи и «лишние» степени свободы.

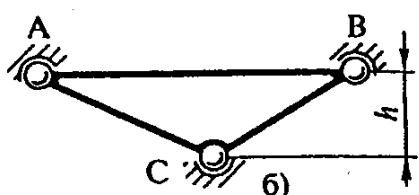
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВЯЗИ, ИЗБЫТОЧНЫЕ СВЯЗИ И "ЛИШНИЕ" СТЕПЕНИ СВОБОДЫ



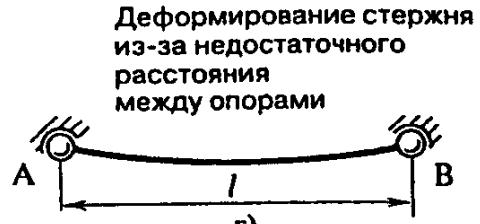
Деформирование звеньев при сборке кривошипно-коромыслового механизма (из-за отклонений от параллельности сопрягаемых поверхностей шарниров)



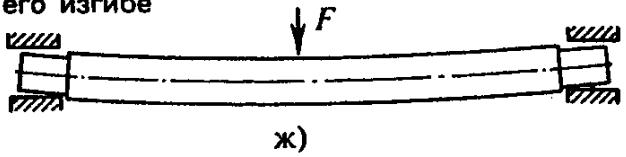
Невозможность вращения звена вокруг оси АВ при достаточно большой величине h



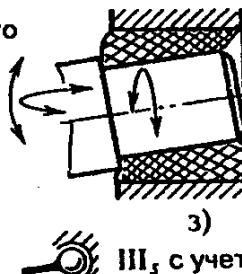
A, C, B - опоры вала/балки или рамы/фермы
e - отклонение от соосности



Перекос осей вала в опорах при его изгибе

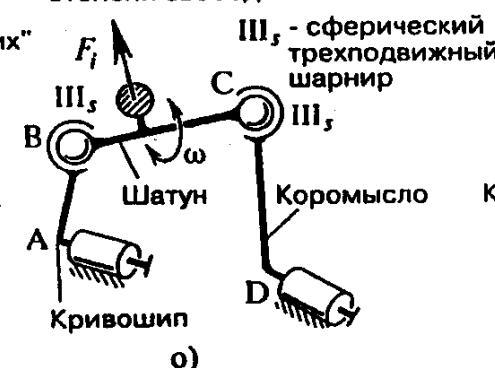


Деформирование эластичной втулки



III_s , с учетом только угловых перемещений (без учета возможных поперечных и осевых перемещений)

Самоустановка шатуна и дополнительное нагружение при "лишней" степени свободы



Самоустановка звеньев при использовании "коротких" шарниров с зазорами



Деформирование общего звена в многопоточном механизме

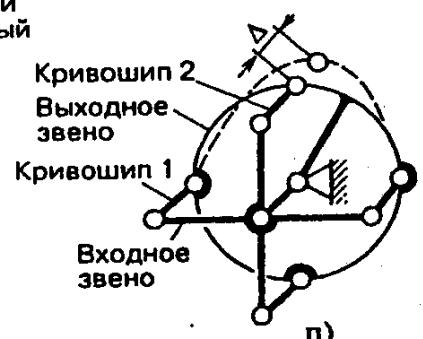


Рис. 1.1

Для начала сравните две схемы *a* и *b* на рис. 1.1. В обеих схемах тело соединено тремя кинематическими парами А, В и С с основанием [стойкой]. В первой схеме эксцентризитет *e* обусловлен погрешностями изготовления, а во второй - величина *h* выбрана из условия неподвижного соединения. В первом случае многоопорный вал может вращаться, например, при его деформировании или при наличии достаточно больших зазоров (см. рис. 1.1, *c*). Здесь имеются избыточные связи (по крайней мере, в радиальном направлении). Во втором случае связи, ограничивающие поворот тела вокруг оси АВ - функциональные (необходимые для решения функциональной задачи).

В обеих схемах присутствуют связи, накладываемые из-за погрешностей расположения опор и длины звена АВ (или АС, или СВ). Это обстоятельство иллюстрирует, в частности, схема на рис. 1.1, *г*.

Радиальный зазор в подшипниках на рис. 1.1, *ж*, хотя и устраняет отдельные избыточные связи, но приводит к перекосу звеньев и к неблагоприятному кромочному контакту. В схеме на рис. 1.1, *д*, осевой зазор служит компенсатором погрешностей изготовления в осевом направлении и /или теплового расширения. Пара с таким зазором может быть представлена, как двухподвижная IV_н (рис. 1.1, *е*). (Обозначения пар будут даны ниже при описании рис. 2...7).

На рис. 1.1, *з* показано, что подшипник с эластичной втулкой при небольших перекосах может быть эквивалентен кинематической паре III_н - трехподвижной сферической (рис. 1.1, *и*), а с учетом допустимого осевого перемещения - паре II_н - четырехподвижной сферической.

На рис. 1.1, *к* изображена поступательная пара, которая практически не существует (звенья неподвижно соединены между собой из-за самоторможения) при действии силы *F* в направлении, показанном на схеме. Если силу направить вдоль направляющей, то движение возможно.

Таким образом, класс кинематической пары определяет и податливость взаимодействующих тел, и трение.

Далее рассмотрим поведение механизмов при наличии избыточных связей. Перекос осей шарниров; неизбежный при изготовлении, в кривошипно-коромысловом механизме (рис. 1.1, *л*) приведет к изгибу коромыслу и кривошипа и закручиванию шатуна, причем без деформирования и/или наличия зазоров невозможно собрать механизм. В схеме на рис. 1.1, *м* изгиб и закручивание звеньев исключены благодаря использованию «коротких» шарниров с зазорами (рис. 1.1, *н*). Для анализа такие шарниры могут считаться сферическими трех- или даже четырехподвижными парами, но при этом неблагоприятный кромочный контакт может свести на нет преимущества исключения избыточных связей.

Использование в данной схеме двух полноценных сферических шарниров приведет не только к устраниению избыточных связей (см.

рис. 1.1, о), но добавит к общей подвижности еще одну степень свободы - возможность вращения шатуна вокруг оси ВС.

Данная степень свободы «лишняя» – она не влияет на выполнение функций механизма – осуществления передачи и преобразования движения. Но она позволяет повысить КПД, так как звено АВ будет самоустанавливаться из условия наименьших потерь на трение. В то же время, если шатун имеет неуравновешенную массу, самоустановка может привести к дополнительному нагружению силой F_r .

Как следует из приведенных примеров, исключение избыточных связей – тонкий процесс и требует всестороннего анализа, особенно, если это касается многопоточных систем. На рис. 1.1, п механизм параллельных кривошипов имеет два синхронно вращающихся звена (входное звено и выходное звено), соединенных несколькими параллельными звеньями (кривошипы I, 2 и т.д.). Неточное изготовление хотя бы одного из параллельных звеньев на величину Δ приведет к дополнительному деформированию звеньев, неблагоприятному перераспределению нагрузки, дополнительному трению и изнашиванию. Исключение трех из пяти кривошипов, казалось бы, не нарушит закономерности движения, но приведет к ухудшению качеств, обусловленных моногопоточностью передачи энергии (с чем нам еще предстоит в будущем подробно познакомиться). В данном примере много избыточных связей – дублирующих ограничений одного и того же возможного движения.

Число избыточных связей определяется по формуле:

$$q = w - bn + 5p_V + 4p_{IV} + 3p_{III} + 2p_{II} + p_I,$$

где w – число степеней свободы механизма или фермы; n – число подвижных звеньев; $p_V, p_{IV}, p_{III}, p_{II}, p_I$ – число кинематических пар соответственно V, IV, III, II, I классов (число соответственно одно-, двух-, трех-, четырех и пятиподвижных пар).

Трудности заключаются не в том, как подсчитать число избыточных связей, а в том, как определить класс каждой из пар и какие из пар заменить на другие.

1.2. Классификация кинематических пар и примеры эквивалентных им соединений

Классификация элементных составляющих механизмов с учетом геометрии (точности исполнения, величин регламентированных зазоров и видов регулировок) и характеристик взаимодействия звеньев (трения, сил инерции и деформирования) – основа для составления или выбора схем и конструктивных решений. Отдельные фрагменты классификации представлены на рис. 1.2 ... 1.7. В них приведены обозначения

ния и примеры конструктивных исполнений кинематических пар и кинематических соединений, используемых в основном в технологических машинах.

Кроме класса кинематической пары, соответствующего числу связей (ограничений возможных движений), в обозначении приведены сведения о характере допустимых движений: r – вращательное, t – поступательное, s – сферическое, h – винтовое.

В скобках дан класс кинематической пары при отсутствии приведенных для нее допущений. Принято обозначение w – число, характеризующее подвижность – число степеней свободы. В целом кинематические пары или эквивалентные им соединения обозначены:

V_r – одноподвижная вращательная пара;

V_h – одноподвижная винтовая пара;

V_n – одноподвижная пара с зависимыми движениями (вращательным и поступательным);

IV_{nr} – двухподвижная вращательно-поступательная пара;

IV_s – двухподвижная сферическая пара;

III_s – трехподвижная сферическая пара;

III_{nr} – трехподвижная вращательно-поступательная пара;

III_t – трехподвижная поступательная пара;

II и I – четырех и пятиподвижные пары – все вращательно-поступательные.

Если в обозначении индекс приведен из двух букв, то либо они равнозначны, либо на первом месте характеристика преимущественной возможности движения (например, полноповоротное движение), а на втором – ограниченное некоторыми пределами (зазорами, упругим или пластическим сопротивлением, трением).

Несмотря на кажущуюся однозначность кинематической пары, в ряде случаев определение ее класса носит субъективный характер. Но этого не стоит бояться, так как задача учета реальных условий взаимодействия звеньев на самом начальном этапе (составления схемы) не может быть решена каким-либо иным способом. Общие правила таковы:

1. Если зазор обеспечит возможность движения, чтобы компенсировать погрешности изготовления и /или деформации, то подвижность в пределах зазора следует приписывать к основной [функциональной] подвижности.

2. Если упругое сопротивление в данном направлении не велико по сравнению с движущей силой и значительно меньше упругого сопротивления в других направлениях, подвижность может быть увеличена на единицу (в данном направлении).

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ОДНОПОДВИЖНЫЕ (ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ V КЛАССА) ПАРЫ И ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ СОЕДИНЕНИЯ

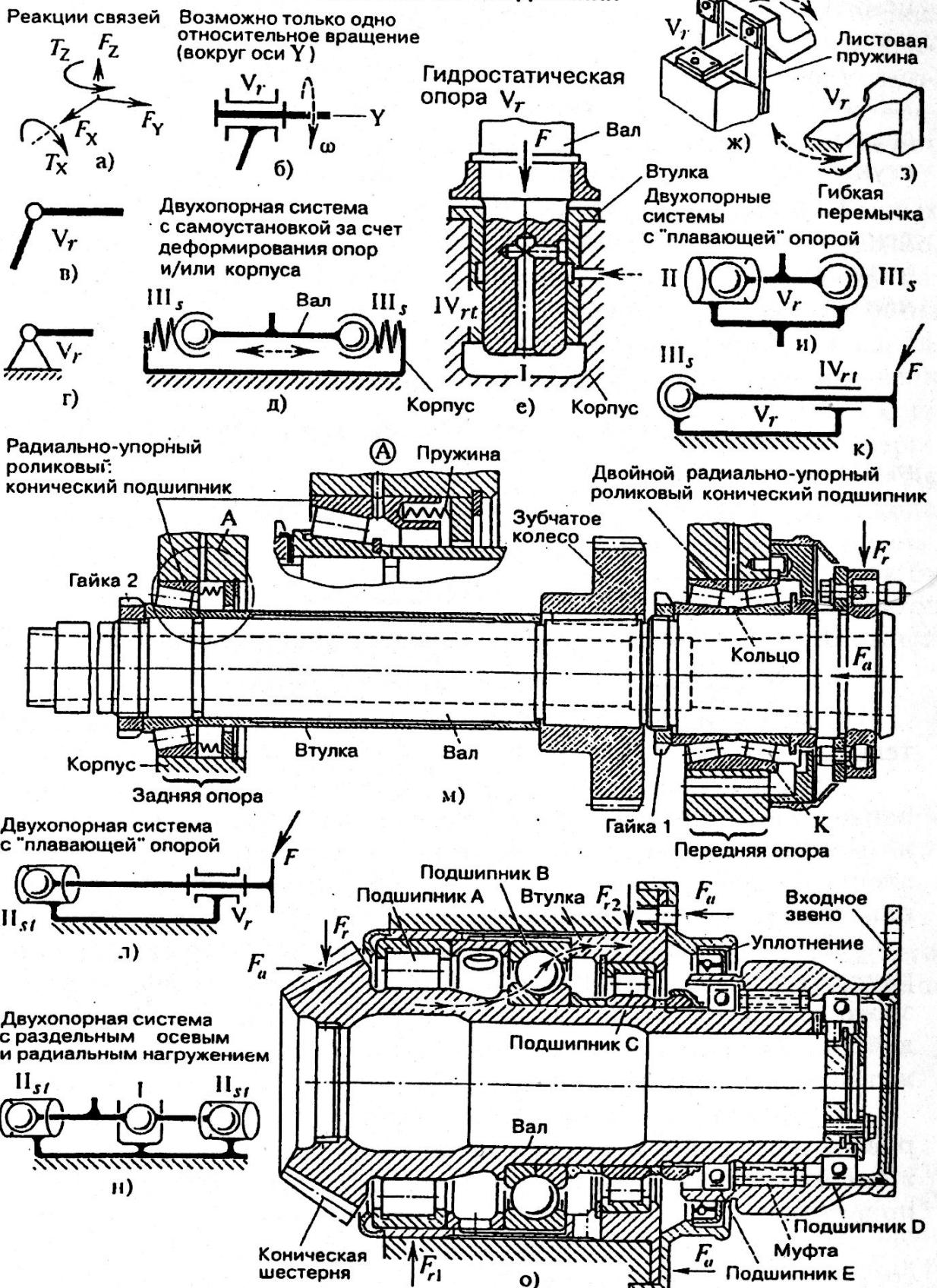


Рис. 1.2

3. Если сопротивление сил трения в направлении возможного движения превышает предусмотренную движущую силу (особенно при самоторможении), то такое ограничение следует считать эквивалентным твердому упору.

Искусство конструктора заключается как раз не только в том, чтобы выбрать необходимый класс кинематической пары, но и в назначении рационального соотношение зазоров и/или жесткостей в направлениях возможного и невозможного движений.

Завышать величины зазоров нельзя, так как это приведет к ударам, снижению точности функционирования и/или к точечному кромочному контакту (например, вместо требуемого поверхностного).

Занижать жесткость также нельзя, так как сложно уменьшить жесткость ориентируясь только на одно направление, а, кроме того, это может привести к снижению нагрузочной способности и других показателей.

Приведенные на рис. 1.2... 1.7 кинематические пары и соединения способны выполнять только задачу передачи или восприятия (если одно из звеньев неподвижно) сил в определенных направлениях (в зависимости от подвижности кинематической пары).

Свойства каждой из приведенных пар и частные свойства каждого из ее конструктивных исполнений позволяют сориентироваться при оценке того или иного решения. В рамках данной монографии о них будет представлена достаточно подробная информация.

Одноподвижные вращательные пары наиболее распространены в технике. По существу – это все подшипники, в которых отсутствует только одна связь – ограничение вращения вокруг одной из осей. На рис. 1.2, *a* показаны реакции связей – силы F_X, F_Y, F_Z и моменты T_X и T_Z . Отсутствует только один момент (без учета момента трения) и при этом обеспечивается возможность вращения вокруг оси Y (рис. 1.2, *b*). На рис. 1.2, *c* дано изображение кинематической пары для «плоского» механизма, а на рис. 1.2, *г* – изображение опоры, которая представляет ту же пару, но в ней одно из звеньев неподвижно или принято за неподвижное.

На рис. 1.2, *ж*, *з* – упругие шарниры, в которых жесткость в направлениях, показанных стрелками, несопоставимо мала по сравнению с жесткостями в других направлениях.

Далее на рис. 1.2, *д*, *и-м* представлены примеры соединений двух или трех (рис. 1.2, *и*, *о*) отдельных кинематических пар, которые по общему характеру связей могут быть отнесены к одной вращательной паре V, класса.

В схеме на рис. 1.2, *д* – два сферических подшипника III, установлены в корпусе так, что осевые деформации вала (например, при нагре-

ве или нагружении) могут компенсироваться только за счет деформирования сопряженных звеньев (условно возможность деформирования обозначена в виде пружин). Если суммировать реакции связей в таком соединении, то их получается шесть, т.е. формально движение невозможно, но при этом следует учесть, что реакции вдоль оси вала дублируют друг друга и вращение вала допустимо.

На рис. 1.2, *e* подшипник IV_r допускает вертикальные перемещения вала (в небольших пределах). Но эти перемещения ограничены гидростатическим под пятником I с автоматически регулируемым давлением, противодействующим силе F .

В схеме на рис. 1.2, *i* по сравнению со схемой на рис. 1.2, *d* одна из опор [пар] четырехподвижная (П класса). Она позволяет свободно деформироваться звеньям в осевом направлении.

В схеме на рис. 1.2, *k* по сравнению со схемой на рис. 1.2, *d* одна из опор [пар] IV_r – двухподвижная (см. рис. 1.3). Хотя здесь формальное суммирование числа связей равно семи, но возможно вращение и осевая самоустановка при изменении длины вала. В данной схеме дублируются (параллельные) связи, ограничивающие поперечные перемещения вала. Эту схему выбирают, чтобы обеспечить высокую жесткость при действии внешней силы F – вал не может свободно поворачиваться в плоскости схемы в опоре IV_r при его изгибе. На рис. 1.2, *l* теми же свойствами обладает сочетание пар II_{st} и V_r . В таком соединении также семь реакций связей, но оно также допускает относительное вращение звеньев (вала относительно корпуса). Данное решение позволяет воспринимать значительные консольные нагрузки F и обеспечивает высокую жесткость и хорошее центрирование благодаря близости наиболее жесткой и беззазорной опоры к нагрузке F . Чем дальше разнесены составляющие пары одна от другой, тем больший момент (силы F) может воспринимать соединение в целом.

Такие соединения (см. рис. 1.2, *k* и *l*) используют, в частности, в качестве опоры шпинделя станка (рис. 1.2, *m*). Передняя опора имеет двойной роликовый радиально-упорный конический подшипник. Его внутренние кольца закреплены на валу. Радиальные зазоры в подшипнике устраняются затяжкой гайки 1. Силы затяжки гайки, а следовательно, и натяг в подшипнике ограничены дистанционным кольцом, установленным между внутренними кольцами подшипника.

Передняя опора воспринимает в основном радиальную нагрузку F_r и полностью – осевую нагрузку F_a . Осевая нагрузка замыкается на корпус по кратчайшему пути через буртик К. Задняя опора А имеет роликовый радиально-упорный подшипник. Внутреннее кольцо подшипника поджато гайкой 2 в осевом направлении через втулку к ступице зубчатого колеса, закрепленного на валу. Начальный предвари-

тельный натяг в подшипнике создается за счет сжатия пружин. Они обеспечивают незначительное изменение натяга из-за погрешностей установки подшипника и осевых (тепловых) деформаций вала. Подшипник нагружен только радиальной силой, которая обуславливает появление в подшипнике осевой составляющей реакции и дополнительное нагружение вала и подшипника.

Опора А только из-за незначительных возможных перекосов вала и малых осевых перемещений в данном примере может быть отнесена к классу II_{st} (рис. 1.2, л), хотя для других условий ее следует считать одно- или двухподвижной (с учетом перемещения в пределах деформации поджимающей пружины).

Еще один вариант соединения трех пар, функционально эквивалентного одноподвижной вращательной паре представлен на рис. 1.2, н. Здесь пары II_{st} воспринимают поперечные силы и моменты, а пара I воспринимает только осевую силу. В этом решении использован прием выбора рационального раздельного выполнения функций составляющими парами. Суть приема заключается в том, что конструктивное решение для частной функции всегда более эффективно, чем универсальное решение для общей функции. Совместное применение пар по типу схемы на рис. 1.2, н дает общий эффект (не суммарный). Например, ни одна из составляющих пар не может воспринимать момент сил, а общая система способна обеспечить восприятие значительных моментов при расположении пар II_{st} на большом расстоянии одна от другой.

На рис. 1.2, о дано конструктивное исполнение опоры пустотелого вала, выполненного как единое целое с конической шестерней. Радиальные реакции F_{r1} и F_{r2} [возникшие от действия радиальной F_r и окружной (перпендикулярной плоскости рисунка – на схеме не показана) составляющих силы в зацеплении] воспринимаются роликовыми подшипниками А и С. Одна из дорожек качения подшипника А выполнена непосредственно на валу. Осевая составляющая силы в зацеплении F_a передается через шариковый подшипник В с четырехточечным контактом и втулку на корпус редуктора.

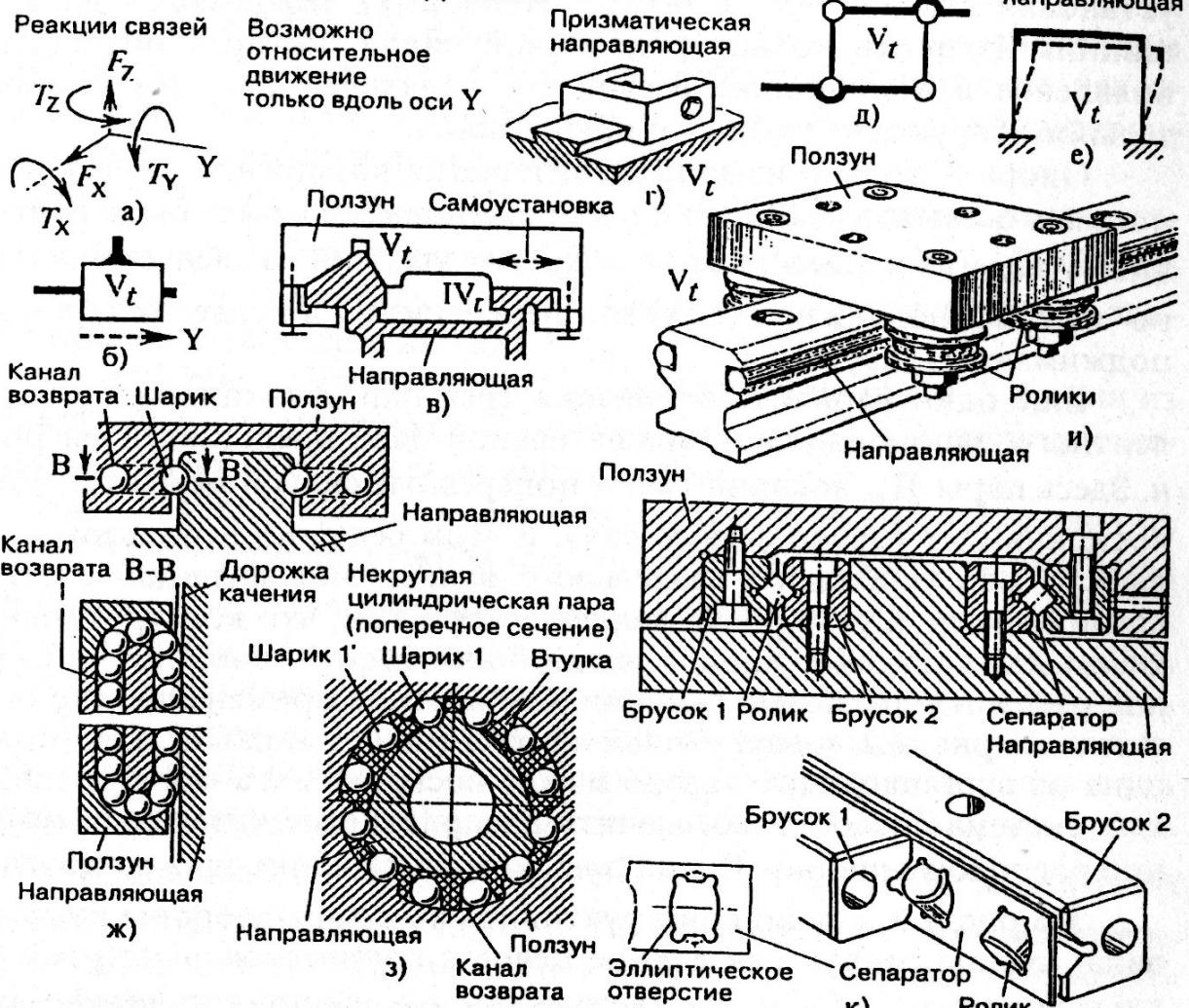
Вал соединен муфтой с входным звеном, которое центрируется относительно вала с помощью шариковых подшипников Е и D. Элементы опоры и муфты защищены от внешней среды уплотнением.

В данной схеме подшипники А и С условно могут быть отнесены к парам II_{st} , так как они допускают незначительные перекосы осей. Представление этого решения в виде статически определимой схемы рис. 1.2, н позволяет лишь в первом приближении определить силы, воспринимаемые подшипниками, а также приближенно рассчитать вал на прочность. Данная схема обеспечивает хорошее центрирование и применима только при высокой точности.

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ОДНОПОДВИЖНЫЕ ПАРЫ (V КЛАССА)

И ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ СОЕДИНЕНИЯ

ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ ПАРЫ И СОЕДИНЕНИЯ



ВРАЩАТЕЛЬНО-ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ ПАРЫ (С ЗАВИСИМЫМИ ДВИЖЕНИЯМИ) И СОЕДИНЕНИЯ

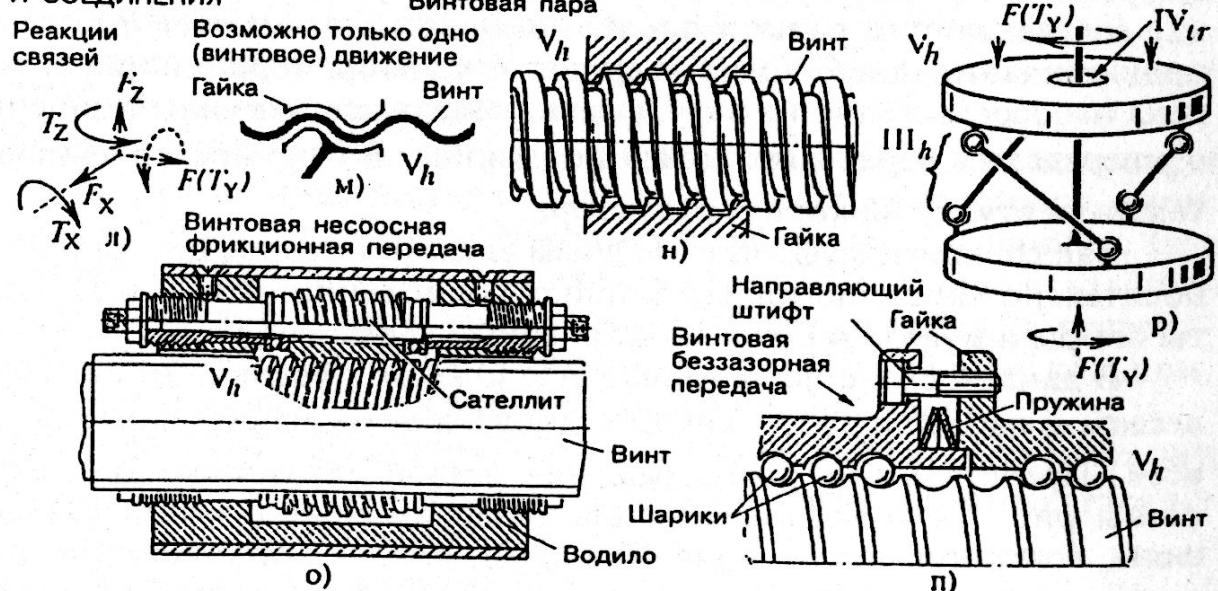


Рис. 1.3

Следующей по распространению считается одноподвижная поступательная пара (рис. 1.3). На рис. 1.3, а в системе реакций связей отсутствует только одна сила – вдоль оси Y, т. е. вдоль направляющей детали с наибольшей протяженностью. Деталь наименьшей длины называют ползуном. На рис. 1.3, б простейшее изображение такой пары. На рис. 1.3, г поперечный профиль сечения деталей в месте сопряжения выполнен в виде «ласточкина хвоста».

На рис. 1.3, в, кинематическое соединение, представленное в виде двух пар V, и IV, допускает самоустановку сопряженных тел в попречном направлении. Расположение рабочих поверхностей на большом расстоянии одна от другой позволяет наилучшим образом воспринимать опрокидывающий момент и уменьшать перекосы звеньев при неблагоприятном нагружении.

На рис. 1.3, д – поступательное соединение, составленное только из вращательных пар, а на рис. 1.3, е – эквивалентное ему соединение, имеющее упругие элементы – листовые пружины. Оба соединения применяют при небольших перемещениях, а решение в целом позволяет иметь беззазорное сопряжение звеньев.

На рис. 1.3, ж-к представлены пары качения с промежуточными шариками или роликами. Обычно они характеризуются более низкими потерями на трение, чем пары скольжения.

На рис. 1.3, ж для тел качения между направляющей и сопряженной с ней деталью – ползуном организована замкнутая траектория перемещения. Каналы возврата тел качения в рабочее положение обычно размещены в сопряженной детали. На рис. 1.3, ж, з охватываемое и охватывающее звенья имеют продольные рабочие дорожки для шариков. В охватывающем звене размещены также каналы, по которым шарики возвращаются в рабочее положение. На рис. 1.3, з в охватываемой детали помещен вкладыш из антифрикционного материала (пластмассы), в котором и выполнены каналы для перемещения шариков I и I'. Рабочая дорожка качения шариков I выполнена на вкладыше из материала, имеющего высокую твердость поверхности.

Критерием работоспособности направляющих является износостойкость. Для направляющих большой длины дорожки качения выполняют в виде накладок прямоугольного или круглого сечения (рис. 1.3, и). Накладки выполняют из более износостойкого материала, чем тело направляющей. Ползун представляет собой каретку с четырьмя роликами /катками, прижатыми к накладкам. Каткидерживаются от осевых перемещений ребордами, проскальзывающими вдоль накладок.

Направляющие опоры выполняют также с телами качения в виде роликов. Ролики (рис. 1.3, к) взаимодействуют с ползуном и поверхностью направляющей.

Съемные элементы – бруски 1 и 2 с дорожками качения выполнены

из высококачественного материала и закреплены в ползуне и направляющей. Оси соседних роликов перекрещаются под прямым углом. Сепаратор имеет отверстия с эллиптическим контуром. В этих отверстиях размещены ролики.

Особую разновидность представляют собой **вращательно-поступательные пары с зависимыми движениями**. На рис. 1.3, л представлены реакции связей, причем одна сила и один момент показаны штриховыми линиями. Они взаимозависимы и обозначены $F(T_Y)$. По существу здесь только одна степень свободы - возможность винтового движения. На рис. 1.3, м показано условное обозначение **винтовой пары**, а конструктивное исполнение дано на рис. 1.3, н. По аналогии с направляющими качения здесь также можно использовать промежуточные тела качения – шарики (рис. 1.3, н) или ролики (крайне редко). На схеме не показаны каналы возврата шариков, – их исполняют так же, как на рис. 1.3, жс. Чтобы исключить зазоры в винтовой паре гайку выполняют из двух частей и между ними располагают пружину. Относительный поворот частей ограничен направляющим штифтом.

На рис. 1.3, о – несоосная планетарная винтовая передача, гайку которой выполняют в виде нескольких сателлитов, имеющих винтовую или кольцевую резьбу. В первом случае имеет место фрикционное взаимодействие звеньев, и в принципе такая передача может пробуксовывать, т. е. может быть эквивалентна паре IV класса.

Винтовая несоосная передача обладает высокой жесткостью и характеризуется высоким КПД.

В передачах на рис. 1.3, н, о, п могут быть совмещены функции направляющих или центрирующих пар, т. е. при параллельной установке линейной направляющей или подшипниковой опоры возникают избыточные связи. Как устранять их в конкретных приводных устройствах, будет показано ниже.

На рис. 1.3, р показано многозвенное (многопоточное) соединение, эквивалентные винтовой паре V_h . Между двумя звеньями, сопряженными парой IV_{rr} установлены наклонные стержни. Относительное движение звеньев – винтовое с нелинейной зависимостью между линейным и угловым перемещениями. Такие соединения применяют в прессах и в виброзащитных опорах.

На рис. 1.4 представлены примеры двухподвижных пар. Сферические двухподвижные пары – это в основном муфты (рис. 1.4, в, г, д, е, жс). Кроме восприятия сил во всех направлениях такие муфты служат для передачи вращающего момента T_X (см. рис. 1.4, а).

В курсе теории механизмов и машин такую пару называют «сферической с пальцем» и обозначают, как показано на рис. 1.4, б. Следует обратить внимание, что конструктивно ее почти никогда не выполняют «с пальцем» или со «штифтом».

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ДВУХПОДВИЖНЫЕ ПАРЫ (IV КЛАССА) И ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ СОЕДИНЕНИЯ

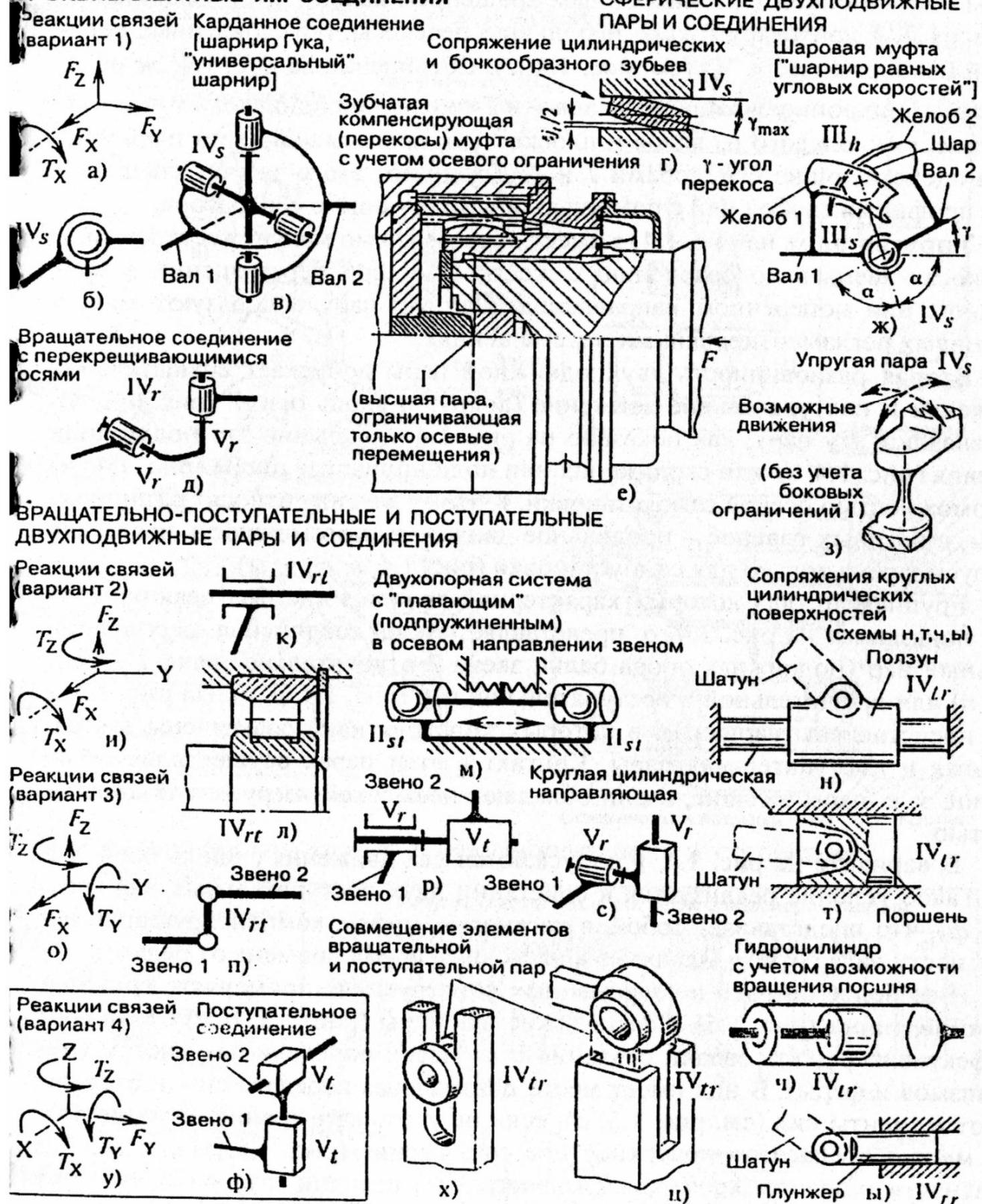


Рис. 1.4

Соединение на рис. 1.4, *в* и *д* характеризуются переменным передаточным отношением (несинхронным вращением валов *1* и *2*). Соединение на рис. 1.4, *е* допускает только небольшие перекосы, обусловленные величиной бокового зазора *j*, (см. рис. 1.4, *г*). Соединение на рис. 1.4, *ж* обеспечивает синхронное вращение валов *1* и *2* только при одинаковых углах α между осями каждого из валов и плоскостью, проходящей через шарниры, взаимодействующие с желобами *1* и *2*. Достигают этого за счет специального профиля желобов или с помощью ориентирующего сепаратора.

Упругая пара на рис. 1.4, *з* имеет несоизмеримо малую жесткость при перекосах звеньев по сравнению с жесткостью при перемещении в продольном или поперечном направлении. Данную пару используют только при малых регламентированных перемещениях.

Вторая разновидность двухподвижной пары допускает вращательное движение и поступательное движение (вокруг и вдоль оси *Y* рис. 1.4, *и*). Обозначают эту пару, как показано на рис. 1.4, *к*. Обычно это подшипник качения (рис. 1.4, *л*) или скольжения или подшипниковая опора (рис. 1.4, *м*) с возможностью осевой самоустановки. К этому же виду относят различные пары, в которых главное – продольное движение, а возможность вращения предусмотрена только для самоустановки (рис. 1.4, *н*, *т*, *ч*, *ы*).

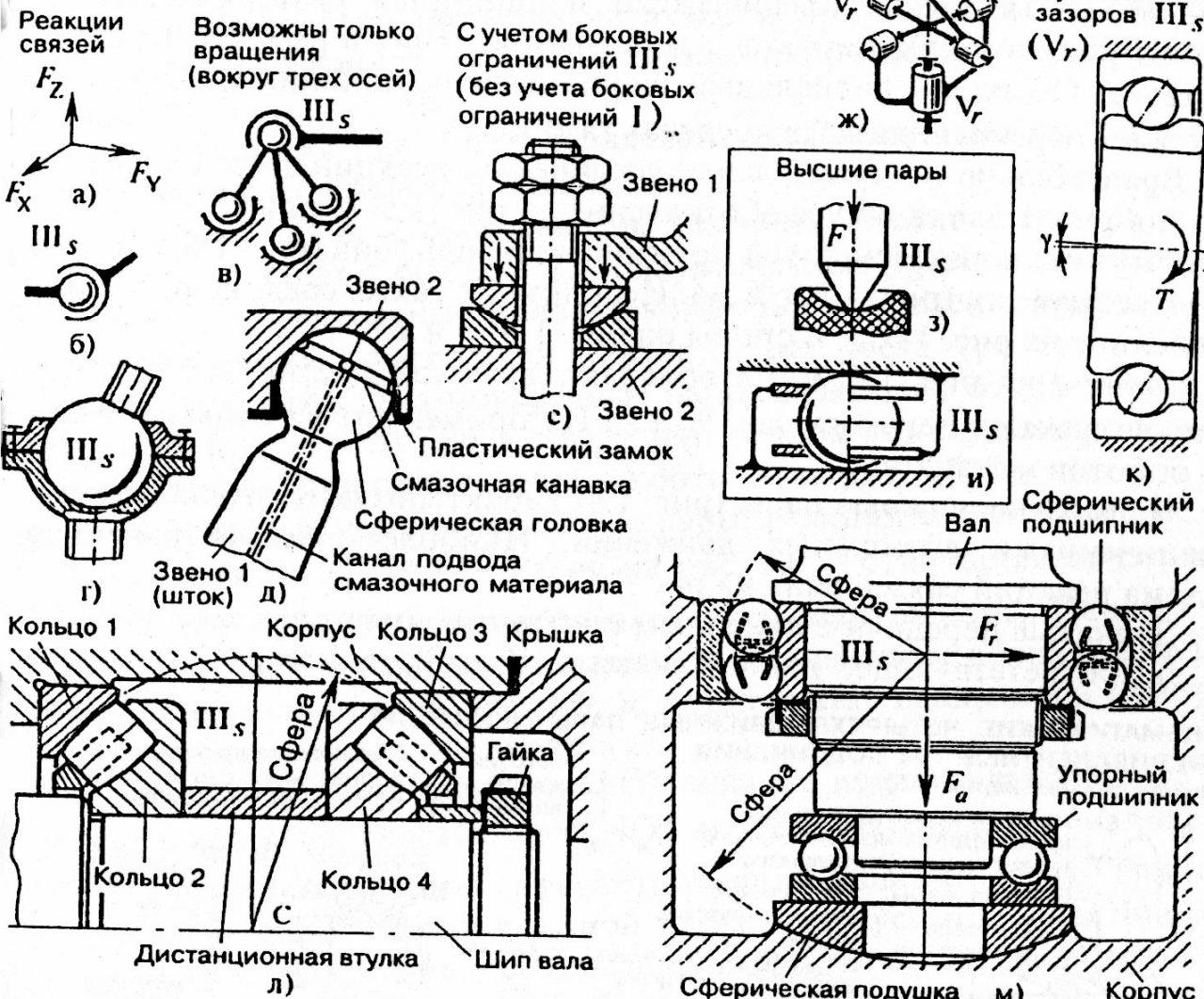
Группа пар, для которых характерной является система реакции связей, показанная на рис. 1.4, *о*, представляет собой соединения двух вращательных пар (подвижная опора балки звена 2 относительно звена 1 – рис. 1.4, *п*) или вращательной и поступательной пар (рис. 1.4, *р*, *с*). На рис. 1.4, *х* и *у* представлены варианты, в которых конструктивно совмещены вращательная и поступательная пары. Контакт в этих парах осуществляется по линии, т. е. пары высшие, и они обладают невысокой нагрузочной способностью.

В варианте на рис. 1.4, *у* допускаются два движения (вдоль осей *X* и *Z*). Такое условие реализуется в сочетании двух поступательных пар (рис. 1.4, *ф*), что представляет собой, в частности, муфту, компенсирующую несоосности вала (муфту Ольдхэма в настоящее время применяют редко).

Все более широко в современных конструкциях применяют трехподвижные пары (рис. 1.5). Сферические шарниры (рис. 1.5, *б-м*) позволяют эффективно решать задачи создания статически определимых систем (механизмов и ферм). В них имеет место центральная передача сил, и отсутствуют моменты сил (см. рис. 1.5, *а*), если не учитывать трение. В то же время можно обеспечить поверхностное сопряжение (рис. 1.5, *г*, *д* и *ж*) без опасности получить кромочный контакт. При наличии зазоров получается локализованный контакт тел с большим приведенным радиусом кривизны. Имеются разнообразные решения подшипников качения и подшипниковых опор, которые могут быть отнесены к парам III класса (рис. 1.5, *л*, *к*, *м*).

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕХПОДВИЖНЫЕ ПАРЫ (III КЛАССА) И ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ СОЕДИНЕНИЯ

ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ ТРЕХПОДВИЖНЫЕ ПАРЫ И СОЕДИНЕНИЯ



ВРАЩАТЕЛЬНО-ПОСТУПАТЕЛЬНЫЕ ТРЕХПОДВИЖНЫЕ ПАРЫ И СОЕДИНЕНИЯ

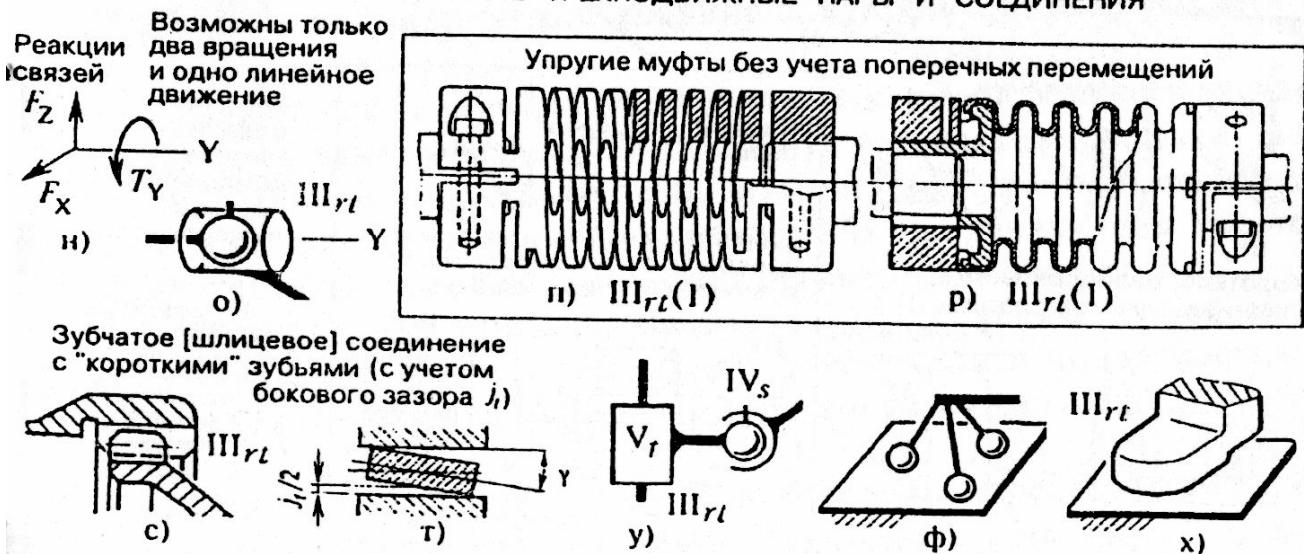


Рис. 1.5

Сферические пары на рис. 1.5, *г*, *д*, обычно допускают перекос осей 25...40°. Опоры на рис. 1.5, *л* и *м* допускают перекосы до 2...2,5°. При больших углах звенья сферического подшипника разъединяются, а контакт роликов или шариков с дорожкой качения в рабочей зоне отсутствует. Обычный радиальный шариковый подшипник (рис. 1.5, *к*) допускает перекосы $\gamma \leq 30'$ в пределах зазоров.

Вращательно-поступательные соединения, реакции связей которых даны на рис. 1.5, *и*, а общее обозначение на рис. 1.5, *о*, применяют в упругих муфтах в виде винтовой пружины или сильфона (рис. 1.5, *п* и *р*), в зубчатых муфтах (рис. 1.5, *с* и *т*). Используют также соединение, представленное на рис. 1.5, *у*, и опоры на рис. 1.5, *ф* и *х*.

Муфты на рис. 1.5, *п* и *р* обладают высокой крутильной жесткостью, допускают перекосы до 10...15°. Их применяют в точных передачах роботов и станков.

Четырехподвижные пары (рис. 1.6) характеризуются только двумя ограничениями возможных движений. Наиболее распространенная система реакций связей дана на рис. 1.6, *а*.

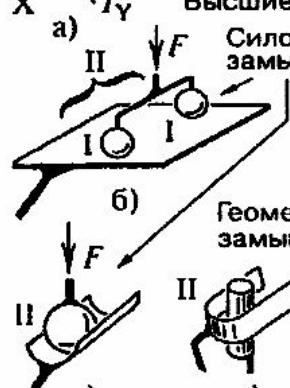
Зубчатые передачи с линейным контактом имеют зацепление (рис. 1.6, *е*), соответствующее данной системе. К этой же системе относятся

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЧЕТЫРЕХПОДВИЖНЫЕ ПАРЫ (II КЛАССА)

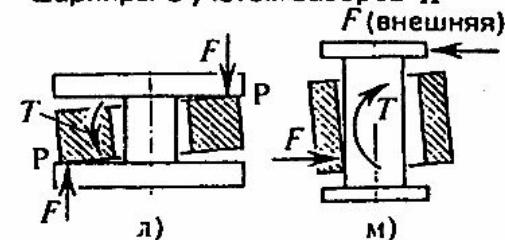
И ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ СОЕДИНЕНИЯ

Реакции связей (вариант 1)

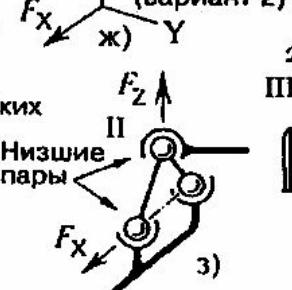
а) Возможны все движения кроме одного вращательного и одного поступательного
Высшие пары
Силовое замыкание



"Короткие" цилиндрические шарниры с учетом зазоров *II*



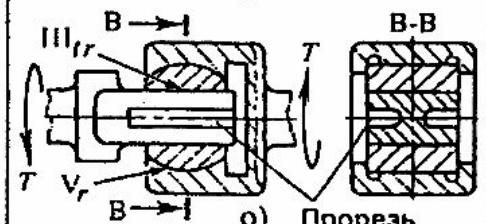
Реакции связей (вариант 2)



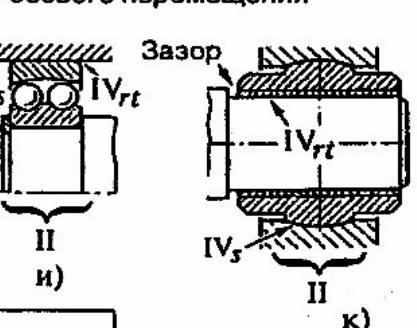
Низшие пары



Шарнирная муфта, допускающая перекосы, а также продольное и поперечное перемещения



Самоустанавливающиеся подшипники с возможностью осевого перемещения



Упругое соединение - муфта, компенсирующая перекосы и несоосности

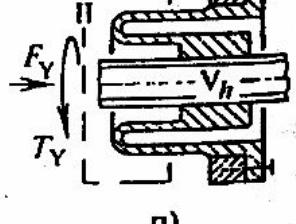


Рис. 1.6

высшие пары на рис. 1.6, б, в, л, м. Муфта на рис. 1.6, о может быть представлена в виде соединения низших кинематических пар (рис. 1.6, н), реакции связей которого также соответствуют рис. 1.6, а. Муфта способна передавать большие нагрузки и при этом компенсировать перекосы, несоосность валов (в одном направлении) и отклонения вдоль оси.

Оболочка на рис. 1.6, п характеризуется реакциями связей в виде момента и силы, имеющих общую ось.

На рис. 1.6, л, м представлены варианты перекоса звеньев в "коротких" шарнирах с зазором. При двухточечном (кромочном) контакте возможен относительный поворот в небольших пределах вокруг линии РР, проходящей через точки контакта. Без учета трения возможны также движения в двух поперечных направлениях по отношению к оси шарнира (рис. 1.6, л) или в одном поперечном и в одном продольном направлениях (при одноточечном контакте на рис. 1.6, м).

На рис. 1.6, г, д представлены пары, реакции связей которых – поперечные силы F_X и F_Z . Схема на рис. 1.6, г отличается от схемы на рис. 1.6, д только характером замыкания элементов пары. Пара на рис. 1.6, з – низшая, в ней использованы трехподвижные сферические шарниры. Подшипники на рис. 1.6, и, к допускают вращение и самоустановку вдоль оси вала при перекосах.

Пятиподвижные пары (рис. 1.7) обычно представляют в виде контакта шара с плоскостью (рис. 1.7, а). Реакция связи F_Z направлена вдоль общей нормали к контактирующим поверхностям. Типичные примеры высшей пятиподвижной пары – это установочная опора на рис. 1.7, б и зацепление с локализованным контактом (зацепление бочкообразных зубьев – рис. 1.7, в). К этой же паре может быть отнесен «короткий» цилиндрический шарнир с зазором при ряде условий и допущений (см. рис. 1.7, г).

На рис. 1.7, е представлена пара, в которой контакт звеньев не может быть самопроизвольно разомкнут при снятии нагрузки. На рис. 1.7, д дано кинематическое соединение с промежуточным шаром, удерживаемым от произвольного перемещения направляющим соединением. Это соединение не ограничивает перемещения звеньев 1 и 2.

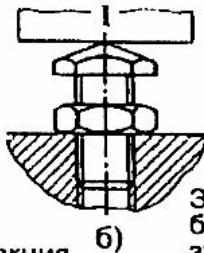
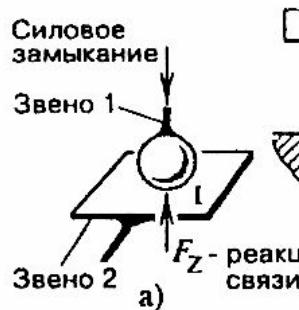
Все остальные примеры на рис. 1.7 представляют собой соединения нескольких кинематических пар в основном с поверхностным сопряжением (низшие пары) или с многоточечным контактом (под пятник на рис. 1.7, к).

Соединения на рис. 1.7, ж, з, м способны передавать силу только по линии, проходящей через центр сферического шарнира III₅, при самоустановке звеньев по всем другим направлениям.

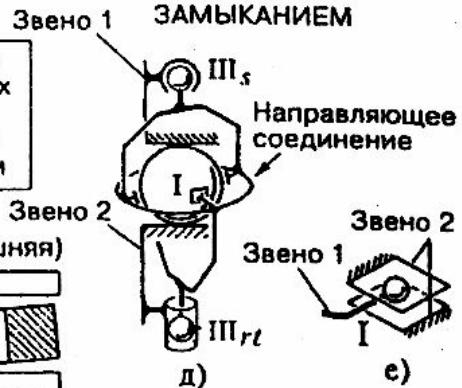
КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПЯТИПОДВИЖНЫЕ ПАРЫ (I КЛАССА)

ВЫСШИЕ ПАРЫ С СИЛОВЫМ ЗАМЫКАНИЕМ

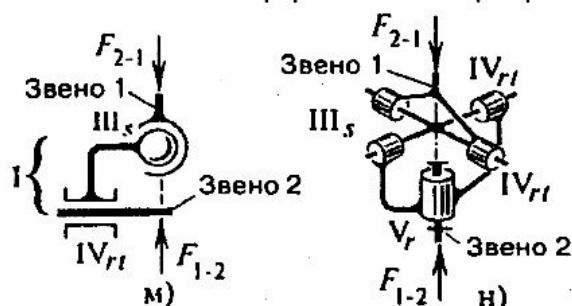
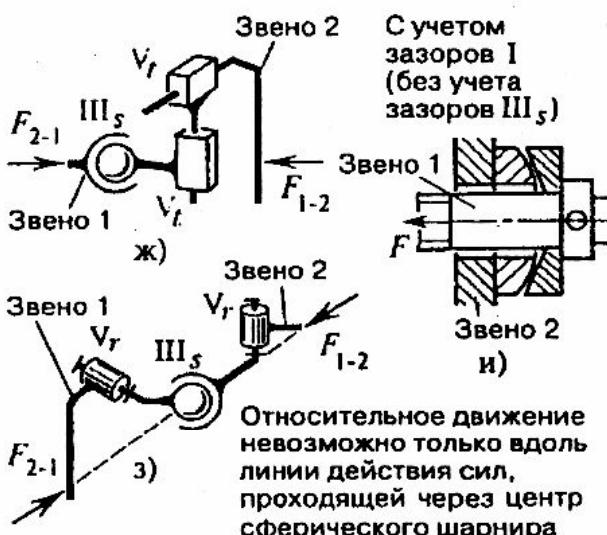
ВЫСШИЕ ПАРЫ С СИЛОВЫМ ЗАМЫКАНИЕМ



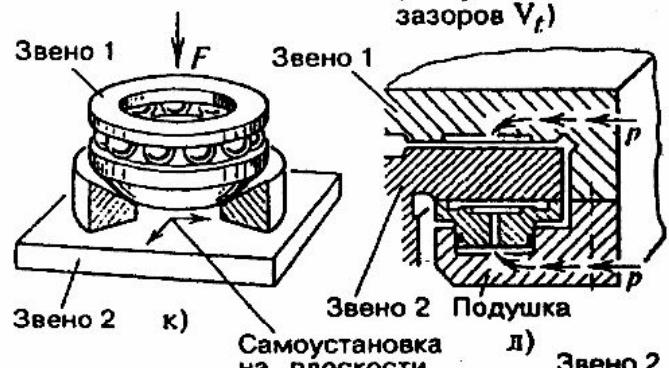
"Короткий" шарнир с учетом свободных перемещений в пределах зазоров и при одноточечном контакте



ВАРИАНТЫ СОЕДИНЕНИЯ ТРЕХ НИЗШИХ ПАР



СОЕДИНЕНИЯ ИЗ ТРЕХ И БОЛЕЕ ЗВЕНЬЕВ



СОЕДИНЕНИЕ, СОДЕРЖАЩЕЕ ПАРУ V_h, ДОПУСКАЮЩУЮ ЗАВИСИМЫЕ ДВИЖЕНИЯ

Соединение способно передавать только силу вдоль винта, зависимую от вращающего момента

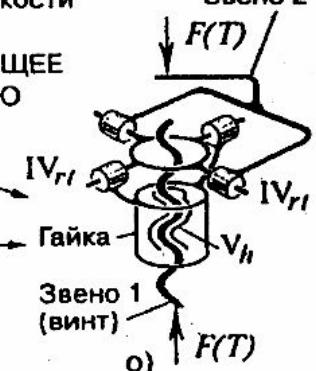


Рис. 1.7

Соединения на рис. 1.7, л, н применяют в качестве самоустанавливающихся опор, допускающих поперечные перемещения только в пределах зазоров. На рис. 1.7, л пары IV_h допускают осевые перемещения, при которых центр сферической пары III_s все время совмещается с линией действия сил.

Под пятник на рис. 1.7, к кроме компенсации перекосов способен также перемещаться в поперечных направлениях на плоскости звена 2.

Направляющая на рис. 1.7, л условно отнесена к пятиподвижной паре с учетом возможности самоустановки звена 1 относительно звена 2

2 в пределах толщины масляного слоя и боковых зазоров. Если принять во внимание, что толщина масляного слоя обычно составляет 10...50 мкм (в отдельных случаях 100 мкм), и задать размеры рабочих поверхностей, то можно представить, что допустимые угловые перемещения весьма незначительны. В то же время пренебрегать этим свойством самоустановливаемости гидростатической направляющей не следует.

Схему на рис. 1.7, о применяют в винтовых передачах для обеспечения центральной передачи сил и исключения изгиба винта.

1.3. Приводные (одноподвижные) пары и соединения

Приводные пары по сравнению с кинематическими парами способны не только воспринимать или передавать силы (в направлении линий действия связей), но и воспроизводить движение в определенном направлении.

В приводной паре между образующими ее звеньями осуществлено управляемое силовое замыкание.

Относительное движение звеньев, образующих кинематическую пару, осуществляется посредством привода, смонтированного на них.

Во вращательной приводной паре (рис. 1.8, а) двигатель и передачу устанавливают на одном из сопряженных звеньев: 1 или 2, в частном случае одно из них неподвижно, а выходное звено передачи соединяют с другим из звеньев. Кинематическая пара обозначена V_r – одноподвижная вращательная.

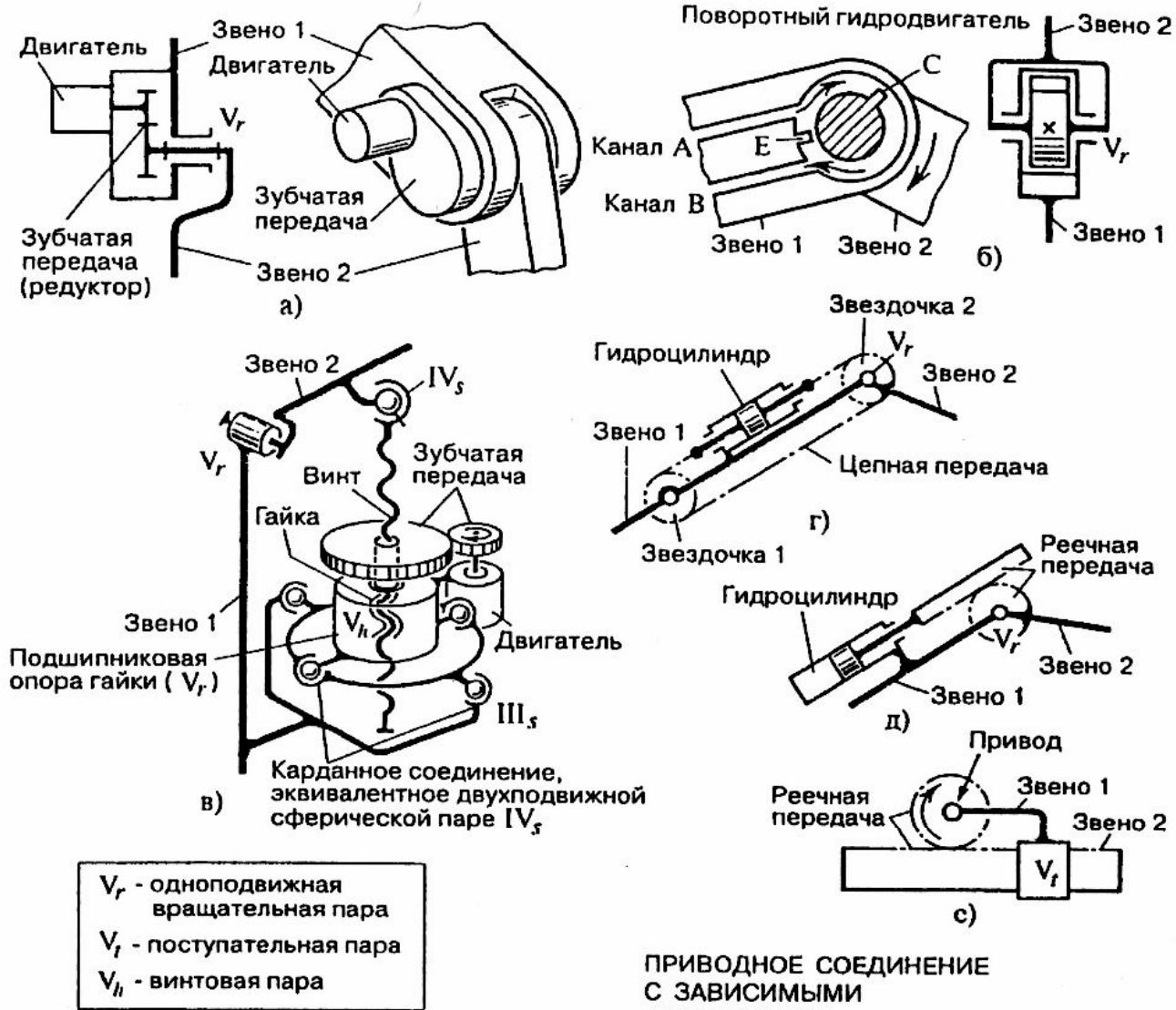
На рис. 1.8, б показана вращательная приводная пара в виде пластинчатого поворотного гидродвигателя. Жидкость по каналу А поступает в замкнутую полость между звеньями 1 и 2, давит на лопатки С и Е, поворачивает одно звено относительно другого и выходит по каналу В.

В качестве привода используют двигатель с винтовой парой V_h (рис. 1.8, в, ж, з), гидроцилиндр с цепной или ленточной передачей (рис. 1.8, г), гидроцилиндр с реечной передачей (рис. 1.8, д, е) и другие сочетания.

В приводной паре на рис. 1.8, в звенья 1 и 2, соединенные шарнирно в паре V_r , приводятся в относительной движение при перемещении винта. Достигается это вращением гайки. Звенья 1, 2 образуют замкнутый контур с несколькими вращательными парами и одной винтовой парой.

В приводной паре на рис. 1.8, г гибкий элемент, например, цепь, перемещается с помощью гидроцилиндра. Цепь приводит во вращение звездочку, закрепленную на звене 2. Звездочка 1 при этом вращается свободно.

(ОДНОПОДВИЖНЫЕ) ПРИВОДНЫЕ ПАРЫ [СОЕДИНЕНИЯ]



ПРИВОДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ С ЗАВИСИМЫМИ ДВИЖЕНИЯМИ В МЕХАНИЗМЕ ПРЕССА

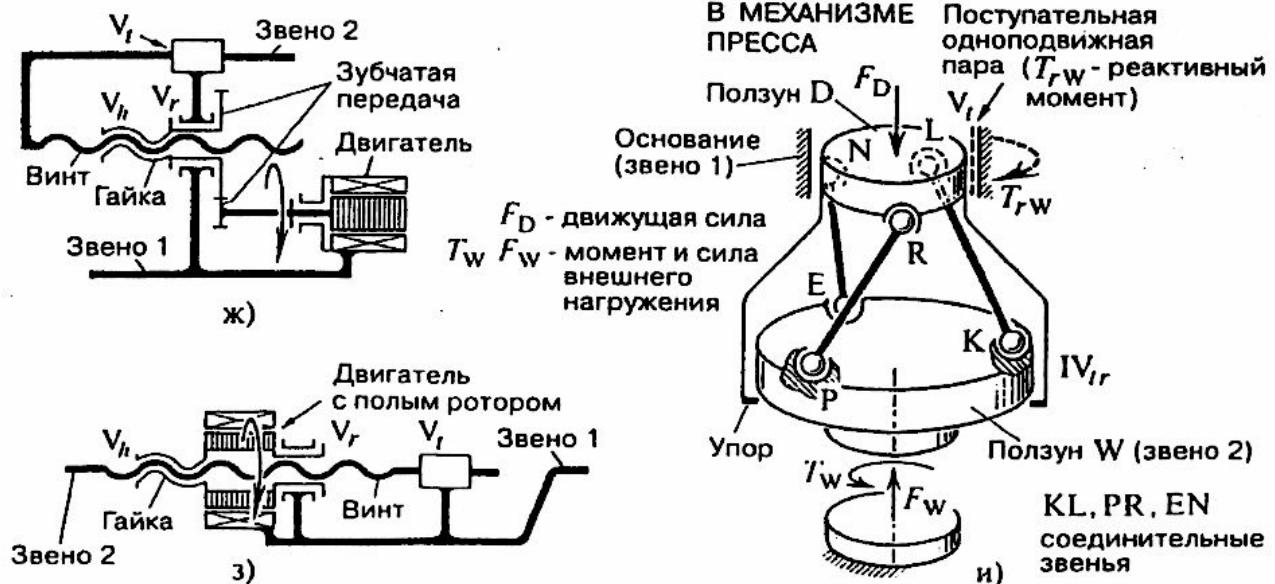


Рис. 1.8

В приводной паре на рис. 1.8, *d* от гидроцилиндра с помощью реечной передачи приводится во вращение шестерня с прикрепленным к ней звеном 2.

Поступательную приводную пару выполняют в виде сочетания поступательной кинематической пары V , с винтовой парой V_h (рис. 1.8, *жс*, *з*), реечной передачей (рис. 1.8, *е*) и других сочетаний.

В приводной паре на рис. 1.8, *з* винт размещен внутри ротора двигателя. Благодаря такому решению приводная поступательная пара выполнена соосной, без дополнительной механической передачи.

В приводном одноподвижном соединении на рис. 1.8, *и* осуществляется преобразование поступательного движения ползуна D , например, с помощью гидроцилиндра, во вращательное поступательное зависимое [винтовое] движение ползуна W . Здесь использовано соединение в виде наклонных стержней (см. рис. 1.3, *р*). Система может воспроизводить определенные движения только при наличии сопротивления в виде силы F_W и момента T_W .

В приводном соединении рис. 1.8, *и* в какой-то мере отражен принцип многопоточности. Звенья KL , PR и EN с шарнирами на концах представляют собой простейшие параллельные кинематические цепи.

Еще в большей мере принципу многопоточности подчинены упругие подвески вибростендов (рис. 1.9). По классификационным признакам, приведенным в данной монографии, они могут быть отнесены к приводным (одноподвижным) парам, с зависимыми движениями (рис. 1.9, *а*) или поступательным парам (рис. 1.9, *б-з*). В качестве привода используют вибровозбудитель, обеспечивающий замыкание переменным магнитным полем звеньев, соединенных кинематической парой.

На рис. 1.9, *а* бункерный питатель с винтовым лотком, закрепленным в чаше. Чаша соединена листовыми пружинами, образующими гиперболоид с реактивным звеном, установленным на упругих опорах.

Здесь использованы два комплекта вибровозбудителей, обеспечивающих возбуждение вращательных и осевых движений, или один определенным образом ориентированный вибровозбудитель (один комплект параллельно установленных вибровозбудителей). На рис. 1.9, *а* показан электромагнитный вибровозбудитель, расположенный между реактивным звеном и чашей. Упругие направляющие в виде диафрагм или листовых пружин (см. рис. 1.9, *б*, *в*) широко применяют в оборудовании для вибрационной обработки и для испытания изделий. При этом используют многопоточные решения. Рабочий стол/платформу с вибровозбудителем присоединяют к основанию симметрично параллельными листами (рис. 1.9, *б*). При этом требуется компенсировать радиальные перемещения Δ . Для этой цели листовые пружины присоединяют к основанию через промежуточное звено и компенсирующие

**УПРУГИЕ МНОГОПОТОЧНЫЕ ПОДВЕСКИ
ВИБРАЦИОННЫХ СИСТЕМ,
ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ОДНОПОДВИЖНЫМ
ПРИВОДНЫМ ПОСТУПАТЕЛЬНЫМ ПАРАМ**

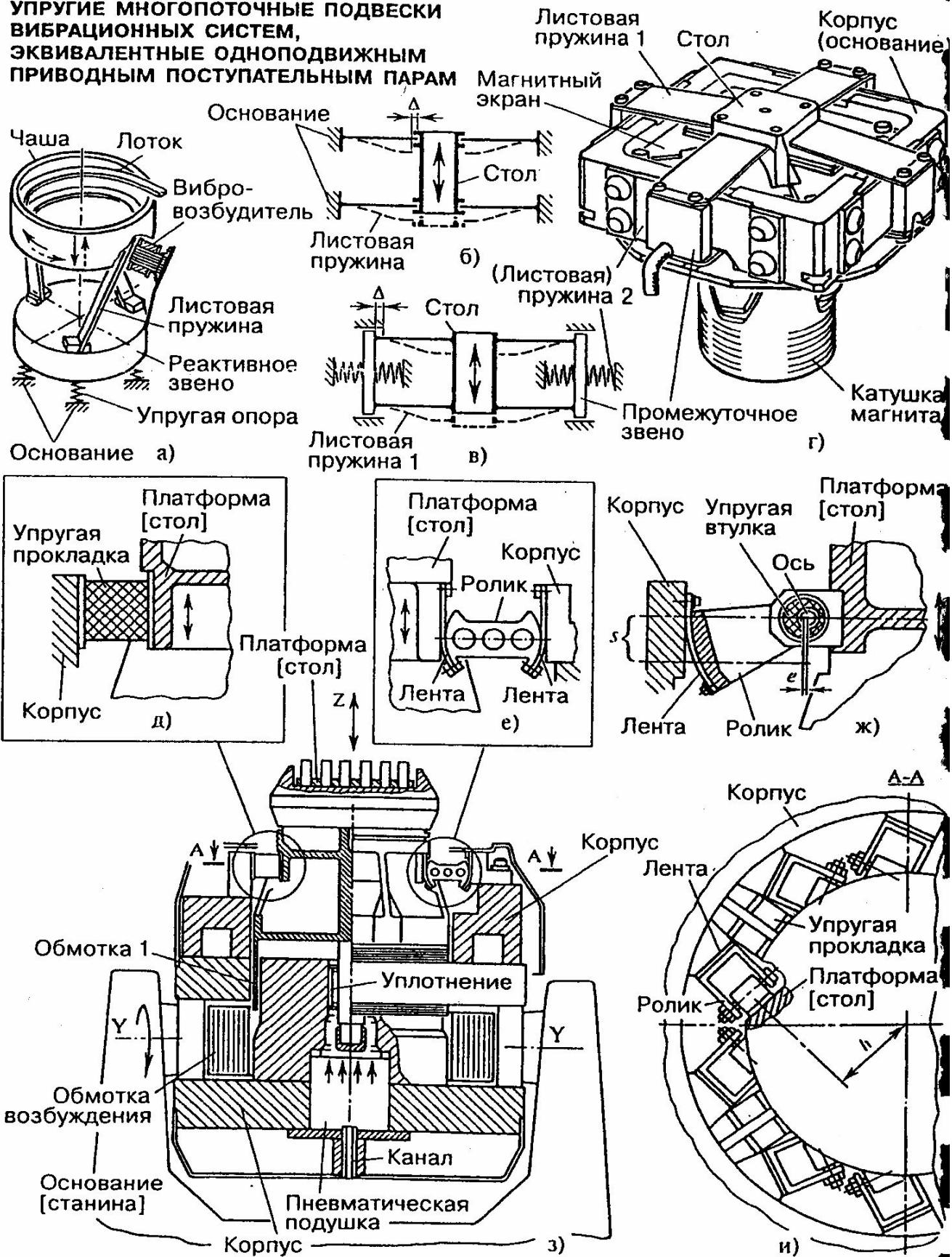


Рис. 1.9

упругие элементы [пружины] на рис. 1.9, в.

На рис. 1.9, г представлен вибростенд для калибровки вибродатчиков.

Платформа выполнена за одно целое с подвижным звеном в виде стола. Вибровозбудитель имеет неподвижную катушку магнита. Стол соединен с промежуточными звеньями радиальными пружинами (по две пружины на каждый элемент). Между промежуточными элементами и корпусом установлены тангенциальные пружины, компенсирующие радиальные перемещения промежуточных звеньев относительно корпуса. Отдельные из пружин выполнены слоистыми (между стальными листами размещен упругий материал) и обладают высокими демпфирующими свойствами. В данной конструкции предусмотрен защитный магнитный экран.

Платформа может быть связана с корпусом вибровозбудителя упругим и кинематическим устройствами, размещенными параллельно. В некоторых вибростендах элементы упругих и кинематических направляющих устройств совмещены (рис. 1.9, ж). Может быть предусмотрена возможность поворота платформы вокруг горизонтальной оси Y (рис. 1.9, з) относительно основания станины. Предусматривается также разгрузка вибровозбудителя от силы тяжести колеблющихся частей, например, с помощью специальной пневматической подушки.

Вибростенд на рис. 1.9, з предназначен для возбуждения вибраций частотой от нескольких единиц до 6300 Гц и испытаний объектов, обладающих сравнительно большой массой. Электромагнит вибровозбудителя состоит из магнитопровода (корпуса вибровозбудителя) и обмотки возбуждения. Подвижный элемент, на котором закреплена платформа, изготовлен из легкого сплава, соединен с корпусом вибровозбудителя посредством упругих прокладок и направляющего устройства. На подвижном элементе закреплена обмотка возбуждения. Она выполнена без каркаса для уменьшения бокового зазора. Между подвижными элементами и магнитопроводом установлено уплотнение.

Направляющее устройство (рис. 1.9, е) обеспечивает возможность перемещений платформы вдоль одной из осей координат и не допускает ее перемещений вдоль других осей и вращательных движений.

Упругие прокладки по рис. 1.9, д чередуются с роликами. Ролик максимально облегченной конструкции соединен с неподвижным кронштейном корпуса и с подвижным звеном-платформой гибкими лентами. При движении платформы ролик перекатывается без скольжения по лентам, прилегающим к сопряженным деталям, и удерживает подвижное звено на одном и том же расстоянии от корпуса (соосно корпусу). Геометрические оси всех роликов лежат в плоскости платформы. В варианте на рис. 1.9, ж ролик соединен с подвижным звеном посредством цилиндрического шарнира, а с корпусом – посредством упругой ленты, например, из пропилена. Цилиндрический шарнир вы-

полнен в виде упругой втулки между осью ролика и отверстием кронштейна, прикрепленного к корпусу. Слой резины создает упругое сопротивление повороту ролика и препятствует тем самым осевому перемещению платформы в пределах максимального ее хода s . Изменением эксцентризитета устраняют зазоры в кинематических парах, обеспечивают центрирование сопряженных звеньев и создают необходимый поперечный натяг в соединении подвижного элемента с корпусом. Лента осуществляет кинематическое соединение звеньев.

Ролики на рис. 1.9, *и* ориентированы относительно оси подвижного звена так, что линии действия реакций в направляющих устройствах проходят на некотором расстоянии h от оси. Такое расположение обеспечивает наряду с высокой поперечной жесткостью системы еще и ее высокую жесткость в окружном направлении.

1.4. Приводные двухподвижные соединения (параллельной структуры)

По сравнению с последовательным соединением двух и более приводных пар схем параллельного соединения может быть построено очень много, поэтому в рамках данной монографии ограничимся только обобщенными структурными схемами и отдельными примерами исполнения кинематических и конструктивных схем. Простейшие решения, которые могут быть использованы как завершенные манипулирующие механизмы с числом степеней свободы две, три, четыре так и в качестве составляющих сложных систем, представлены на рис. 1.10, 1.11, 1.13, 1.14, 1.15, 1.16.

Простейшая структурная схема – два привода D1 и D2 (рис. 1.10, *а*) соединены между собой через дифференциальный механизм S. В любом приводе имеется два основных звена: корпус и выходное (приводное) звено. На рис. 1.10, *а* звено 1 (например, основание) соединено неподвижно с каждым из приводов (например, с корпусом привода), а движения двух других звеньев приводов суммируются [преобразуются] в механизме S в движение звена 2. Варианты механизмов, выполненных по данной схеме приведены на рис. 1.10, *б...к*. Причем приводы поступательного движения даны на рис. 1.10, *в, г, д, е*, а остальные схемы имеют приводы вращательного движения.

В простейшем пятизвенном двухкоромысловом механизме на рис. 1.10, *б* двигатели D1 и D2 приводят в движение коромысла AC и BL. Выходное звено – шатун 2 (звено 1 здесь и далее принято за основание, хотя можно использовать механизм с неподвижным звеном 2 и подвижным звеном 1 или при обоих относительно подвижных звеньях 1 и 2 в более сложной схеме). Звено 2 совершает сложное плоское движение, которое может быть представлено в виде двух угловых перемещений (см. штриховые стрелки на рис. 1.10).

ПРИВОДНЫЕ ДВУХПОДВИЖНЫЕ (ОДНОКОНТУРНЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

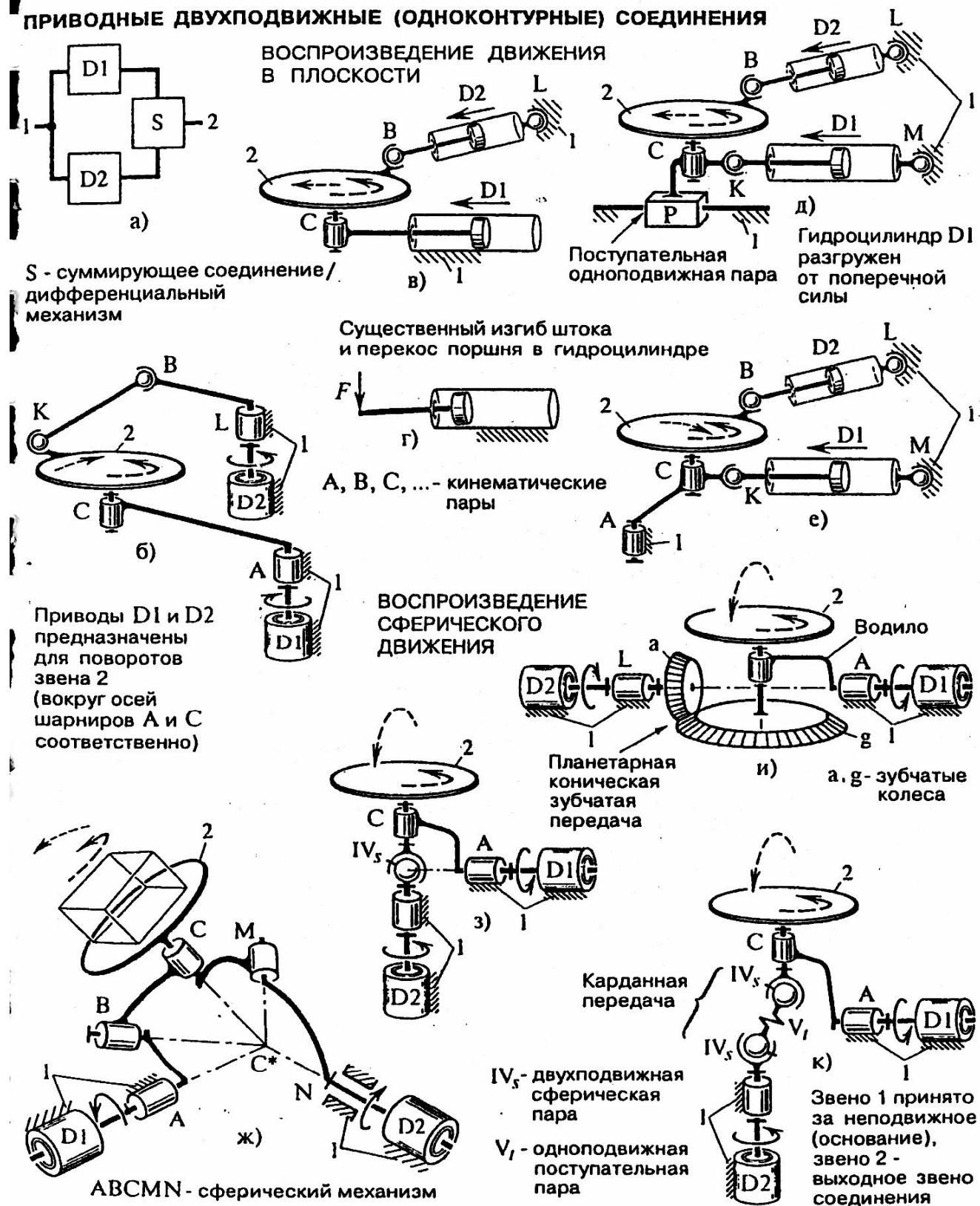


Рис. 1.10

На рис. 1.10, в аналогичное движение может быть получено с помощью двух приводов поступательного движения – гидроцилиндров D1 и D2. Линия BL не обязательно должна лежать в плоскости с осью

штока гидроцилиндра D1, то есть механизмы на рис. 1.10, в, д, е в общем случае пространственные.

Шток гидроцилиндра D1 на рис. 1.10, в воспринимает консольную нагрузку со стороны звена 2, что приводит к его изгибу и перекосу поршня в гидроцилиндре (рис. 1.10, г). В схеме на рис. 1.10, д, е оба гидроцилиндра нагружены только осевыми силами. Для этой цели введены дополнительные звенья: СР и АС на рис. 1.10, д и е соответственно.

На рис. 1.10, ж, з, и, к представлены варианты механизмов, воспроизводящих с помощью двух приводов D1 и D2 сферическое движение выходного звена 2.

В схеме на рис. 1.10, ж использован классический пятизвенный сферический шарнирный механизм.

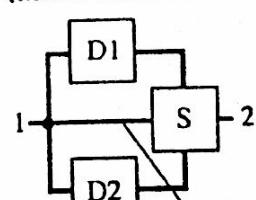
В схеме на рис. 1.10, з звено 2 также как и в схеме на рис. 1.10, ж установлено с возможностью вращения в шарнире С. Поворот звена 2 вокруг оси шарнира А осуществляют непосредственно двигателем D1 через водило АС. Вращение звена 2 вокруг оси шарнира С осуществляют приводом D2, который соединен со звеном 2 с помощью двухподвижного сферического шарнира IV_s (сферической синхронной муфты).

Поскольку соединение IV_s может передавать вращение при ограниченных углах поворота звена АС, другим вариантом, в котором снимается данное ограничение, является схема на рис. 1.10, и, в основу которой заложена планетарная коническая зубчатая передача. Движения водила и зубчатого колеса а взаимозависимы. Поэтому чтобы поворачивать звено 2 вокруг оси шарнира А двигатели D1 и D2 должны вращаться в одну сторону, а вращать звено 2 вокруг оси шарнира С можно с помощью двигателя D2 при остановленном двигателе D1.

Механизм на рис. 1.10, к отличается от механизма на рис. 1.10, з только тем, что вместо муфты IV_s в нем использована карданская передача. Хотя в этом решении и не требуется точного совмещения осей шарниров IV_s и А, но в нем система управления должна учитывать несинхронность вращения соединенных валов в кинематической цепи привода D2 при повороте звена АС.

В схемах на рис. 1.11, б, в использован суммирующий механизм с тремя степенями свободы, хотя приводное соединение в целом двухподвижное, что несколько усложняет согласованное управление двигателями, но в то же время позволяет «ужесточить» систему соединения выходного звена 2 с основанием 1 – осуществить ее в виде пространственной фермы (при остановленных двигателях), содержащей три кинематических цепи, из которых две цепи приводные (CLK и CMN), а третья цепь (CA) может иметь всего две кинематических одноподвижных пары (рис. 1.11, в). Возможен в данной системе тот частный случай,

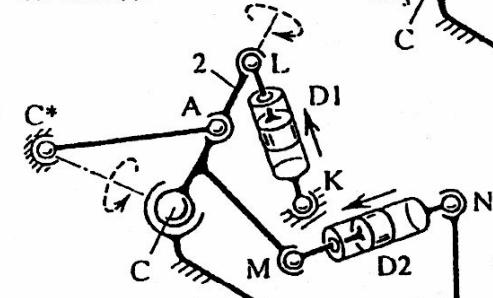
ПРИВОДНЫЕ ДВУХПОДВИЖНЫЕ (МНОГОКОНТУРНЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ



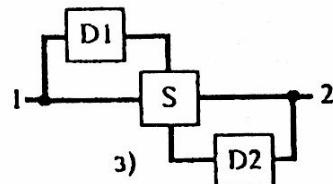
a) Кинематическое соединение
A, B, C, ... - кинематические пары
D1, D2 - приводы

S - суммирующее соединение /
дифференциальный механизм
1, 2 - основные звенья

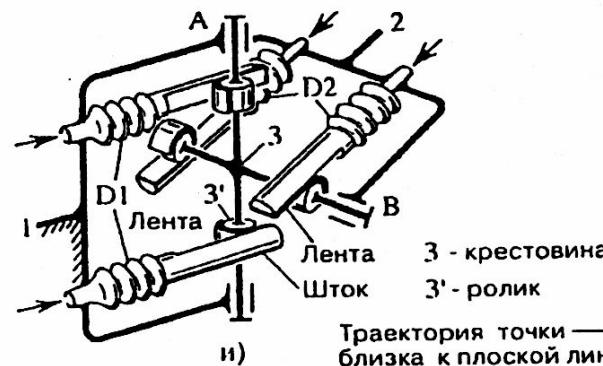
Звено 1 принято за неподвижное



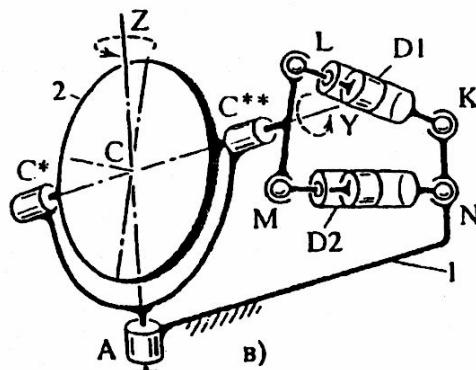
Приводы D1 и D2 предназначены для поворотов звена 2 (вокруг осей CC* и CL)



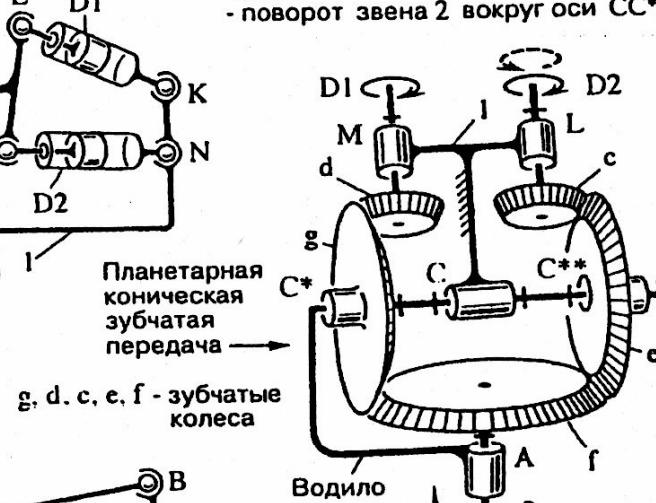
D1, D2 - приводы в виде сильфонов



Лента
Шток
3 - крестовина
3' - ролик
Траектория точки близка к плоской линии



При движении приводов D1 и D2 в одну сторону воспроизводится поворот звена 2 вокруг оси AC; при движении в разные стороны - поворот звена 2 вокруг оси CC*

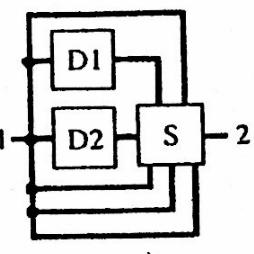


Планетарная коническая зубчатая передача
g, d, c, e, f - зубчатые колеса

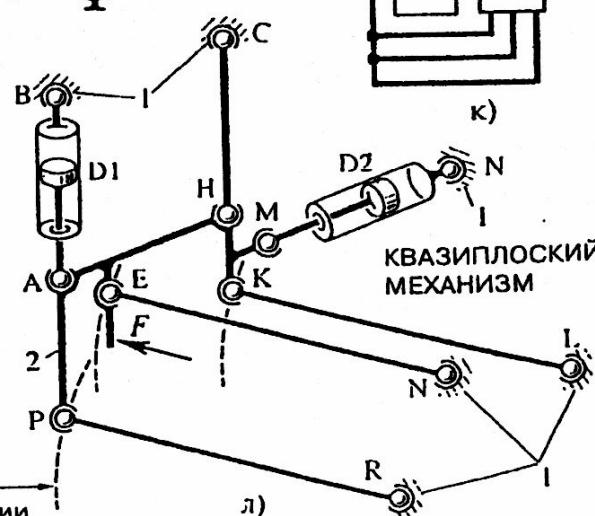
Водило

1 2

д)



к)



КВАЗИПЛОСКИЙ МЕХАНИЗМ

Рис. 1.11

упомянутый выше, когда третья цепь вырождается в одну сферическую пару IV_s (рис.1.11, б), расположенную в центре сферического движения.

На всех структурных схемах ветви соединения без привода представлены в виде сплошной линии. Только условно можно считать, что по такой ветви или ветвям передается поток энергии, правильнее следует говорить лишь о силовом взаимодействии (о восприятии нагрузки).

Несмотря на некоторые потери энергии на трение, таким ветвям может быть передана очень важная функция (см. описание схемы на рис. 1.11, л). Такого вида ветви следует вводить в системы с небольшим числом степеней свободы, когда приводные кинематические цепи не позволяют создать достаточно жесткую конструкцию. Располагать их надо в направлении кратчайшего замыкания сил на основание (о принципах замыкания сил речь пойдет ниже).

Все приведенные примеры, в основу которых положена структурная схема на рис. 1.11, а, предназначены для воспроизведения вращательных движений вокруг двух пересекающихся в точке С осей (воспроизведение прецессии выходного звена), но возможны исполнения и другого типа.

В схемах на рис. 1.11, в выходное звено 2 соединено с основанием через звено CA и два цилиндрических шарнира с пересекающимися осями (эквивалент двухподвижной сферической пары с центром в точке С), а с приводами D1 и D2 – через коромысло LM. Шарниры, образуемые приводами с основанием, обозначены K и N. Буквами C* и C** обозначены дублирующие шарниры пары C.

Данная схема предусматривает совместную работу гидроцилиндров: при движении штоков в одну сторону звено 2 поворачивается вокруг оси Z, при движении их в разные стороны – вокруг оси Y. В принципе можно включать и один привод, но в этом случае вращение звена 2 происходит вокруг подвижной оси (например, оси CM или CL), т.е. осуществляется прецессия. В общем случае заданное движение можно получить при совместной работе приводов, управляемых по определенной программе.

В варианте на рис. 1.11, г сферический шарнир С выполнен трехподвижным, а необходимая связь (чтобы сделать соединение двухподвижным) выполнена в виде стержня C*A с шарнирами на концах.

Схемы на рис. 1.11, г, д могут быть представлены в виде сферических механизмов. К выходному звену 2, имеющему сферическую опору С присоединены три кинематических цепи, из которых две выполнены приводными (D1 и D2).

В структурной схеме на рис. 1.11, з, как и в схеме на рис. 1.11, а звенья 1 и 2 соединены между собой с возможностью передачи энергии выходному звену от двух двигателей (D1 и D2). Узловая точка такого

соединения S – суммирующий механизм. Любое из приведенных соединений может быть встроено в более сложную систему (см. рис. 1.21, а), в том числе в незамкнутую кинематическую цепь. Достаточно для этого вместо кинематической пары такой цепи подставить соответствующее приводное соединение, а основные звенья 1 и 2 соединить со звеньями кинематической цепи. При этом одно из основных звеньев может быть неподвижным (в дальнейшем за неподвижное принято звено 1 и оно названо основанием, а за выходное принято звено 2).

В отличие от схемы на рис. 1.10, а в схемах на рис. 1.11, а имеется также кинематическое соединение звеньев 1 и 2. Аналогичное отличие имеет также структурная схема на рис. 1.11, з, а в структурной схеме на рис. 1.11, к таких кинематических соединений четыре.

В схеме на рис. 1.11, е точки С, А и L размещены на одной линии. Благодаря такому решению, осуществлено разделение функций приводов. Привод D1 способен поворачивать линию CL вокруг оси CC*, а привод D2 может поворачивать звено 2 вокруг оси CL (при остановленном приводе D1). Возможна также совместная работа приводов.

Схема на рис. 1.11, ж отличается от схемы на рис. 1.11, в только тем, что в ней использованы приводы D1 и D2 вращательного типа. Входные звенья KL и NM соединены с выходным звеном через шатуны LB и ME соответственно. При этом образованы два шарнирных параллелограмма KLBC и NMEA, а оси шарниров K и N пересекают линию, проходящую через точку С.

Схема на рис. 1.11, д характеризуется использованием планетарной конической передачи. Функционально она не отличается от схемы на рис. 1.11, ж. Вращение входных звеньев – роторов двигателей в одну сторону приводит к вращению зубчатого колеса f и соответственно звена 2, если при этом реверсировать один из двигателей, то колесо перестанет вращаться, а начнет поворачиваться водило. Также, как и в других схемах данного вида, заданное движение может быть воспроизведено при совместном управляемом движении роторов обоих двигателей.

В структурной схеме на рис. 1.11, з и в ее исполнении на рис. 1.11, и приводы расположены на обоих соединенных звеньях 1, 2 и действуют на соединительное звено 3. В конкретном варианте они выполнены в виде сильфонов, а поступательное движение штоков преобразуется во вращательное движение звена с помощью ленточных передач.

Данная схема характеризуется теми же функциональными свойствами, что и схема на рис. 1.11, а, но уступает ей по качествам, обусловленным местом размещения приводов и числом кинематических цепей, соединяющих входное звено с основанием. Она может быть использована в определенной ситуации, разве что из-за привлекательности компоновки. Что касается вида использованных в данном примере приво-

дов и беззазорных передаточных механизмов, то они могут быть иными в данной структурной схеме, и поэтому не отражают ее свойства.

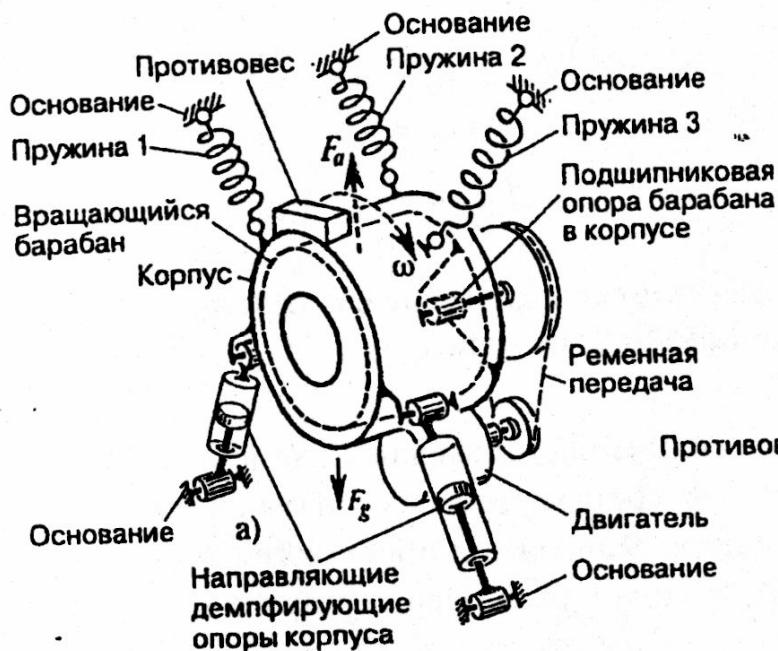
Схема на рис. 1.11, к уникальна тем, что из шести ветвей системы только две ветви содержат приводы. Суммирующий механизм при этом должен обладать шестью степенями свободы. В качестве такого устройства можно использовать, например, так называемые, механизмы высоких классов (по У. Джолдасбекову). В основу таких механизмов положена структурная группа, класс которой определяют по числу кинематических пар, входящих в замкнутый жесткий контур в качестве узловых точек.

Схема на рис. 1.11, л вариант из класса квазиплоских механизмов. Все точки звеньев такого механизма описывают траектория несущественно отличающиеся от плоских траекторий или эти траектории расположены в плоскостях, близких к параллельным. В то же время такой механизм по нагрузочной способности соизмерим с пространственной фермой. Выходное звено 2 (схема на рис. 1.11, л) может перемещаться поступательно. Каждая из его точек Р, Е, и К описывает при этом траекторию, расположенную в сфере с центром R, N, и L соответственно, благодаря его соединению звеньями PR, EN и KL с основанием. При этом выполняют условия: длины звеньев одинаковы $PR = EN = KL$, а сами звенья параллельны друг другу. Выходное звено обладает двумя степенями свободы. Оно соединено со стойкой коромыслом CH и двумя гидроцилиндрами D1 и D2. Шарниры A и B, G и E, как и все остальные шарниры, выполнены сферическими. Данный механизм в отличие от плоского механизма может воспринимать значительные боковые нагрузки в направлении F, и при этом обеспечивать отсутствие неблагоприятных явлений, связанных с изгибом звеньев и перекосом элементов кинематических пар.

На рис. 1.10 и 1.11 были рассмотрены приводные соединения с двумя управляемыми приводами. По тем же структурным схемам строятся системы с самоуправляемыми элементами: упругими соединениями и демпфирующими [тормозящими] устройствами. Это также обширная область механизмов, но здесь мы приведем всего лишь один пример двухподвижной виброзащитной подвески центрифуги (рис. 1.12), которая может быть использована в литейном оборудовании, в сепараторах, сушильных устройствах, в оборудовании для галтовки и т.п.

На рис. 1.12, а в корпусе на консольной горизонтальной оси расположен барабан, приводимый во вращение двигателем через ременную (или иную другую) передачу. Опора барабана в основном нагружена постоянной силой тяжести F_g и центробежной силой F_a . Барабан подведен на трех пружинах и соединен с основанием двумя кинематическими цепями, каждая из которых представляет собой направляющую опору.

**ДВУХПОДВИЖНАЯ ВИБРОЗАЩИТНАЯ
ПОДВЕСКА ЦЕНТРИФУГИ С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ
ОСЬЮ И КОНСОЛЬНОЙ ОПОРОЙ**



F_a - центробежная сила барабана
 F_b и T_b - сила и момент, действующие на корпус со стороны барабана (через его опору)

F_{ip} - сила инерции двигателя

F_{ic} - сила инерции противовеса

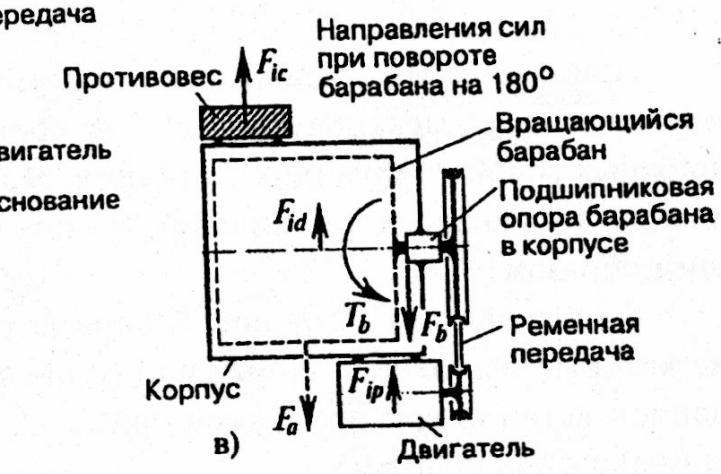
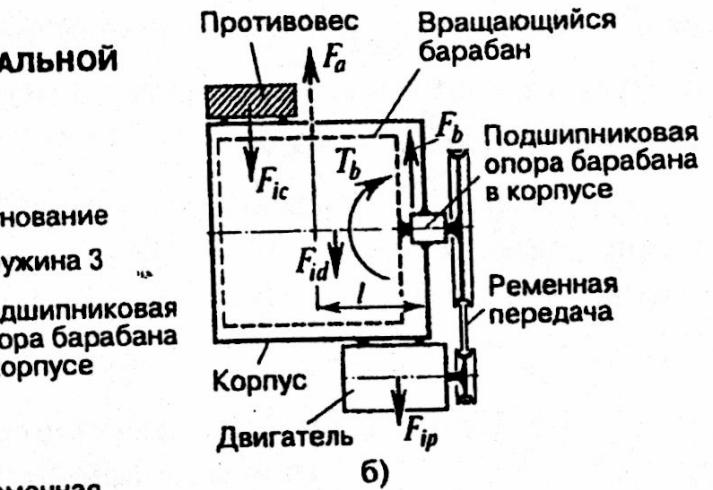


Рис. 1.12

Кинематическая система в целом представляет собой шестизвездный плоский механизм с тремя степенями свободы. С учетом возможности восприятия незначительного вращающего момента (пружинами подвески и опорами) вся динамическая система может быть отнесена к двухподвижной (хотя такое отнесение весьма условно и не учитывает возможные колебания корпуса в плоскостях, проходящих через ось барабана).

Определенную проблему в таких устройствах представляет собой уравновешивание сил инерции. Если рассмотреть нагружение подшипниковой опоры барабана в корпусе (рис. 1.12, б), то его можно охарактеризовать приведенными к опоре радиальной силе F_b (практически равной силе F_a) и моменту $T_b \approx F_a \cdot l$, где l – расстояние от линии действия силы F_a до середины опоры. Приведенную силу и момент уравновешивают силы инерции корпуса F_{id} и двигателя F_{ip} . Обычно этих сил недостаточно, чтобы

уравновесить силы со стороны опоры, особенно это касается момента T_b . Поэтому на корпусе устанавливают дополнительно противовес, сила инерции которого обозначена F_{ic} .

На рис. 1.12, в показано, что отношение сил практически не изменяется при повороте барабана на 180° , хотя все направления изменяются на противоположные.

1.5. Приводные трех- и четырехподвижные соединения (параллельной структуры)

Приводные трехподвижные соединения применяют как в качестве самостоятельных механизмов, так и в составе четырех-, пяти-, и шестиподвижных манипулирующих устройств. Принципы построения те же, что и для двухподвижных соединений, и могут быть сформулированы следующим образом:

– к выходному звену присоединяют три кинематических ветви, каждая из которых выполнена приводной (с последовательным присоединением к данной ветви одной приводной пары, одно из звеньев которой обычно соединено с основанием);

– к выходному звену могут быть присоединены неуправляемые кинематические ветви [цепи], которые служат для ограничений движения выходного звена, например, только для обеспечения сферического (схема на рис. 1.13, в) или поступательного движений (схемы на рис. 1.13, ж, з);

– все ветви, соединяющие выходное звено с основанием, должны накладывать на выходное звено необходимое число ограничений (в совокупности – шесть – при всех остановленных приводах или три, два, одно, ни одного – при отсутствии приводных связей для, соответственно, трех-, четырех-, пяти-, шестиподвижных механизмов). Каждая ветвь должна обладать числом степеней свободы (без учета приводных связей) не меньшим числа степеней свободы выходного звена.

На рис. 1.13, а и б представлены распространенные схемы сферических трехподвижных механизмов. Они имеют три ветви соединенных шарнирно звеньев. Оси вращательных одноподвижных пар пересекаются в одной точке C^* . При отключенных приводах каждая ветвь допускает только три независимых вращательных движения выходного звена. Поэтому механизм в целом обладает тремя степенями свободы и способен воспроизводить три независимых вращательных движения (вокруг одного центра C^*).

**ПРИВОДНЫЕ ТРЕХПОДВИЖНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ
ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В КАЧЕСТВЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ
МЕХАНИЗМОВ ИЛИ В СОСТАВЕ БОЛЕЕ СЛОЖНЫХ СХЕМ**

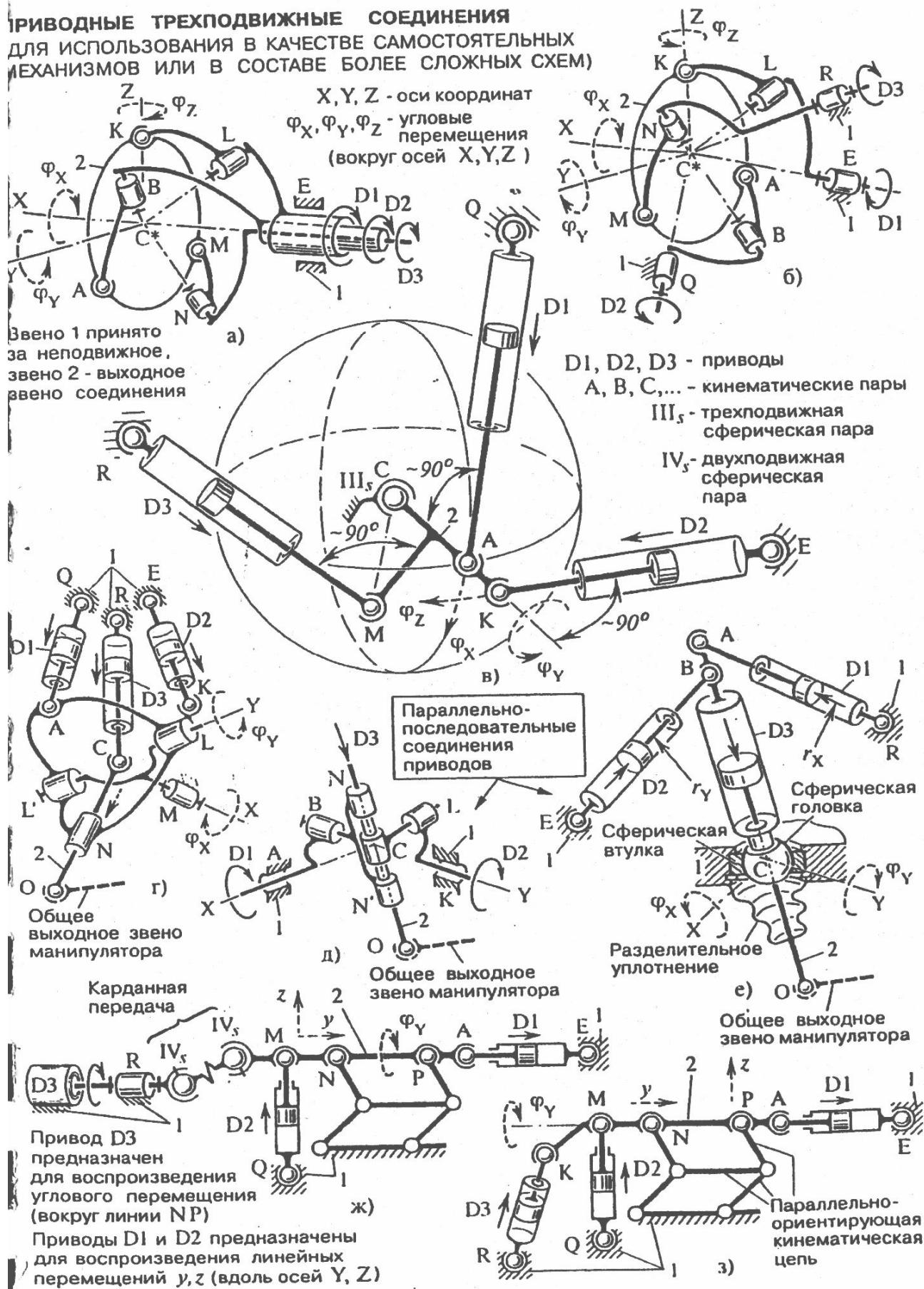


Рис. 1.13

Анализируя структуру механизмов на рис. 1.13, *a*, *b*, можно каждый из них представить в виде трех начальных звеньев (кривошипов) и трехповодковой структурной группы.

Поводки AB, KL и MN на рис. 1.13, *b* присоединены посредством сферических шарниров A, K и M к выходному звену 2. К поводкам присоединены кривошипы LE, BQ и NR, приводимые во вращение двигателями D1, D2 и D3. В схеме на рис. 1.13, *a* оси вращения кривошипов совмещены [совпадают]. Вращение звена 2 вокруг оси Z, Y или X осуществляют двумя включенными двигателями D2, D3 или тремя включенными двигателями. Вращение вокруг оси X (рис. 1.13, *a*) возможно при синхронном вращении двигателей D1, D2 и D3.

Схема на рис. 1.13, *c* имеет сферический шарнир III_s, соединяющий основание и выходное звено 2. Звено 2 приводится во вращение тремя гидроцилиндрами D1, D2 и D3. Точки C, A, K расположены на одной прямой, а точка M отстоит от этой прямой на некотором расстоянии. Благодаря этому, с помощью гидроцилиндров D1 и D2 можно поворачивать звено 2 на углы ϕ_X и ϕ_Z а с помощью гидроцилиндра D3 можно вращать звено 2 вокруг оси CK (угол поворота ϕ_Y). Наиболее целесообразно располагать гидроцилиндры таким образом, чтобы при наибольших рабочих нагрузках углы давления (угол между вектором движущей силы и вектором скорости) были минимальными. Это условие обеспечивается при углах, обозначенных на схеме $\sim 90^\circ$.

Схема на рис. 1.13, *c* относится к классу сферических механизмов, представленных на рис. 1.13, *a*, *b*, но только в ней материализован центр сферического движения С в виде сферического шарнира, а приводы выполнены поступательными (но могут быть и вращательными, как это будет показано на примерах других схем).

Схема на рис. 1.13, *g* может быть получена путем присоединения к варианту схемы на рис. 1.13, *c* еще одной приводной кинематической цепи с гидроцилиндром D3. Присоединение осуществлено таким образом, что выходное звено превратилось в соединительное звено ALN, а звено 2 образовало с ним поступательную пару. При включении гидроцилиндра D2 звено 2 поворачивается вокруг оси X, а при включении гидроцилиндра D1 звено 2 поворачивается относительно подвижной оси Y. Гидроцилиндр D3, воздействуя через сферический шарнир С на звено 2, сообщает ему поступательное движение относительно звена ALN.

Схемы на рис. 1.13, *d*, *e* представляют собой параллельно-последовательное соединение приводов.

В обоих вариантах к исходной схеме последовательно присоединен двигатель D3. Функционально полученные варианты эквивалентны схеме на рис. 1.13, г. Звено 2 может поворачиваться вокруг двух осей X и Y и совершать поступательное движение.

Кинематическая схема на рис. 1.13, д характеризует вариант, в котором использованы два двигателя D1 и D2 вращательного движения, расположенные на основании 1, и гидроцилиндр, размещенный в соединительном звене NCN'.

Ось гидроцилиндра пересекает оси X и Y в центре сферического механизма С, составленного из звеньев AB, BN, CL, LK и основания 1. Кроме двух независимых поворотов оси гидродвигателя D3 его шток может перемещаться прямолинейно вдоль оси. При использовании приводного соединения в более сложных системах шток можно соединить с внешним звеном сферической парой О.

Схема на рис. 1.13, е представляет аналогичное решение для воспроизведения тех же движений, но при использовании трех гидроцилиндров в качестве приводов D1, D2 и D3. Все шарниры выполнены сферическими. Сферическая опора С имеет сферическую втулку и сферическую головку /цапфу. Сила давления в гидроцилиндре D1, действуя на плече r_X , обеспечивает поворот, выходного звена вокруг оси X, а сила давления в гидроцилиндре D2, действуя на плече r_Y – поворот выходного звена вокруг оси Y. Разделительное уплотнение в виде сильфона позволяет изолировать пространство размещения приводов от рабочей среды.

Структура схем на рис. 1.13, ж, з отличается от схем на рис. 1.12, в-е тем, что вместо сферического шарнира в соединении выходного звена с основанием установлена поступательно-ориентирующая кинематическая цепь [механизм]. Выходное звено 2 способно вращаться (угловое перемещение ϕ_Y) и совершать плоское движение (перемещения z, y), при этом ось NP остается неизменно ориентированной [параллельной самой себе].

Гидроцилиндры D1 и D2 служат в основном для осуществления перемещений y, z, а двигатель D3 сообщает вращательное движение вокруг оси NP. Необходимое условие присоединения приводных цепей – расположение точек M, N, P и A на одной прямой.

В схеме на рис. 1.13, ж двигатель D3 – вращательного действия и присоединен к выходному звену 2 с помощью карданной передачи.

Гидроцилиндр D3 (рис. 1.13, з) присоединен к звену 2 таким образом, что имеется плечо KM относительно оси NP для приложения движущей силы и создания вращающего момента.

Как уже неоднократно упоминалось, при построении схем прослеживается тенденция придания отдельным приводным или неприводным кинематическим цепям определенных функций: например, сообщение движения вдоль заданной оси или обеспечение постоянной ориентации или обеспечение сферического движения. Такое разделение функций между звеньями, кинематическими парами и приводами позволяет получать в определенных условиях положительные качества.

Наиболее распространенным (в точных приборах и системах) примером разделения функций является введение в кинематическую цепь дополнительных устройств для разгрузки приводов и основных кинематических пар от силы тяжести выходного звена.

На рис. 1.14, *a*, *b* приведены традиционная (типа Skara) и новая схемы плоского манипулирующего механизма. Платформа ADM соединена с основанием тремя кинематическими цепями: ABC, D'EG и MLK. В обеих схемах кинематические цепи воспринимают внешнюю нагрузку на рабочий стол F_Z . В традиционной схеме они еще и передают движущие силы со стороны приводов. В новой же схеме кинематические цепи воспринимают силу тяжести платформы, а приводы передают движения непосредственно платформе. Привод поворота стола в данном примере – корректирующий и обеспечивает постоянную ориентацию платформы в плоскости. В принципе обе системы функционально эквивалентны: они обладают тремя степенями свободы, но приведенные конкретные решения продиктованы различными параметрами и требуемыми качествами.

На рис. 1.14 *в*, *г* показаны традиционный и новый поступательно-ориентирующие механизмы. Примечательно, что вариант схемы на рис. 1.14, *г* не имеет ни одной поступательной пары, которые обычно менее технологичны в изготовлении, склонны к перекосам и имеют более низкий КПД по сравнению с вращательными сферическими парами. В каждой поступательной паре в схеме на рис. 1.14, *в* совмещены функции постоянной ориентации и прямолинейного (вдоль одной из осей координат X, Y, Z) движения, осуществляемого линейным приводом (показаны движущие силы F_3, F_1, F_2).

В схеме на рис. 1.14, *г* каждая из пар вращательная, т.е. функции существенно разделены, и требуемая ориентация достигается, как совокупность отдельных функций, а прямолинейное движение получается, как сумма трех движений по дугам окружностей. Еще несколько лет назад такое решение выглядело бы неразумным, так как сопряжено с усложнением системы управления, в настоящее время это не является препятствием и, более

**РАЗДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ВОСПРИЯТИЯ/ПЕРЕДАЧИ СИЛ
(НА ПРИМЕРАХ ТРЕХПОДВИЖНЫХ ПРИВОДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ)**

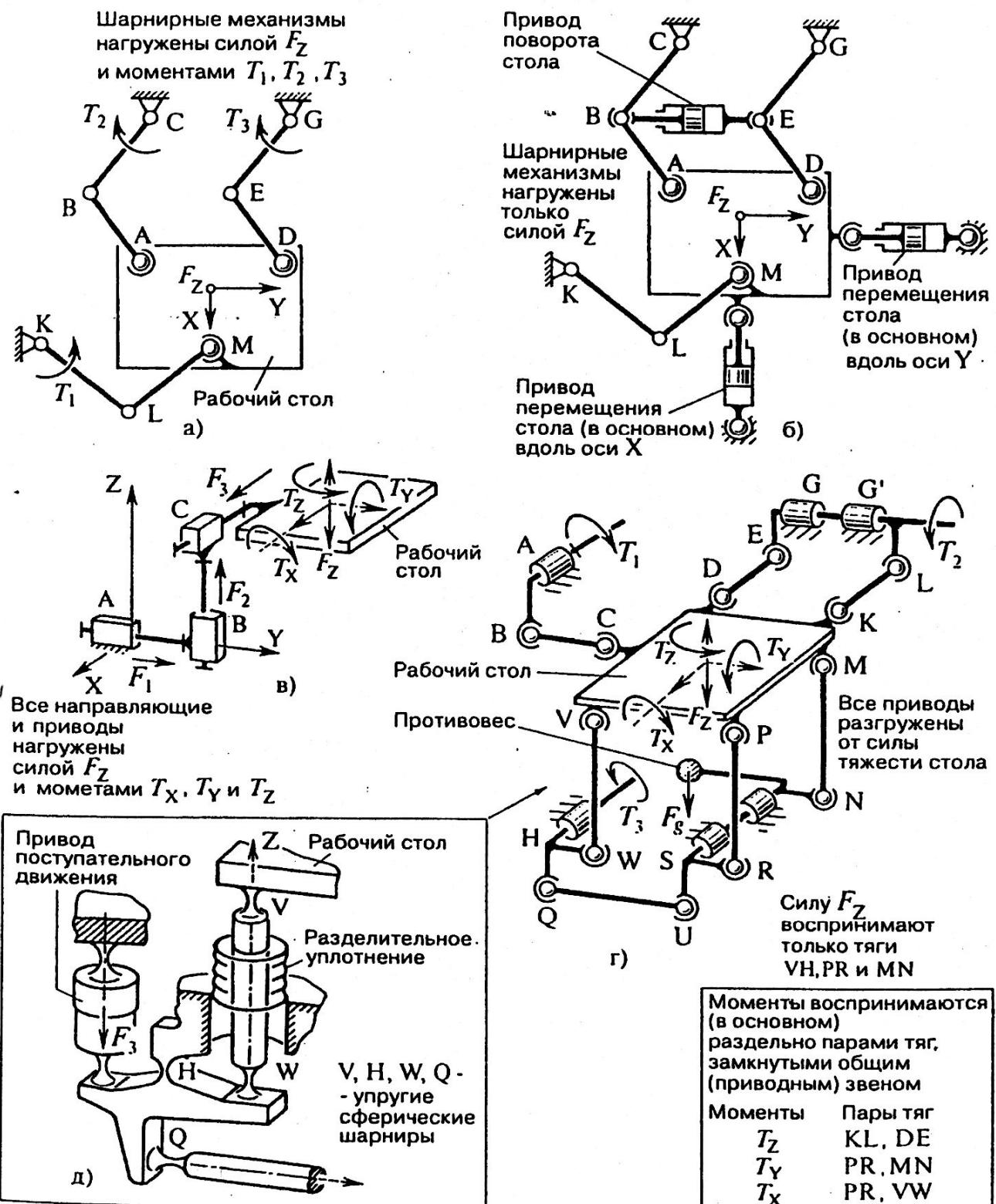


Рис. 1.14

того, в определенных условиях можно получить более высокую точность ориентации и перемещений по сравнению с достигаемой традиционным решением.

Схема на рис. 1.14, *г* построена следующим образом. К выходному звену (рабочему столу) присоединены поступательно-ориентирующие (не допускающие вращения вокруг осей координат Z, Y, X) кинематические цепи DEGG'LK, MNSRP и PRUQHWV. В кинематических цепях с упомянутыми функциями ограничения вращений совмещены функции линейных перемещений с помощью приводов, вращающие моменты которых обозначены T_2 и T_3 . Только четвертая кинематическая цепь ABC предназначена для воспроизведения одной функции – преобразования вращательного движения привода, момент которого обозначен T_1 , в линейное перемещение выходного звена вдоль оси Y. Звено PR – общее для второй и третьей кинематических цепей. Эти же цепи одновременно выполняют функцию передачи силы тяжести выходного звена [рабочего стола], воспринимаемой противовесом, сила тяжести которого обозначена F_g .

По сравнению со схемой на рис. 1.14, *в*, в которой каждый привод дополнительно нагружен силой тяжести и силами инерции, последовательно присоединенных к нему приводов и/или выходного звена, в схеме на рис. 1.14, *г* все приводы размещены на основании и разгружены от силы тяжести выходного звена. Что касается сложности схемы, то заранее предупреждаю читателя, что не всегда можно оценить сложность конструкции только по кинематической схеме. На рис. 1.14, *д* дано довольно простое конструктивное исполнение кинематической цепи с упругими парами, обозначенными идентично парам на схеме. Выходное звено отгорожено от линейного двигателя, развивающего силу F разделительным уплотнением – сильфоном. Такое исполнение позволяет воспроизводить поступательное движение в изолированной среде механизмом без труящихся пар. Новая схема имеет определенную область применения – малые и точные перемещения, а традиционная схема пока не заменима для больших прямолинейных перемещений.

Приведенные примеры иллюстрируют в основном совмещение и разделение функций только механической системы машины. Однако, как сообщалось ранее, одно из основных направлений современного конструирования – это перераспределение функций между механической и немеханической (электрической, электронной) частями: между механизмами, приводами, системами измерения и управления.

За последние 50 лет можно проследить одностороннюю тенденцию

разделения функции: все вычислительные операции передаются электронной системе, функция передачи энергии в большей мере осуществляется электрической системой, а исполнительная функция (выполнение заданной работы) отводится приводам и механизмам. Между приводами и механизмами также происходит перераспределение функций: изменение скоростного диапазона привода приводит к изменению передаточного отношения, количества необходимых режимов переключения передач и соответственно схемы механизма. Преобразуется и механизм, входящий в состав привода, или механизм, включенный в единый блок с двигателем (например, в приводе типа мотор – редуктор).

Чтобы понять эти тенденции, достаточно проанализировать литературные источники. Например, в широко известных замечательных справочниках И.И. Артоболевского очень много внимания уделено однодвигательным механизмам для воспроизведения различных кривых, для выполнения математических операций, для регулирования и управления движением, и несомненно меньше содержится сведений о системах с большим числом степеней свободы (многоподвижных механизмах), с большим числом двигателей (особенно параллельным и замкнутым их соединением – многопоточных механизмах). Казалось бы, можно сделать вывод, что в прежних механизмах совмещение функций было определяющим, а в современных определяющим является разделение функций. Но примеры свидетельствуют о еще не исчерпанных возможностях совмещения функций исполнительной и управляющей систем.

Одним из направлений конструирования многоподвижных систем является создание корректирующих механизмов (уточняющих перемещение выходного звена) внутри системы, воспроизводящей основные (грубые) перемещения выходного звена. В известных ранее манипуляторах на основе незамкнутой кинематической цепи корректирующий одноподвижный привод устанавливали либо в каждую пару кинематической цепи последовательно, или параллельно основному приводу. Использовали также следующее решение: в конце кинематической цепи между выходным звеном и рабочим органом устанавливали корректирующий механизм с тем же числом степеней свободы, что и основной механизм.

Структурные схемы многопоточных трехподвижных механизмов также сводятся к трем возможным вариантам (см. рис. 1.15, а, б, в), если не рассматривать системы смешанного соединения в отдельных ветвях и в системе в целом. В схеме на рис. 1.15, а привод микроперемещений D1m (корректирующий привод соединен последовательно с основным приводом D1

ТРЕХПОДВИЖНЫЙ МАНИПУЛЯТОР С КОРРЕКТИРУЮЩИМИ ПРИВОДАМИ

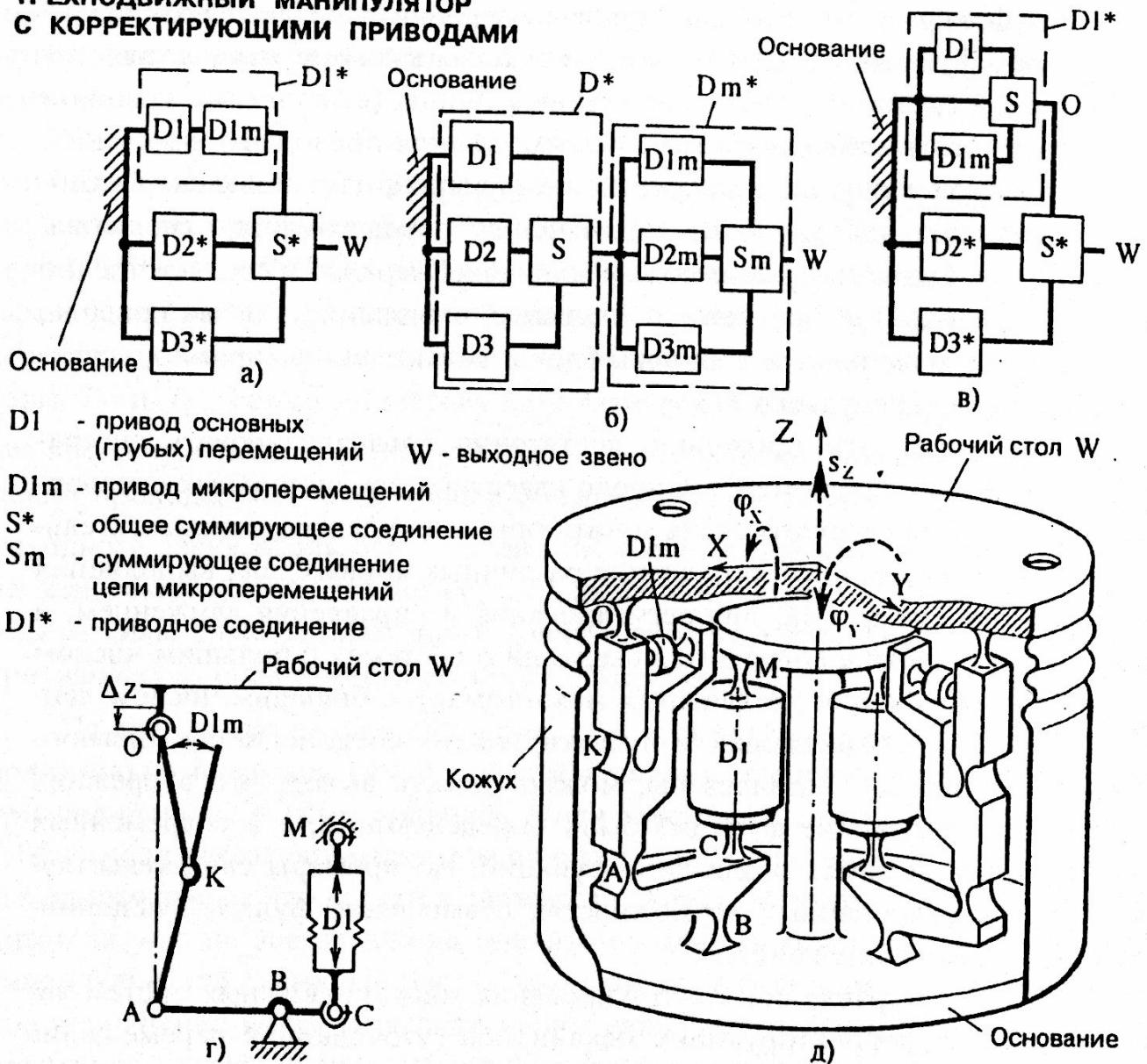


Рис. 1.15

(приводом грубых перемещений)), образуя при этом приводное соединение D1*. Такое решение отличается простотой устройства, но имеет более низкий КПД по сравнению со схемой на рис. 1.15, в. В схеме на рис. 1.15, б последовательно соединены два манипулятора: для грубых перемещений и для микроперемещений. Конструктивно такое решение может быть еще более сложным и не позволяет получить высокий КПД.

Наиболее предпочтительна, на наш взгляд, схема на рис. 1.15, в, в которой каждая ветвь системы имеет параллельно соединенные через суммирующий механизм S, основной привод D1 и привод микроперемещений

$D1m$. Конкретно такая ветвь может быть выполнена достаточно просто – например, см. рис. 1.15, *г* и конструктивное исполнение трехподвижного манипулятора на рис. 1.15, *д*, в котором каждая ветвь выполнена по схеме на рис. 1.15, *г*. В манипуляторе двигатель через рычаг СВА и звенья АК и КО сообщает движение рабочему столу *W*. Здесь так же, как и в схеме на рис. 1.14, *д* использованы упругие кинематические пары. Упругие пары В, А и К эквивалентны одноподвижным врацательным парам, а пары О, С и М эквивалентны двухподвижным сферическим парам (см. на рис. 1.15, *г* пары с теми же обозначениями). В качестве приводов в кинематических цепях могут быть использованы линейные двигатели $D1$ и $D1m$, установленные между рычагом СВА и основанием, звеньями КО и АК. Упругость пар, кроме функций шарниров, обеспечивает также силовое замыкание двигателей, которые могут, например, только раздвигать соединенные с ними звенья. Стягивают, возвращают звенья в исходное положение упругие пары.

Совместное или раздельное включение двигателей, установленных в параллельных ветвях, обеспечивает перемещение s_Z стола *W* вдоль оси *Z* или его повороты ϕ_X и ϕ_Y вокруг осей *X* и *Y* соответственно. Корректирующее движение сообщается двигателем $D1m$. Относительный поворот звеньев АК и КО приводит к изменению длины АО на величину Δz (см. рис. 1.15, *г*), на эту же величину изменяется перемещение центра пары О и соответственно перемещение стола.

Перемычка А и шейка О характеризуются одинаковой изгибной жесткостью, что позволяет исключить возникновение поперечной сдвигающей силы в шейке О. От внешней среды манипулятор защищен кожухом – разделительным уплотнением.

Наибольшее внимание в данной монографии уделено приводным трехподвижным соединениям. Все изложенные для их построения принципы приемлемы и для механизмов с большим числом степеней свободы. Покажем это на примере построения схемы четырехподвижного многопоточного приводного соединения (рис. 1.16). В отличие от схемы на рис. 1.13, *в* выходное звено 2 соединено с основанием не трех-, а четырехподвижной парой и кроме движений на рис. 1.13, *в* может перемещаться вдоль направляющей четырехподвижной пары (рис. 1.16, *а*). Приводы [гидроцилиндры] $D1$, $D2$ и $D3$ выполняют аналогичные функции, что и в схеме на рис. 1.13, *в*, т. е. они способны поворачивать звено 2 вокруг центра С. Добавлен еще один привод [гидроцилиндр] $D4$, который предназначен в ос-

новном для сообщения движения вдоль оси АС звена 2. В положениях, отличных от представленного на рис. 1.16, *а* функции приводов могут перераспределяться и движение звена 2 представляется как результат совместных воздействий приводов.

**ПРИВОДНЫЕ ЧЕТЫРЕХПОДВИЖНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ
(ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В КАЧЕСТВЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ ИЛИ В СОСТАВЕ БОЛЕЕ СЛОЖНЫХ СХЕМ)**

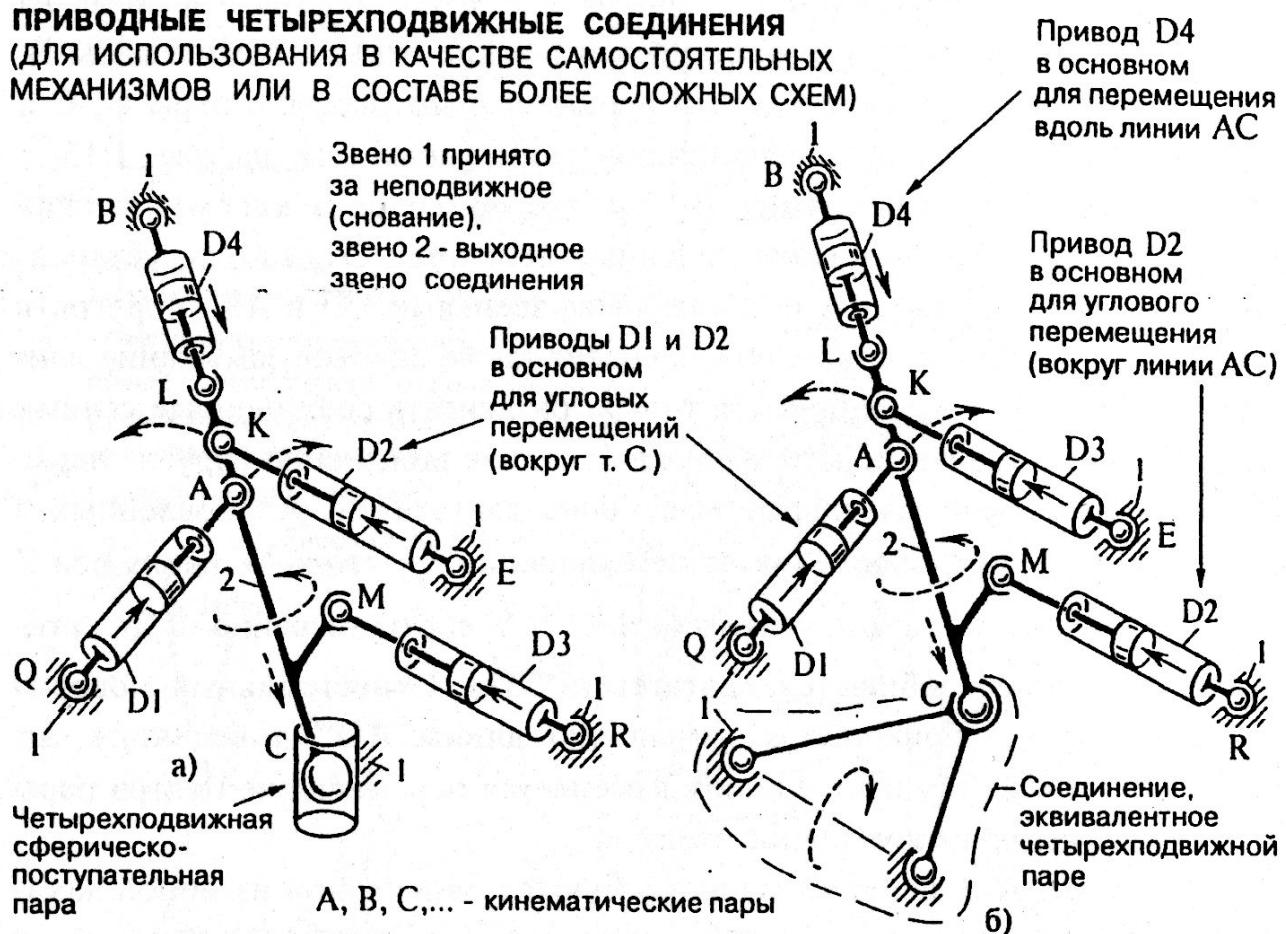


Рис. 1.16

В схеме на рис. 1.16, *б* использовано четырехподвижное соединение, допускающее перемещение точки С звена 2 только по дуге окружности. Для этой же цели можно использовать и другие виды четырехподвижных соединений (см. рис. 1.6).

Пятиподвижное приводное соединение [пятиподвижный манипулятор] можно построить, используя пятиподвижную пару (или ее эквивалентный вариант) и пять приводов. В шестиподвижном приводном соединении каждая из шести ветвей должна обладать шестью степенями свободы, а общее число независимых приводов также должно быть равно шести. Построение таких механизмов изложено в следующем параграфе.

1.6. Приводные шестиподвижные соединения (параллельной структуры)

Переходя к построению сложных многоподвижных соединений, рассмотрим возможности механизмов на основе «Платформы Стюарта» (рис. 1.19). За исходный вариант здесь принято соединение выходного звена платформы/стола) с основанием посредством шести простейших кинематических цепей. Каждая из кинематических цепей должна иметь шесть степеней свободы (без учета «лишних» степеней – возможности вращения штока или цилиндра вокруг собственной оси). Каждая из цепей имеет одну приводную пару, изменяющую расстояние между точками соединения (цепи) с платформой и с основанием. Данная система представляет собой два относительно подвижных тела, соединенных между собой стержнями (нитями, линиями) изменяемой длины l . Фиксированные длины l определяют однозначное относительное положение тел. По существу образована пространственная ферма. Помимо устоявшегося названия «механизм параллельной структуры», данное соединение называют « l -координатной системой» (по А.Ш. Колискору). Изменением одной или нескольких длин l можно изменять относительное положение соединенных тел, то есть можно осуществлять манипулирование выходным звеном в определенном рабочем пространстве.

Нормальное функционирование такого механизма возможно при условиях:

- из всех соединительных линий (нитей, стержней), по крайней мере, три не должны быть параллельны между собой;
- все соединительные линии должны быть расположены не менее, чем в трех непараллельных (и несовпадающих) плоскостях.

Эти условия характеризуют, так называемые, «особые положения», при которых дальнейшее движение либо неопределенно, либо невозможно. В действительности не следует даже приближаться к такому положению на некоторую величину, характеризуемую недопустимыми силами трения (см. параграф 1.1). В то же время при определенных условиях особое положение может быть пройдено по инерции подобно прохождению «мертвой точки» в кривошипно-ползунном механизме.

Наиболее распространенные решения «Платформы Стюарта» даны на рис. 1.17, а и ж. Их применяют, в частности, в тренажерах военных летчиков, а также в некоторых видах технологического оборудования.

Приводы в виде гидроцилиндров или винтовых передач соединены с основанием и выходным звеном сферическими шарнирами. Здесь не должно быть связей, препятствующих нормальному функционированию механизма:

**ПОСТРОЕНИЕ ВАРИАНТОВ МЕХАНИЗМОВ
НА ОСНОВЕ "ПЛАТФОРМЫ СТЮАРТА"**

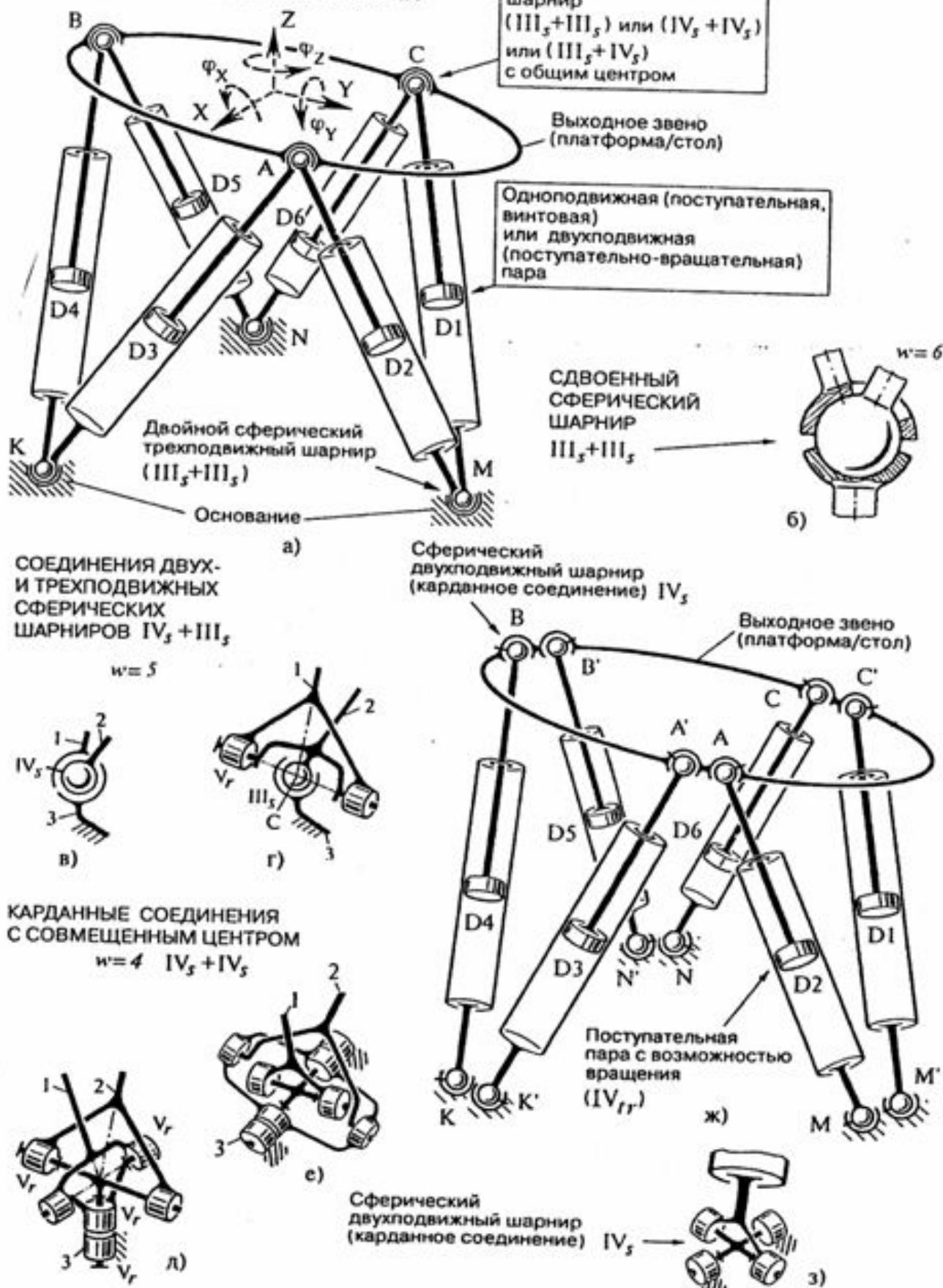


Рис. 1.17

- если приводная пара двухподвижная (допускает независимое линейное перемещение и вращение), то обе соединительные пары [шарниры] могут быть сферическими двухподвижными;
- если приводная пара одноподвижная (в частности, винтовая пара), то одна из соединительных пар должна быть трехподвижной, а другая двухподвижной.

В любом варианте допускается использование в качестве обеих пар трехподвижных сферических шарниров, но при этом следует позаботиться о восприятии [замыкании] на основание реактивного момента гайки или винта (в случае с винтовой парой – см. рис. 1.20, *a, б*). «Лишние» степени свободы в определенных пределах (например, в пределах допустимых деформаций шлангов, подводящих жидкость) с точки зрения энергетических затрат могут быть даже полезными (см. параграф 1.1).

Еще одно соображение, которое принималось во внимание при выборе варианта расположения и соединения звеньев – это простота системы управления. С этих позиций лучшей схемой является представленная на рис. 1.17, *a*, так как в ней положение выходного звена определено положением всего трех точек (*A, B* и *C*). Кстати в любом из рассмотренных механизмов выходное звено должно иметь не меньше трех точек (центров сферических шарниров) звена в пространстве. Причем хотя бы одна из точек должна отстоять от общей линии, которую можно провести через две...пять других точек. Чем больше число точек (сферических опор) образуют замкнутый контур выходного звена, тем более высокую жесткость можно получить, но при этом усложняется управление системой, особенно ее динамическими процессами.

Проще и быстрее можно осуществлять вычисления для схемы с трехточечным описанием выходного звена, в которой положение одной точки определяется тремя приводами, положение второй точки – двумя приводами и положение третьей точки – одним приводом (см., например, рис. 1.21, *a*). Кстати и легче в этом случае обеспечить согласованное включение [разгон] и выключение [торможение] приводов.

В настоящее время данный критерий (простота вычислений) все более утрачивает свое значение в силу непрерывно возрастающих возможностей компьютерной техники. Объем и сложность вычислений (для осуществления манипулирования) в будущем не должны быть определяющими при выборе или построении схемы многоподвижного механизма.

Оценивая схемы на рис. 1.17 – 1.19 по конструктивным критериям при одинаковых манипуляционных возможностях, отмечу, что в схеме на рис. 1.17, *a* конструктивно сложно осуществить двойной сферический шарнир. Примеры возможных решений такого шарнира даны на рис. 1.17, *б, в, г, д*.

**ПОСТРОЕНИЕ ВАРИАНТОВ
МЕХАНИЗМОВ
НА ОСНОВЕ "ПЛАТФОРМЫ
СТЮАРТА"
(С ПРИСОЕДИНЕНИЕМ
ПРИВОДОВ К ВЫХОДНОМУ
ЗВЕНУ В ТРЕХ ТОЧКАХ)**

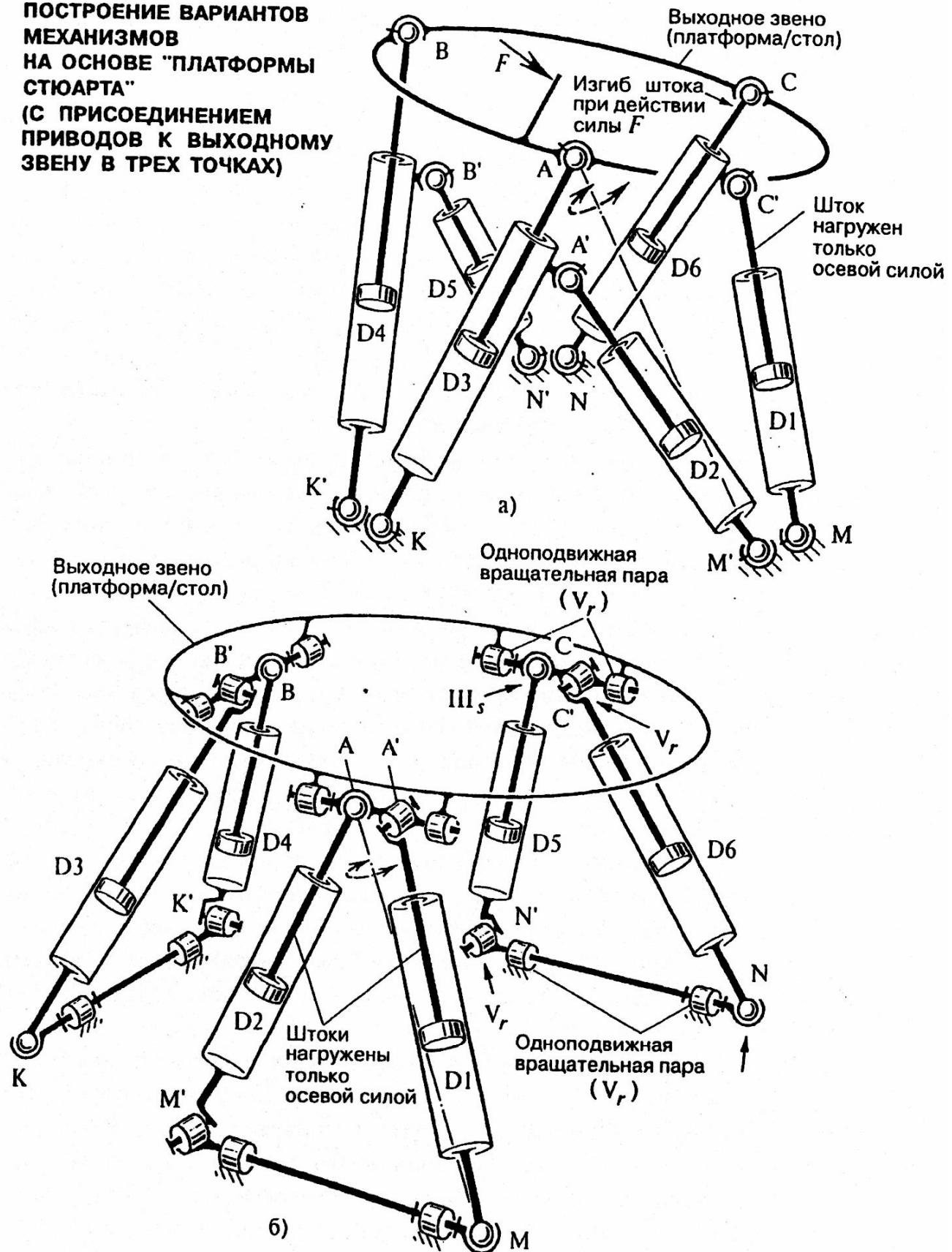


Рис. 1.18

Проще (по сравнению со схемой на рис. 1.17, *а*) конструктивное исполнение на рис. 1.17, *ж*. В нем шарниры В и В', К и К' расположены на некотором расстоянии один от другого. Каждый из шарниров может быть решен в виде шарового соединения или в виде карданного соединения, показанного на рис. 1.17, *з*.

Схема на рис. 1.18, *а* сочетает в себе свойства схем на рис. 1.17, *а* и *ж*, но в ней штоки трех гидроцилиндров из шести подвержены изгибу (и перекосам в направляющем соединении). Лучше все же использовать схемы, в которых шток или винт нагружен только силой вдоль оси. В этом плане специальная конструкция опор в схеме на рис. 1.18, *б* позволяет сочетать свойства схем из рис. 1.17, *а*, *ж* без каких-либо выраженных недостатков: все штоки нагружены только осевой силой, шарниры просты в исполнении.

Схемы на рис. 1.17 и 1.18 имеют приводы, установленные между подвижными звеньями кинематической цепи, т. е. в них не учтена тенденция размещения приводов на основании. Приводы удобнее размещать на основании с точки зрения подвода к ним коммуникаций. Кроме того, не нужно перемещать дополнительные массы, благодаря чему уменьшаются нагрузки на звенья, и может быть снижена виброактивность системы. Возможные варианты таких систем представлены на рис. 1.19, *а* и *в*. Причем в схеме на рис. 1.19, *а* использованы приводы поступательного движения, а в схеме на рис. 1.19, *в* приводы вращательного движения.

В схеме на рис. 1.19, *а* в приводе может иметь место изгиб штока и перекос в поступательной паре, особенно существенный в положении, показанном на рис. 1.19, *б*. Чтобы уменьшить этот недостаток в схеме на рис. 1.19, *а* реализован принцип разделения функций отдельных групп приводов, благодаря чему система функционирует вдали от особых положений, о которых пойдет речь в параграфе 1.7. Второй прием, позволяющий практически исключить данный недостаток, проиллюстрирован на рис. 1.20, *в* и *г*. В них введен дополнительный рычаг, через который передается движущий момент от привода поступательного движения. Но в этом случае привод все же имеет подвижное соединение с основанием.

Наконец, от схемы на рис. 1.19, *а* можно легко перейти к схеме на рис. 1.19, *в*, в которой корпусы приводов закреплены на основании, а рычаг приводится от привода, выполненного, например, в виде электродвигателя с редуктором. На рис. 1.19, *в* видна полная аналогия представленной системы с другим механизмом параллельной структуры. Поворот рычага приводит к изменению расстояния *l*. Таким же образом изменяются отрезки длины и в других кинематических цепях.

**ВАРИАНТЫ НА ОСНОВЕ "ПЛАТФОРМЫ СТЮАРТА"
С ПРИВОДАМИ, РАЗМЕЩЕННЫМИ НА ОСНОВАНИИ**

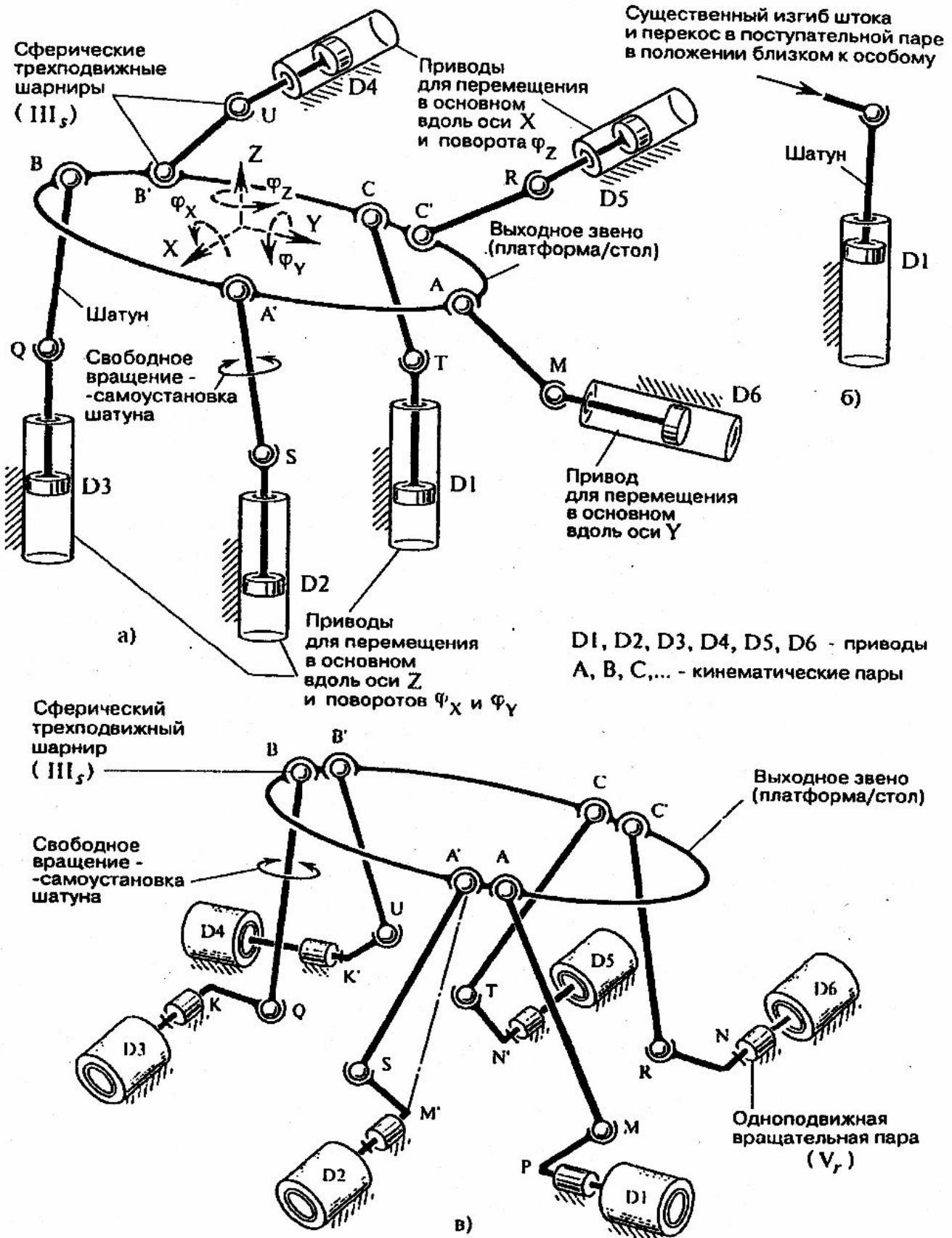


Рис. 1.19

Любая из рассмотренных схем шестиподвижного соединения может быть превращена в схему пяти – ...двухподвижного соединения. Достаточно для этого вместо привода, изменяющего длину l , установить стержень неизменной длины. Если при этом останется пять приводов, то механизм пятиподвижный, если – четыре привода, то механизм четырехподвижный и т.д.

Обязательные условия такого преобразования следующие:

- каждый из стержней в совокупности с парами, образуемыми с выходным звеном и основанием, должен представлять собой кинематическую цель, число степеней которой (без учета «лишних» степеней) не должно быть меньшим заданной подвижности выходного звена;
- число приводов не может быть меньше заданной подвижности;
- для обеспечения заданной ориентации выходного звена необходимо такое приложение реакций и движущихся тел, при котором возможно получение вращающегося момента; для этого, как уже отмечалось, опорные точки выходного звена не должны лежать на одной прямой.

В приведенных схемах на рис. 1.17-1.19, а также в других примерах в качестве приводов поступательного движения показаны гидроцилиндры. Но под таким изображением понимается обобщенное представление приводной пары. Вместо гидроцилиндра может быть использовано любое эквивалентное ему по кинематическим возможностям решение, т.е. способное изменять расстояние l между присоединительными узлами [шарнирами] – (см., например, рис. 1.19, в).

На рис. 1.20 представлены примеры приводов вращательного действия в совокупности с винтовой передачей.

Приводные соединения на рис. 1.20, а, б применимы в механизмах, представленных на рис. 1.17 и 1.18, а приводные соединения на рис. 1.20, в, г могут быть использованы в механизмах, представленных на рис. 1.19.

В схемах на рис. 1.20, а, в винт выполнен не вращающимся, а гайка приводится во вращение от двигателя через зубчатую передачу. В схемах на рис. 1.20, б, г невращающаяся гайка соединена с выходным звеном, а винту сообщается вращательное движение от двигателя с редуктором, соединенным с основанием. В схемах на рис. 1.20, в, г движение выходному звену передается от гайки через рычаг и шатун. Во всех схемах соединения опоры гайки (с выходным звеном) или корпуса двигателя (с основанием) выполнены в виде двухподвижных шарниров, обеспечивающих самоустановку звеньев.

Далее рассмотрим некоторые частные решения приведенных на рис. 1.17-1.19 схем.

Обобщенная структурная схема на рис. 1.21, а представляет собой развитие рассмотренных выше схем. В ней приводы объединены в три ветви: трехпоточную, двухпоточную и однопоточную. Каждая из ветвей задает определенные составляющие движения выходного звена и

При этом данное исполнение может позволить воспроизводить линейные перемещения и ориентацию выходного звена. Вместо каждой из ветвей [кинематических приводных цепей] можно подставить конкретное исполнение трехподвижного приводного соединения D1* или двухподвижного приводного соединения D2*.

ВАРИАНТЫ ПРИСОЕДИНЕНИЯ ПРИВОДА С ВИНТОВОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ К ПЛАТФОРМЕ И ОСНОВАНИЮ

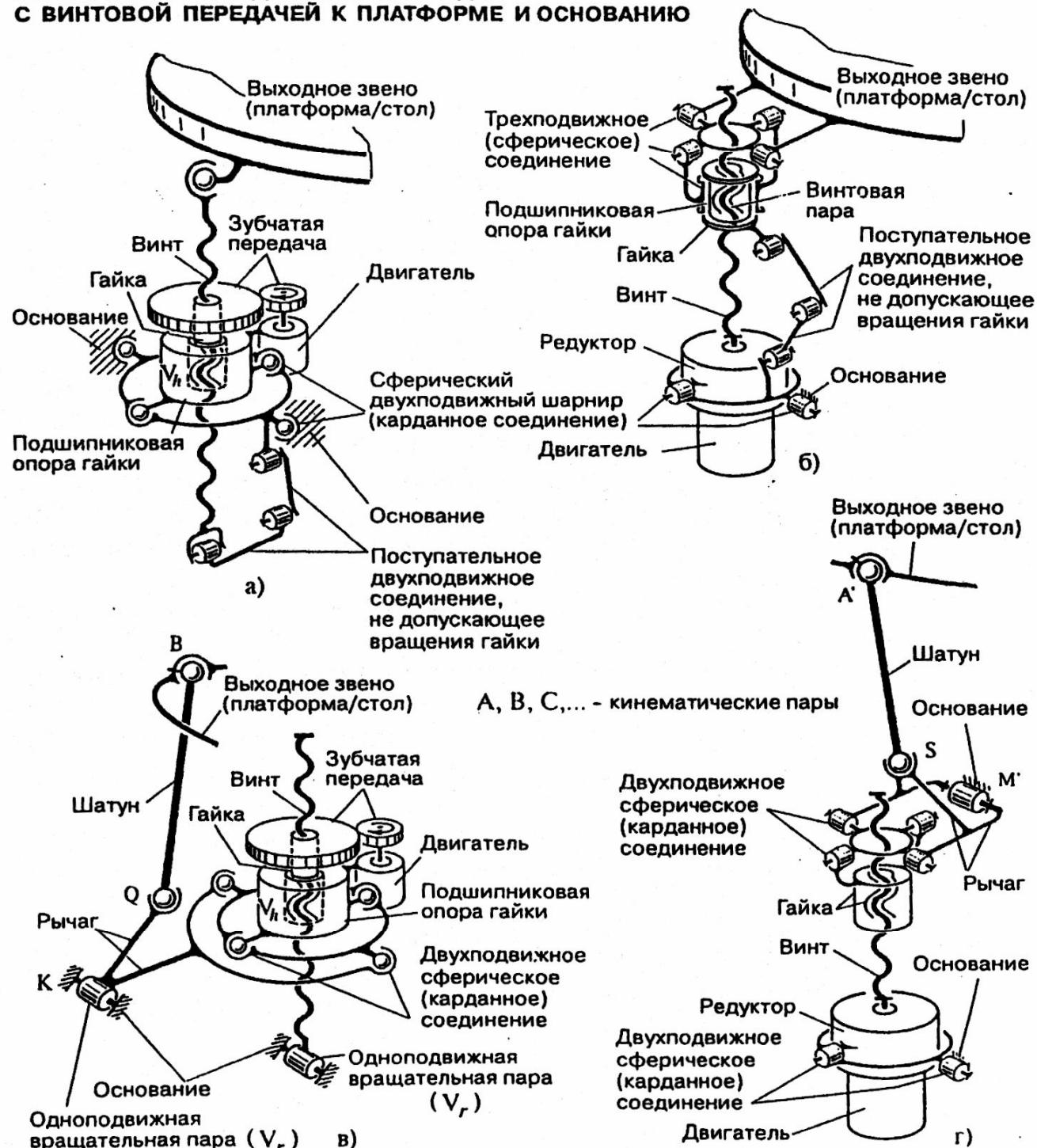


Рис. 1.20

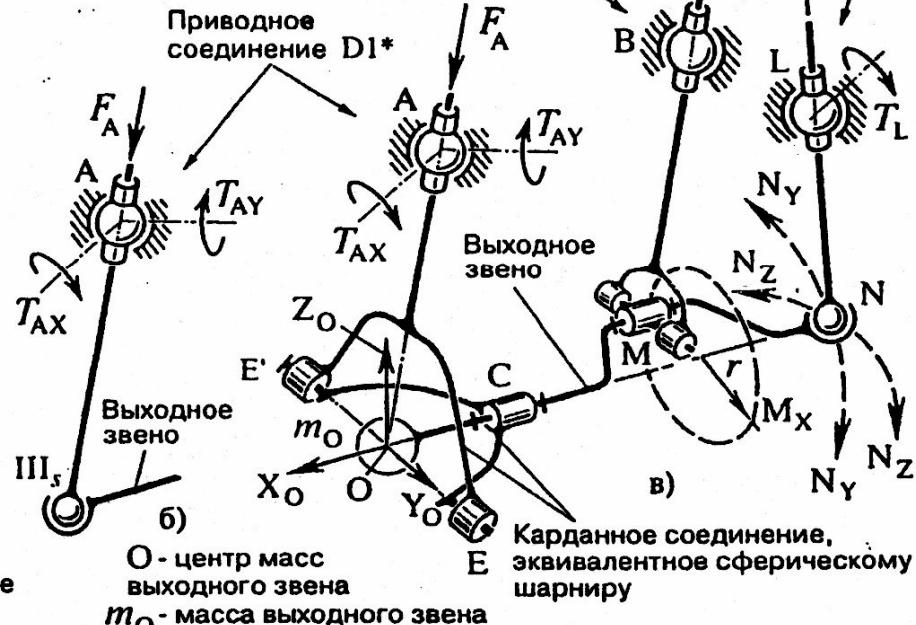
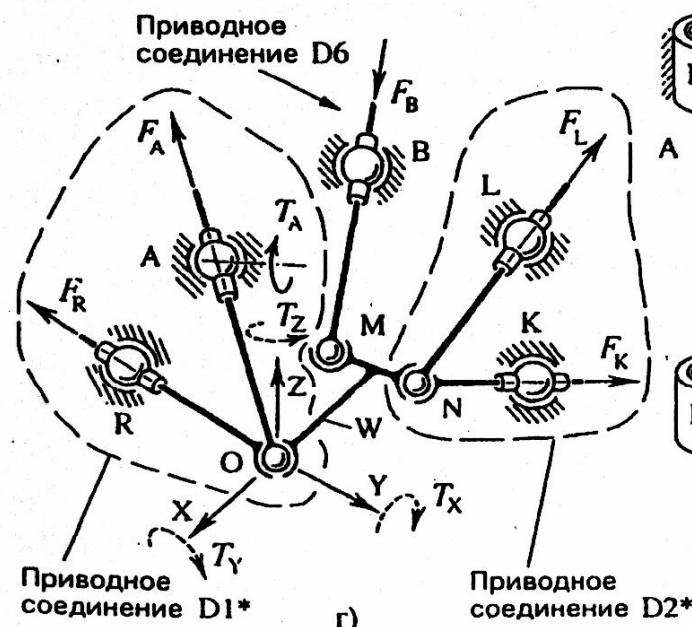
**ШЕСТИПОДВИЖНЫЕ МАНИПУЛЯТОРЫ
С ТРЕМЯ И БОЛЕЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ**



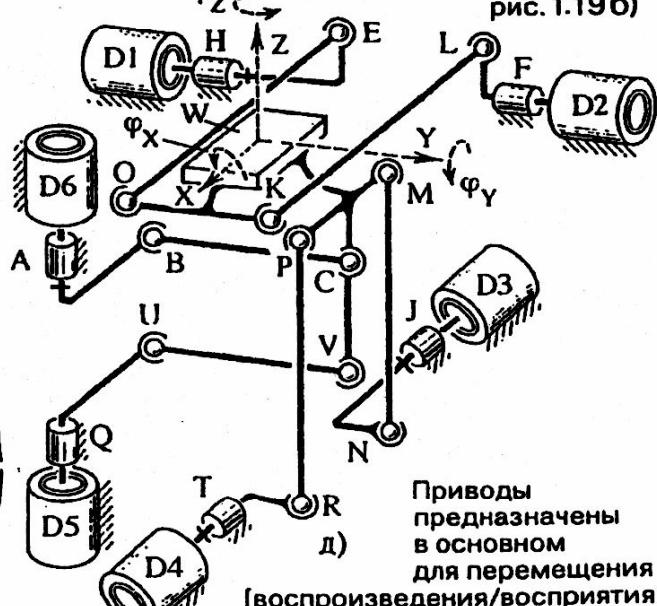
D1*, D2* - приводные соединения
S, S1, S2, S3 - суммирующие соединения

A, B, C, ... - кинематические пары
W - выходное (исполнительное) звено

Вариант с пятью приводами поступательного движения и одним приводом вращательного движения



Вариант с приводами вращательного движения (разновидность схемы на рис. 1.19б)



Приводы предназначены в основном для перемещения вдоль оси X и поворота φ_Z - D1, D2; вдоль оси Z и поворота φ_Y - D3, D4; вдоль оси Y и поворота φ_X - D5, D6.

Рис. 1.21

Схема на рис. 1.21, в представляет собой пример системы, в которой выходное звено СМН обладает шестью степенями свободы. Каждая из трех параллельных ветвей также имеет шесть степеней свободы. Приводы обозначены на схеме стрелками с указанием движущей силы F_A и F_B (поступательные приводные пары) или вращающего момента T_{AX}, T_{AY} и T_L (вращательные приводные пары). Кинематическое соединение АЕС обеспечивает перемещение точки О, в которой, например, расположен центр масс перемещаемого звена m , вдоль осей координат X, Y, Z.

Кинематическая цепь LN обеспечивает перемещение точки N по сферической поверхности с центром в точке О (см. траектории $N_Y N_Y, N_Z N_Z$). Звено СМН можно вращать вокруг оси CN (см. траекторию MM_X с радиусом r), перемещая стержень MB под воздействием силы F_B . Конструктивные решения приводных сферических соединений A, B и L см. на рис. 1.10, 1.11, 1.13, в частности, схему на рис. 1.13, e. Причем в данном случае использованы соответственно трех-, двух- и одноподвижное соединения.

В зависимости от заданных условий можно аналогично использовать, например, все три двухподвижных соединения (при некотором усложнении управления и снижении динамических качеств), можно также аналогично соединять две, четыре, пять или шесть кинематических цепей. То, что в схеме на рис. 1.21, в выходное звено соединено с основанием тремя кинематическими цепями, обусловлено минимально возможным числом стержней для пространственной стержневой конструкции, а выбор составляющих соединений с тремя, двумя и одной степенями свободы продиктован динамической согласованностью работы приводов (приводы соединения A перемещают центр масс в пространстве, а другие приводы поворачивают выходное звено с грузом вокруг центра масс).

В качестве примера иных решений в схеме на рис. 1.21, г при шести степенях свободы использовано пять кинематических цепей, из которых только одна цепь AO имеет два привода, в остальных цепях - по одному приводу. По сравнению со схемой на рис. 1.21, в добавлены цепи KN и RO, чтобы повысить жесткость системы при восприятии внешней нагрузки на выходное звено, например, момента T_Z и сил, направленных вдоль стержней в кинематических цепях KN и RO. При действии только моментов T_X, T_Y и T_Z все стержни механизма работают в основном на сжатие или растяжение.

Схема на рис. 1.21, д представляет собой манипулирующую систему, в которой все приводы D1, D2, ..., D6 вращательного действия, каждый из приводов расположен на основании и соединен с выходным

звеном – рабочим столом W индивидуальной кинематической цепью с шестью степенями свободы (сравни со схемой на рис. 1.19, в). Все кинематические цепи унифицированы – они имеют одно и то же конструктивное исполнение в виде кривошипа (например, AB) и шатуна (например, BC), все шарниры сферические. При попарном размещении осей приводов во взаимно-перпендикулярных плоскостях (в исходном или наиболее нагруженном положении), как показано на схеме, система позволяет воспроизводить раздельно поступательные и вращательные движения.

В данном примере, в частности, решалась задача получения точных поступательных перемещений с коррекцией угловой ориентации рабочего стола. Поступательные движения воспроизводятся только при попарной (одновременное включение приводов $D1$ и $D2$, $D3$ и $D4$, $D5$ и $D6$) и синхронной работе приводов. Причем прямолинейное поступательное движение обеспечивается при попарной работе всех шести приводов. Если включить один, два или три двигателя из разных пар, то можно получить заданное вращательное движение стола W . На всех приведенных режимах предполагается, что ротор двигателя не может свободно вращаться: он либо заторможен, либо специально приводится во вращение. Только при таком условии обеспечивается определенность движения.

Схема на рис. 1.22, в соответствует структурной схеме на рис. 1.21, а. Здесь она приведена, чтобы проследить последовательность шагов при построении конкретного решения, предназначенного для воспроизведения очень малых (несколько мкм) и точных перемещений при сравнительно больших перемещениях приводов..

В рассматриваемой структурной схеме специально выделены суммирующие устройства $S1$, $S2$ и $S3$, имеющие соединения с приводами, основанием и выходным звеном. В основу каждой кинематической цепи положен рычаг с шестью степенями свободы (см. рис. 1.22, в). Каждый из трех рычагов соединен с выходным звеном сферической парой O , а с основанием – тремя вращательными одноподвижными парами A , B и C , оси которых перекрещиваются в пространстве.. Последнее условие необходимо, чтобы получить систему с шестью степенями свободы и тремя приводными парами. Каждая из осей этих пар, соответственно X' , Y' и Z' должна быть параллельна и не совпадать с осями координат X , Y и Z системы с началом в центре сферического шарнира O (см. рис. 1.22, а).

При пересечении хотя бы одной пары какой-либо из осей X' , Y' и Z' число степеней свободы уменьшается. В частном варианте на рис. 1.22, б все три оси $X'Y'Z'$ пересекаются в одной точке O' , а оси X и X' совпадают. Такая кинематическая цепь хотя и имеет шесть степеней свободы, но одна из них «лишняя» – вращение соединительного звена

ШЕСТИПОДВИЖНЫЙ МАНИПУЛЯТОР ДЛЯ МИКРОПЕРЕМЕЩЕНИЙ НА ОСНОВЕ МНОГОПОДВИЖНЫХ УПРУГИХ СОЕДИНЕНИЙ

Общий и частный варианты расположения осей/центров кинематических пар

Присоединение приводной кинематической цепи (общий вариант) к выходному звено

Конструктивное исполнение шестиподвижной кинематической цепи с упругими парами



A, B, C - кинематические пары

W - выходное (исполнительное) звено

X, Y, Z - оси координат

O' - центр промежуточной сферической пары

X', Y', Z' - оси промежуточных кинематических пар

e_x, e_y, e_z - координаты осей/центров кинематических пар

$e_y\varphi_z, e_x\varphi_z, e_z\varphi_y, e_y\varphi_x$ - воспроизводимые линейные перемещения
точки выходного звена (центра сферического шарнира)

$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ - задаваемые угловые перемещения звеньев кинематической цепи

O - центр сферической пары, г)
образованной выходным звеном
и приводной кинематической цепью

Рис. 1.22

вокруг оси OO' которая не может влиять на движение выходного звена или допускать движение вдоль OO'. В таком исполнении получается кинематическая цепь, фактически содержащая одно звено OO' и две сферические трехподвижные пары O и O'.

К каждой кинематической цепи достаточно присоединить не более трех приводов. Для передачи движения использован рычаг, малое плечо которого – расстояние (между осями) e_x, e_y и e_z а большое – расстояние r_x, r_y и r_z . В силу малости перемещения точки O по дугам окружности при углах поворота φ_x, φ_y и φ_z рычага IOA можно считать прямолинейными и равными соответственно $e_y\varphi_x, e_z\varphi_y$ и $e_x\varphi_z$.

Возможны следующие варианты последовательности чередования осей вращательных пар в кинематической цепи по схеме на рис. 1.22, a:

$OX'Y'Z'$, $OY'Z'X'$, $OZ'X'Y'$, $OX'Z'Y'$, $OY'X'Z'$, $OZ'Y'X'$. Для получения шести степеней свободы выходного звена к нему подключают три кинематических цепи с шестью степенями свободы каждая. При этом одна цепь воспроизводит перемещения вдоль осей X_1 , Y_1 и Z_1 , другая – два перемещения вдоль осей Y_2 и Z_2 , и соответствующие этому повороты выходного звена вокруг осей Z_1 и X_1 , а третья – только одно перемещение вдоль оси Z_3 и соответствующий этому поворот вокруг оси Y_1 . Таким образом, одна цепь может приводиться в движение тремя двигателями, вторая – двумя двигателями, а третья только одним двигателем. Поскольку двигатель в кинематической цепи присоединен к среднему звену, т.е. к звену, обладающему тремя степенями свободы, то он должен задавать только движения в одном направлении, не стесняя движения звена в других направлениях или повторять свободные движения. Для этого двигатель может быть, например, соединен с основанием двухподвижной кинематической цепью.

В данном примере использованы двигатели, способные развивать силовое воздействие только в одном направлении (на основе пьезоэлектрика) – без реверсирования силы, но с реверсированием движения. В этом случае необходимо силовое замыкание кинематической цепи в виде упругого звена или дополнительного двигателя. Например, на рис. 1.22, в показано воздействие на рычаг четырех сил F_1 , F_2 , F_3 и F_4 , которое обеспечивает необходимое число приводов (три) и силовое замыкание.

Для точных перемещений или для использования манипулятора в вакууме целесообразно кинематические пары выполнять в виде упругих перемычек, как показано на рис. 1.22, г. Сферическая пара О представлена в виде двух перемычек, расположенных по оси, а каждая из остальных пар А, В, С – в виде перемычки, способной изгибаться и обеспечивать поворот образующих ее жестких элементов вокруг осей X_1 , Y_1 , Z_1 . На рис. 1.22, г показаны смещения осей перемычек e_x , e_y и e_z соответственно. Перемычка А раздвоена и ее элементы размещены симметрично относительно осей Z_1 и X_1 .

1.7. Многоподвижные механизмы (системы) относительного манипулирования

Наиболее ранний и совершенный прототип механизма [системы] относительного манипулирования – система двух рук человека (введение нитки в ушко иголки, натяжение тетивы лука и т.п.). Первым техническим решением в дополнение к рукам человека был гончарный

РАЗДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

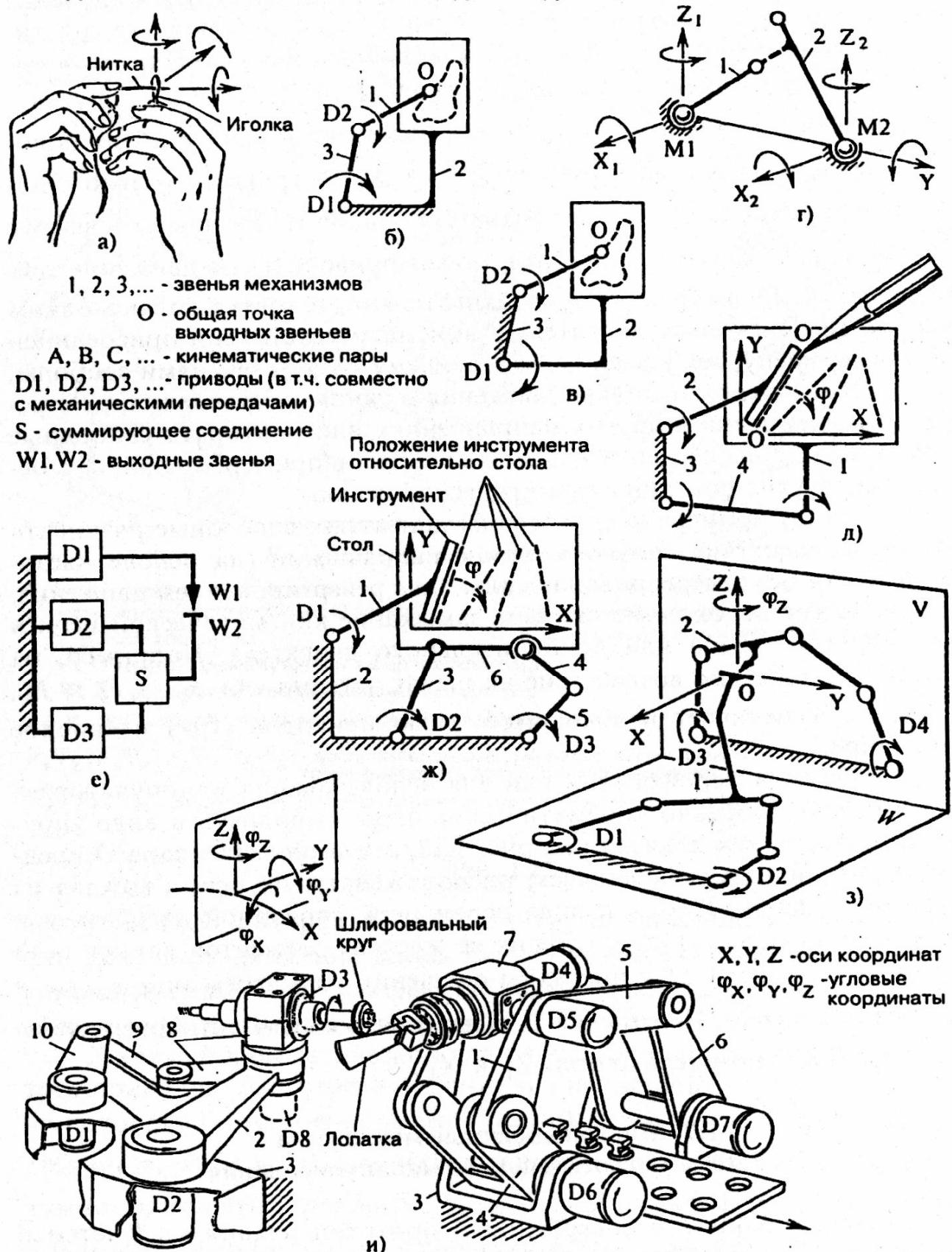


Рис. 1.23

круг. В современной технике механизмы относительного манипулирования применяют в обрабатывающих станках (см., например, рис. 1.24, б, в смесителях и др.).

Системе на рис. 1.23, а присущи минимальные энергетические затраты и максимальная функциональная эффективность (точность, быстродействие и др.) по сравнению с одной рукой, совершающей движения относительно неподвижного тела.

Общий структурный признак системы - наличие двух выходных подвижных звеньев. Общий прием получения системы из механизма с одним выходным звеном (исходного механизма) является инверсия неподвижного звена на выходное звено, а промежуточного подвижного звена на неподвижное. Схема на рис. 1.23, в получена из схемы на рис. 1.23, б инверсией звеньев 2 и 3. При этом возможность воспроизведения траектории точки А в системе координат звена 2 не изменилась.

На рис. 1.23, б, в и на последующих схемах рисунка обозначены: 3 – основание [стойка]; 1, 2 – выходные звенья; дуговые стрелки на звеньях – приводы или угловые перемещения.

Для структурного синтеза механизма могут быть использованы и другие примеры функционального преобразования схемы. Например, одни перемещения можно воспроизводить в одном известном механизме, другие перемещения в другом механизме. На рис. 1.23, г в частности, показаны два сферических манипулирующих механизма, которые способны воспроизводить относительные перемещения.

Синтез механизмов относительного манипулирования проводится с учетом следующих условий их существования и частных свойств:

1. Минимальное число степеней свободы механизма равно двум, а минимальное число независимых относительных перемещений выходных звеньев равно единице. Максимальное число степеней свободы механизма ограничено лишь техническими возможностями, а максимальное число независимых относительных перемещений равно шести.

2. Число независимых относительных перемещений выходных звеньев равно числу независимых перемещений в исходном механизме с одним выходным звеном (см. рис. 1.23, б, в).

3. Число независимых относительных перемещений равно сумме независимых перемещений обоих звеньев за вычетом дублирующих перемещений. Например, на рис. 1.23, г представлен механизм, у которого каждое из выходных звеньев 1 и 2 характеризуется тремя независимыми угловыми перемещениями, но в целом механизм имеет пять независимых относительных перемещений. Чтобы в этом убедиться достаточно неподвижно соединить между собой выходные звенья и проверить, возможно ли при этом их совместное движение. В данном примере оно возможно вокруг оси Y.

4. Кинематическая цепь выходного звена может иметь всего одно подвижное звено, образующее со стойкой кинематическую пару. При

этом, если пара одноподвижная, то механизм может иметь только одну такую кинематическую цепь. Возможны различные варианты сочетания двух выходных звеньев, каждое из которых образует с основанием кинематическую пару или эквивалентное кинематическое соединение.

5. Выходные звенья могут иметь общую кинематическую пару. При этом если эта пара одноподвижная, то число независимых относительных перемещений равно единице, если пара двухподвижная, то это число равно двум и т.д. Возможно также такое замыкание кинематических цепей выходных звеньев, при котором имитируется их соединение через кинематическую пару, например, при формообразовании зубьев методом обкатывания.

6. Выходные звенья по признаку воспроизведимого движения совершенно равнозначны, хотя по другим признакам, например, возможности размещения на выходном звене тяжелого оборудования, они могут быть существенно различны. Равнозначность очевидна, например, из рассмотрения рис. 1.23, д. Три подвижных звена 1, 2 и 4 образуют механизм который воспроизводит траекторию точки О и ориентацию линии ОО' (поворот ϕ) в системе координат XY, неподвижно соединенной со звеном 1 или со звеном 2.

7. Плоский механизм с двумя-тремя независимыми относительными перемещениями может быть представлен в виде системы двух плоских кинематических цепей механизмов в совпадающих или параллельных плоскостях, с числом степеней свободы 1+1 или 1+2 (рис. 1.23, ж). На рис. 1.23, ж в отличие от рис. 1.23, д одна из составляющих кинематических цепей – замкнутая (звенья 1-4-3-5-6). Последствием этого является плоский пятизвенный механизм с двумя степенями свободы. Функциональные свойства схем на рис. 1.23, ж, д одинаковы.

8. Пространственный механизм с двумя-пятью независимыми перемещениями может быть представлен в виде системы двух плоских механизмов в непараллельных плоскостях V и W (рис. 1.23, з), причем каждая из составляющих цепей обладает одной, двумя или тремя степенями свободы при выполнении условия по п.3. Независимое вращение вокруг линии пересечения V и W не воспроизводится. На рис. 1.23, з два плоских пятизвенных замкнутых механизма (каждый с двумя степенями свободы) образуют систему с выходными звеньями 1 и 2. Можно представить следующие независимые перемещения: точка О звена 2 перемещается в системе координат YZ, а звено 1 перемещается вдоль оси Z и поворачивается (см. φ_Z) вокруг оси Z, что в соответствии с п. 3 позволяет иметь четыре независимых относительных перемещения. Линейное перемещение точки звена 1 и его поворот вокруг оси взаимозависимы, так же как и линейное перемещение точки звена 2 и его поворот вокруг оси X. Вращение вокруг оси Y в данном примере воспроизвести невозможно.

9. Пространственный механизм с числом независимых перемещений равным шести может быть представлен в виде системы двух механизмов, из которых хотя бы один механизм пространственный (см. рис. 1.25, г).

10. Синтез механизмов [систем] относительного манипулирования, наряду с приемами разделения функций и инверсии подвижного и не-подвижного звеньев, может быть осуществлен путем использования обобщенных структурных схем.

На рис. 1.23, е и рис. 1.25, в представлены примеры таких систем. Они представляют собой совокупность блоков, обозначенных D, S, G, вместо каждого из которых может быть подставлен привод (в том числе с передаточным механизмом) D, суммирующий S или передаточный G механизм. Частные варианты, построенные по схемам на рис. 1.23, е и на рис. 1.25, в, даны на рис. 1.23, ж и рис. 1.25, г. Обращаю внимание, что в приведенных схемах все приводы (за исключением D1 на рис. 1.25, г) непосредственно замкнуты на основание.

11. При выборе схемы из числа возможных предпочтение следует отдавать решениям на основе замкнутых кинематических цепей с вращательными парами и с приводами, расположенными на основании. По отношению к традиционным решениям (рис. 1.24, б), построенным на основе незамкнутых кинематических цепей (рис. 4.24, а) с использованием поступательных пар и приводов на подвижных звеньях, рекомендуемые системы могут иметь широкие функциональные возможности и характеризоваться меньшей массой и более высоким КПД. Кроме того проще решается задача токопровода (электроэнергии) или подачи жидкости под давлением.

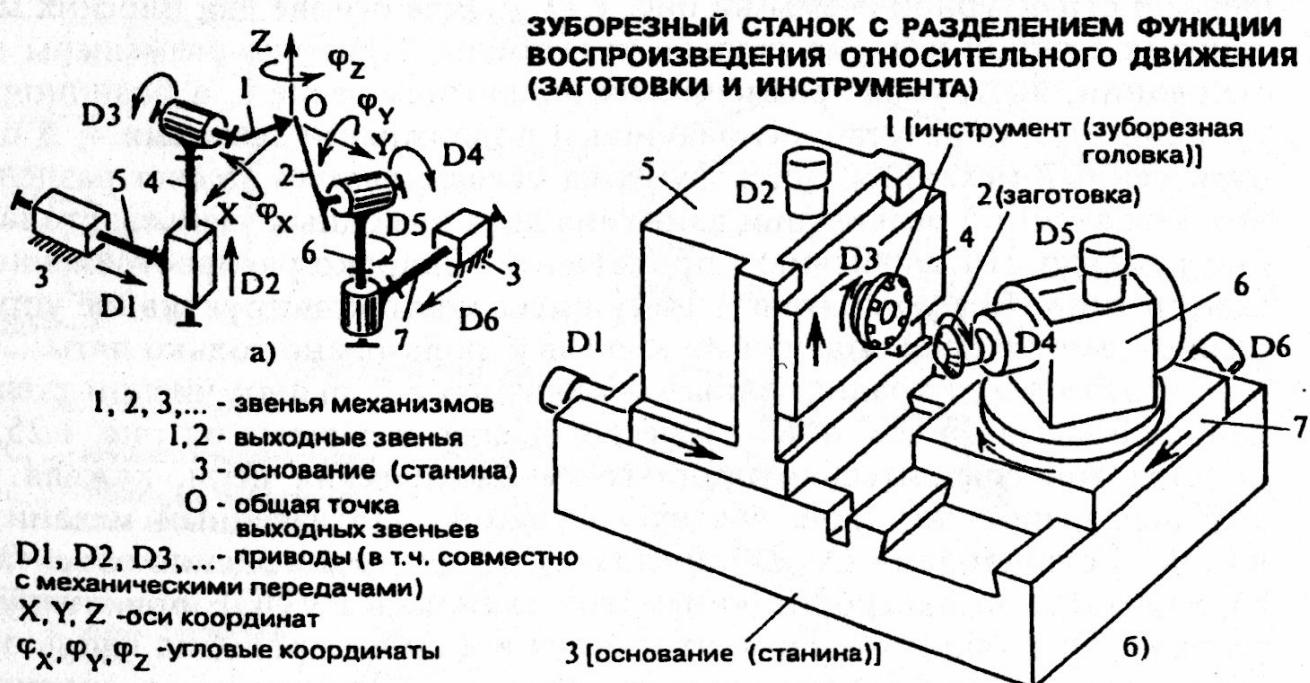


Рис. 1.24

Механизмы относительного манипулирования могут обеспечить высокую точность воспроизведимых движений и высокое быстродействие. Их можно использовать для осуществления технологические процессов обработки или сборки изделий, обладающих небольшой массой. На рис. 1.23, *и* – один из вариантов механизма станка для шлифования лопатки газотурбинного двигателя. Механизм обладает семью степенями свободы. Седьмая степень характеризует вращение шлифовального круга. В основе механизма две замкнутых кинематических цепи (первая цепь 3-2-8-9-10 и вторая цепь 3-4-1-5-6), расположенные во взаимоперпендикулярных плоскостях. Каждая из цепей имеет по два двигателя D1, D2 и D6, D7 размещенных на основании 3.

Двигатели D3, D4, D5 размещены на подвижных звеньях. Вторая кинематическая цепь позволяет захватывать лопатку, размещенную в перемещаемой палете, и манипулировать относительно перемещаемого шлифовального круга.

В данной схеме возможен вариант незамкнутого исполнения первой кинематической цепи в виде звена 2 с размещенным на нем приводом звена 8.

На рис. 1.23, *и* слева вверху показана система независимых компонентов воспроизводимого движения. Первая цепь воспроизводит компоненты X и ϕ_Z , а вторая цепь – перемещения в осях координат YZ и вращательные движения ϕ_X и ϕ_Y .

Схема на рис. 1.23, *ж* также может быть использована в технологическом оборудовании. Как уже отмечалось, она получена из обобщенной структурной схемы на рис. 1.23, *е*. В ее основе два плоских механизма с одной и двумя степенями свободы. Приводы размещены на основании, инструмент размещен на подвижном звене 1, а позиционирующий стол образует с основанием и подвижными звеньями 4, 5 и 3 пятизвенный механизм. Здесь функция осуществляется за счет раздельной независимой реализации движения двух выходных звеньев: стола и инструмента. По сравнению с прототипом – широко распространенной схемой типа «Skara» см. рис. 1.14, *а*, имеет место конструктивное упрощение – вместо семи подвижных звеньев использовано только пять.

В отличие от традиционных механизмов с большим числом степеней свободы и общей кинематической целью в системе на рис. 1.25, *г* имеется три сравнительно простых кинематических цепи, каждая из которых выполняет свою частную функцию. Пятизвенный механизм KLOMN с приводами D2, D3 предназначен для перемещения объекта в горизонтальной плоскости, кинематическая цепь FVUQE ориентирует зеркала 1 и 2 таким образом, чтобы луч все время проходил вдоль оси объектива, привод D1 перемещает объектив вертикально, а сферический механизм ABCRST с приводами D4, D5 обеспечивает поворот изделия вокруг горизонтальных осей координат. Полученная система,

МНОГОПОТОЧНЫЕ СИСТЕМЫ МАНИПУЛИРОВАНИЯ ЛАЗЕРНЫМ ЛУЧОМ

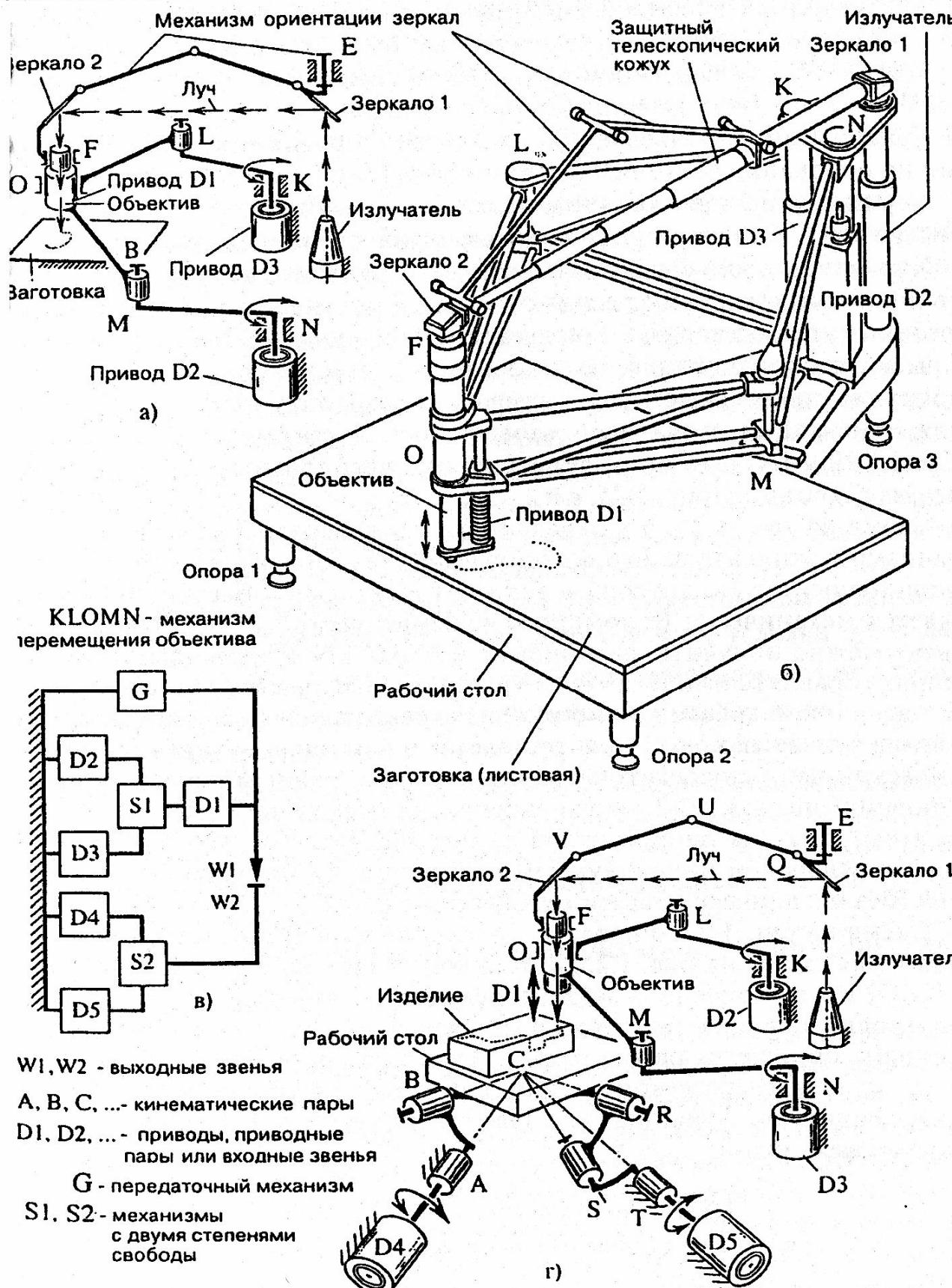


Рис. 1.25

например, может обеспечить лазерную обработку изделия произвольной конфигурации с направлением луча под любым углом по отношению к изделию. Преимущества очевидны: более высокий КПД благодаря малому числу перегибов (отражений) луча; более высокая достигаемая точность позиционирования благодаря простым и более жестким механизмам параллельной структуры с приводами, расположеными на основании (механизмы полностью разгружены от сил тяжести, сил инерции приводов и реактивных моментов). Имеются и другие достоинства данной схемы, продиктованные конкретным ее применением.

Характерно, что механизмы [системы] относительного манипулирования могут компоноваться из отдельных механизмов, которые сами по себе могут представлять завершенные (автономные) решения технологического оборудования. Схема на рис. 1.25, а использована при неподвижном столе, на котором размещают заготовку. А если для изменения ориентации стола использовать любой сферический механизм (см. рис. 1.10 и 1.11), то получается система, воспроизводящая функции, присущие схемам на рис. 1.25, в и г.

Схема на рис. 1.25, а в отдельности также может быть отнесена к механизмам относительного манипулирования: ориентация зеркал 1 и 2 (одно относительно другого, а также относительно объектива) осуществляется механически (с помощью кинематической цепи). Тот же результат можно получить, расположив в парах Е и F приводы, и согласованно управлять ими. Кстати, в традиционных решениях на рис. 1.24, б согласованное вращение инструмента и заготовки [для имитации зацепления зубчатых колес] осуществляется с помощью внутренней кинематической цепи с передаточным отношением, равным передаточному отношению звеньев станочного зацепления (между заготовкой и инструментом), хотя на данном этапе проще задавать согласованные движения управлением индивидуальными приводами инструмента и заготовки (без механической связи между приводами).

Схема на рис. 1.25, б представляет собой вариант конструктивного исполнения схемы на рис. 1.25, а. Каждое из звеньев плоского механизма KLOMN выполнено в виде пространственной фермы, в которой использованы трубчатые стержни из легкого сплава. Стол и основание механизма опираются на три регулируемые опоры. С целью безопасности луч огражден телескопическим кожухом. Элементы кожуха несут только защитную функцию; эти элементы сдвигаются и раздвигаются звенями механизма.

1.8. Конструирование механизмов с учетом силового взаимодействия звеньев

В самом начале выбора схемы и конструктивных решений можно предсказать получение тех или иных качеств по тому, как предполагается

направлять силы в кинематических парах и соединениях, и каким образом предполагается их замыкать в пространстве. Речь идет о направлении силы в месте сопряжения тел по отношению к направлению перемещения (скорости), в том числе, обусловленного деформированием сопряженных тел, а также о количестве и расположении кинематических пар, соединений, деформируемых звеньев в контуре замыкания сил - контуре, обеспечивающем равновесие рассматриваемой системы.

В этой связи, пожалуй, одним из самых важных параметров механического взаимодействия звеньев является угол давления – угол между направлением силы давления на данное звено (для которого определяют угол давления) со стороны другого звена и вектором скорости точки (принадлежащей данному звену) приложения этой силы. Другими словами: угол давления определяют движущей силой и направлением перемещения, вызываемого этой силой. Чем меньше данный угол, тем меньше нагружены подвижные соединения и меньше потери на трение, а чем меньше нагружены подвижные и неподвижные соединения, а также образующие их звенья, тем более благоприятны условия прочности, износостойкости и других критерии работоспособности. В то же время при малых углах давления проблематично получить существенное преобразование (увеличение) сил для преодоления рабочего сопротивления. При существенном увеличении угла давления КПД уменьшается, а при определенном условии (угол давления $\alpha > 90^\circ - \rho$, где ρ – угол трения) наступает самоторможение – сколько бы мы не увеличивали движущую силу, движение невозможно.

Можно считать, что с учетом трения угол давления α_f уменьшается или увеличивается на угол трения – угол между вектором реальной (с учетом трения) силы и нормалью в точке контакта взаимодействующих звеньев. Вектор реальной силы давления (на данное звено) отклоняется в сторону, противоположную вектору скорости скольжения точки, принадлежащей данному звену.

При таком определении угла давления α_f (с учетом трения) движение возможно только при условии $\alpha_f < 90^\circ$.

Вторая не менее важная характеристика – это система замыкания сил – замкнутая цепь звеньев и соединений, нагруженных данной силой и силами ее уравновешивающими. Кстати, замыкание может осуществляться не только через твердые, но и через жидкые и газообразные тела, а также через магнитное поле. Благоприятные условия для конструкции создаются при кратчайшем замыкании сил системы в целом либо каждой из ветвей контура замыкания сил на практически недеформируемое основание или фундамент. Это очевидно – чем меньше соединений и деформируемых звеньев (при учете их геометрической конфигурации), тем выше КПД, выше точность воспроизводимых движений, меньше вибрации и т.п.

УГЛЫ ДАВЛЕНИЯ И ПРИЕМЫ ИХ УМЕНЬШЕНИЯ

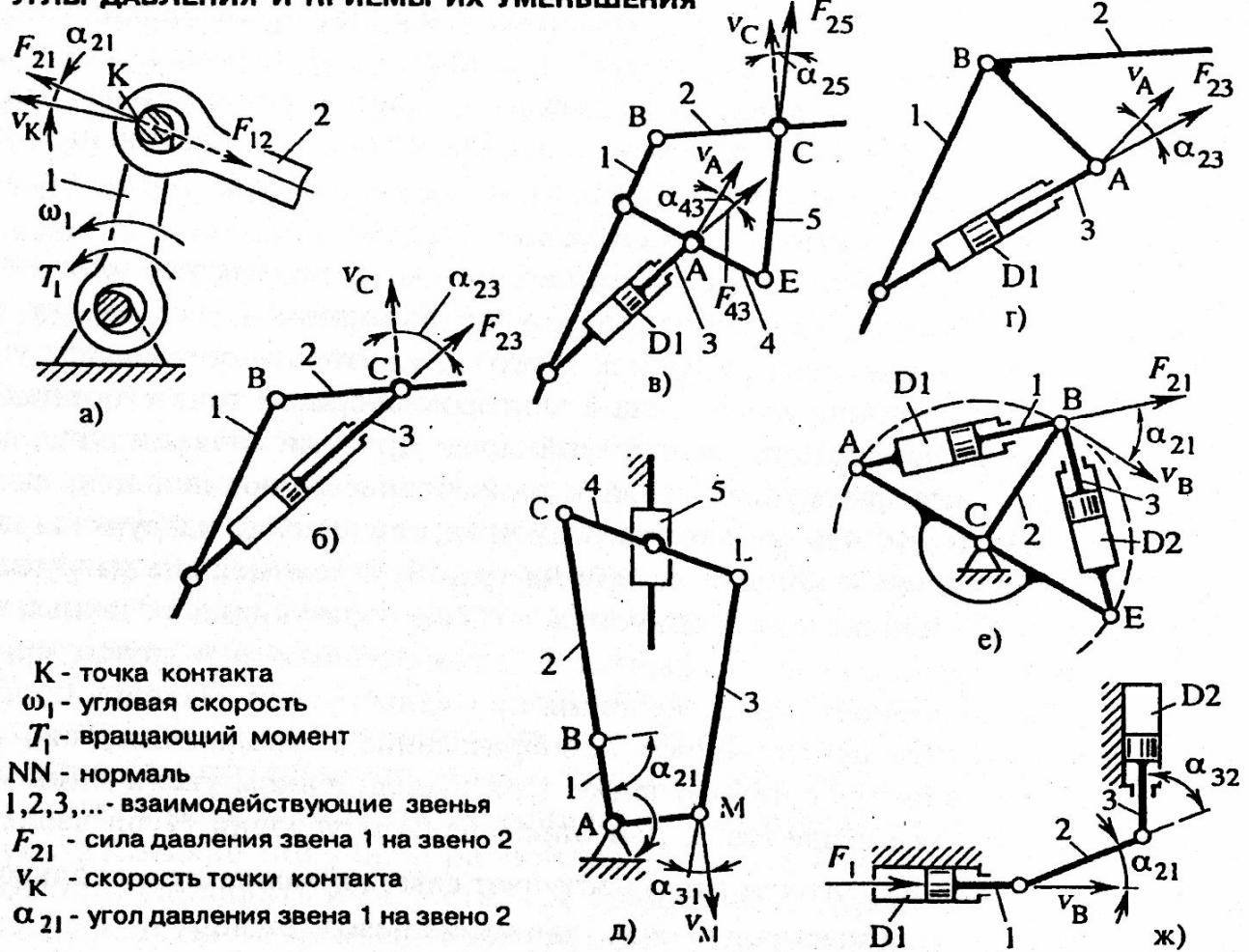


Рис. 1.26

В шарнирных и рычажных механизмах для определения угла давления шарнир рассматривают с учетом зазоров и с контактом взаимодействующих звеньев в точке. В приработанном шарнире в данной точке будет приложена равнодействующая сила распределенного по поверхности давления.

На рис. 1.26, а точка контакта К перемещается со скоростью v_K . Угол α_{21} между силой F_{21} и вектором скорости v_K – угол давления на звено 2 со стороны звена 1 при показанных направлениях момента T_1 и угловой скорости ω_1 .

Неблагоприятным явлением, при котором $\alpha = 90^\circ$, является особое положение механизма (см. рис. 1.27, а, б, в) и его разновидность – мертвое положение механизма (чаще употребляется выражение «мертвая точка»). Обеспечение функционирования механизма как при $\alpha = 90^\circ$, так и в зоне, близкой к этому значению (в зоне самоторможения), требует специальных решений, отдельные из которых приведены ниже. Кроме того, существуют специальные приемы, как по уменьшению угла давления, так и по уменьшению трения при больших углах давления.

Если, например, требуется обеспечить относительный поворот звеньев 1 и 2 (рис. 1.26, б) с помощью гидроцилиндра D1, не следует устанавливать его между звеньями 1 и 2 непосредственно (см. угол давления α_{23} в точке С), а нужно ввести дополнительную группу звеньев 4, 5 с шарниром Е, образующую со звеньями 1 и 2 замкнутый контур (рис. 1.26, в). Такое соединение позволяет получить малые значения угла давления α_{43} .

Даже если звенья 1 и 2 вытянутся в одну линию, движение будет осуществляться при допустимом угле давления. Другой вариант представлен на рис. 1.26, г. В нем изменена конфигурация звена 2. Оно дополнено плечом рычага АВ. В любом случае следует стремиться, чтобы плечо действия силы F_{23} относительно центра шарнира В, соединяющего звенья 1 и 2, было наибольшим.

Известны приемы уменьшения угла давления за счет использования параллельных кинематических цепей при одном приводе (рис. 1.26, д) или за счет введения дополнительного привода (рис. 1.26, е и ж).

В схеме на рис. 1.26, д кривошип 1 соединен с ползуном 5 двумя параллельными кинематическими цепями. Шатуны 2 и 3 соединены между собой и с ползуном 5 с помощью рычага 4. По сравнению с широко распространенным кривошипно-ползунным механизмом здесь угол давления в одной из кинематических цепей всегда меньше 45° . Рычаг 4 необходим для перераспределения нагрузки между кинематическими цепями.

В механизме поворота платформы 2 (рис. 1.26, е) использованы гидроцилиндры D1 и D2 установленные таким образом, что центры шарниров А, В и Е расположены на окружности с центром в точке С, а центры шарниров А, С и Е лежат на одной прямой. В этом механизме гидроцилиндр D1 работает при значениях угла давления α_{21} , не превышающих 45° . При достижении данного значения включается в работу гидроцилиндр D2. При этом угол давления также не превысит 45° .

В двухползунном механизме испытательного стенда (рис. 1.26, ж) при показанных направлениях силы и скорости углы давления взаимозависимы: угол α_{21} изменяется от 0° до 90° , в то же время угол α_{32} изменяется от 90° до 0° . Даже при незначительной силе сопротивления звено 2 при большом угле α_{32} перекаивается, и создается дополнительное сопротивление сил трения. При использовании двух гидроцилиндров D1 и D2, приводящих в движение звенья 1 и 2, в данном механизме можно так согласовать их работу, что углы давления могут быть малы при нагрузке, приложенной к звену 2.

Особое положение механизма, определение которого дано выше, характеризует расположение звеньев, при котором нарушается структура, предусмотренная функционированием механизма. Нарушение структуры

заключается в исчезновении некоторых степеней свободы (рис. 1.27, *a*) или появление неуправляемой подвижности (рис. 1.27, *b*). В первом случае движение вдоль линии ABC невозможно, а во втором случае нарушается определенность движения. Особое положение обычно вредное явление, но иногда его используют для придания системе в рабочем (статическом) положении большей жесткости (рис. 1.27, *ж*).

Для незамкнутых кинематических цепей манипуляторов особое положение наступает, когда оси трех вращательных пар A, B и C попадут в одну плоскость (рис. 1.27, *a*). Одноконтурный механизм (см. рис. 1.27, *б*) попадает в особое положение, когда ось звена BC пересечет ось пары E (см. точку E'). При этом в парах B и C будет иметь место мгновенная подвижность, а пара A будет находиться в запертом состоянии.

Движение механизма с учетом трения невозможно и вблизи особого положения, если не предусмотрено его прохождения «схому» за счет инерции звеньев (кстати, такой прием широко используют, например, в механизмах двигателей внутреннего сгорания). Здесь же речь идет о режимах функционирования, близких к статическому режиму, когда силы инерции не имеют решающего значения.

На рис. 1.27, *в*, *г* даны особые положения сферического механизма, рассмотренного в параграфе 1.5 (рис. 1.13, *в*). При расположении точек R, M, C, A, K в одной плоскости невозможно воздействием в направлении F_{13} повернуть звено 1 в направлении ϕ_Y (рис. 1.27, *в*). В то же время достаточно приложить к звено 1 незначительную нагрузку (в направлении вектора v), как это звено начнет двигаться, и гидроцилиндр D3 не может его удержать в обозначенной плоскости.

На рис. 1.27, *г* показано особое положение для гидроцилиндра D2, когда его ось совпадает с осью СК. Здесь обозначена также зона положений, при которых, как бы не велико было бы воздействие гидропривода D2, перемещения в направлении v_K добиться невозможно.

В примере на рис. 1.27, *д*, *е* платформа 2 удерживается или движется с помощью гидроцилиндров D1 и D2. Пока угол давления α меньше 90° силы со стороны гидроцилиндров воспринимают силу сопротивления F_W . Когда $\alpha = 90^\circ$ (точки A, B, C и E лежат на одной прямой), движение возможно только вниз под действием F_W . С помощью гидроцилиндров начать поднимать или удерживать платформу невозможно даже в положениях, близких к положению на рис. 1.27, *д*, поскольку силы, действующие на гидроцилиндры, резко возрастают, а кроме того может наступить самоторможение (центры шарниров A, B, C и E еще не лежат на прямой линии AE, а силы с учетом трения направлены горизонтально). Для данного механизма существует еще множество особых положений: в любом из положений, когда

ОСОБЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ПРИЕМЫ ИХ УСТРАНЕНИЯ (ВЫХОДА ИЗ НИХ)

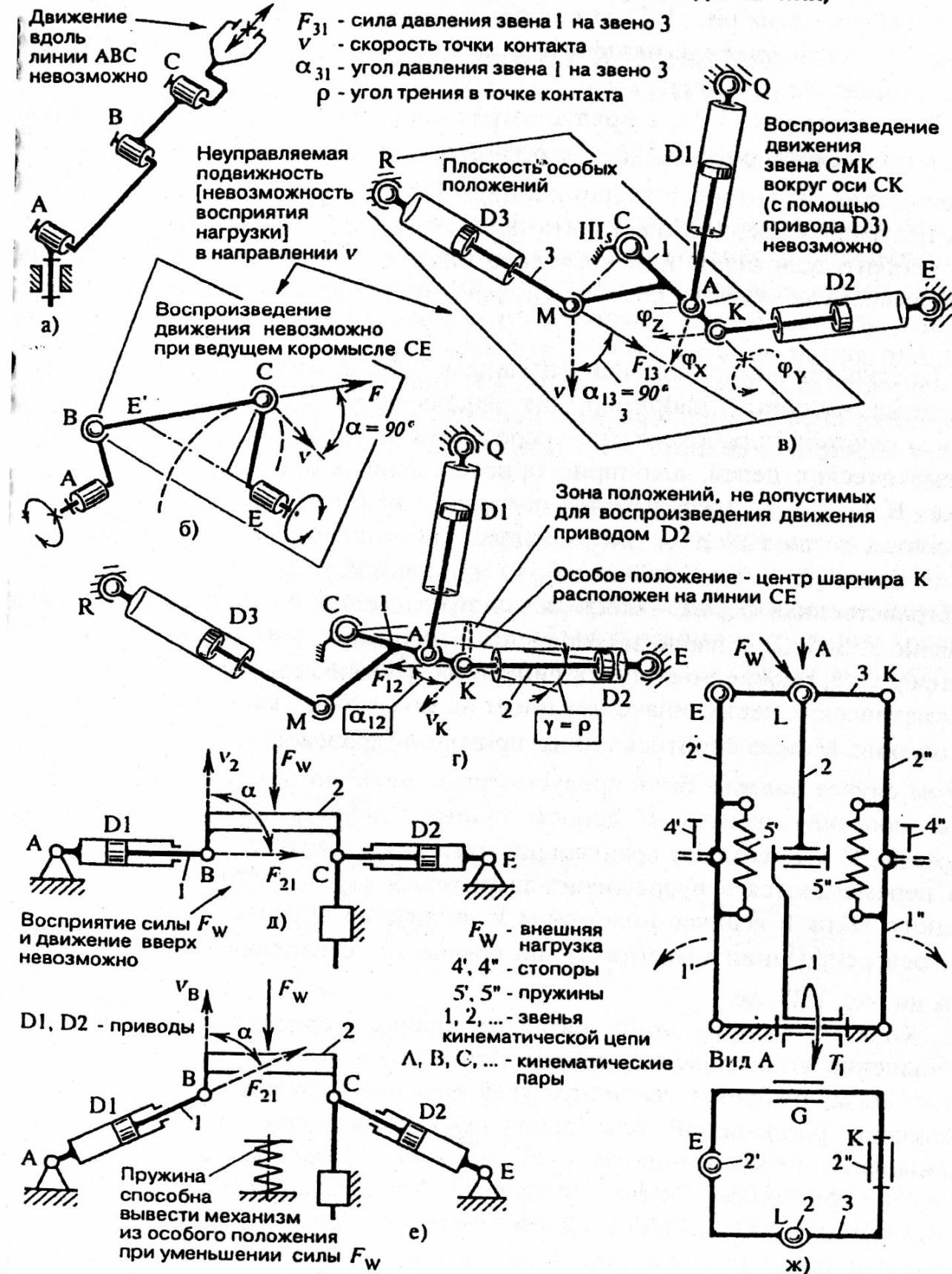


Рис. 1.27

только точки А, В и С лежат на одной прямой, гидроцилиндр D1 выключается из работы. А на рис. 1.27, д показан только частный случай при горизонтальном расположении платформы, из которого не способен вывести и гидроцилиндр D2.

В схеме на рис. 1.27, е предусмотрена пружина, которая может сжиматься под действием силы F_W и ограничивает перемещение платформы до положения, из которого гидроцилиндры D1 и D2 еще способны перемещать платформу вверх. Может быть предусмотрено опускание платформы и до особого положения или несколько ниже его, но тогда пружина способна вывести механизм из особого положения только при снятии нагрузки F_W .

Поступательно-прямодинейный направляющий механизм на рис. 1.27, жс (предназначенный, например, для выдвижения и удержания в определенном положении рабочего стола) составлен из нескольких параллельных кинематических цепей, шарнирно присоединенных к выходному звену в точках Е, Г, К и Л. Здесь рабочее положение является как раз особым положением, когда выходное звено 3 находится в самом верху, а каждая из пар звеньев I-2, I'-2' и I''-2'' вытянута в линию. В этом случае образована пространственная ферма – жесткая конструкция для восприятия нагрузки на звено 3. Звенья попарно застопорены штифтами 4' и 4''. Чтобы опустить платформу 3, необходимо иметь синхронно работающие приводы во всех кинематических цепях, иначе механизм не может быть выведен из особого положения. Можно обойтись одним приводом (вращающий момент T_1), но в этом случае должны быть предусмотрены меры по обеспечению начального движения звеньев. В данном примере предварительно растянутые пружины 5' и 5'' создают вращающий момент в парах I' и 2' и I'' и 2'', звенья перемещаются в направлении штриховых стрелок. Перемещение выходного звена в верхнее положение и натяжение пружин осуществляется при реверсировании момента T_1 по сравнению с направлением, показанным на рис. 1.27, жс.

Хотя на данном этапе развития техники приоритетным является уменьшение угла давления, тем не менее, остается ряд функциональных задач, когда требуется увеличить угол давления. Главная из этих задач - увеличение развиваемой силы (движущей силы или силы торможения) при уменьшении перемещения за счет клинового эффекта (альтернативный прием по сравнению с эффектом рычага). Эта задача решается как при использовании клиновых механизмов, так и при помощи шарнирных механизмов, а также разновидностей тех и других устройств. Механизмы с большими углами давления используют, в частности, в зажимных устройствах, которые в рамках данной монографии не рассматриваются.

Глава 2

КИНЕМАТИКА МНОГОПОДВИЖНЫХ И МНОГОПОТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Решение прямой и обратной задач кинематики

Прямая и обратная задачи кинематики для рассмотренных выше многопоточных манипуляционных механизмов состоит в определении зависимости между управляемыми и выходными координатами механизма. Математические зависимости позволяют сформировать управление исполнительными приводами для выполнения движения выходного звена механизма по заданному закону (обратная задача кинематики), а также получить закон перемещения выходного звена механизма по известным движениям исполнительных приводов (прямая задача).

В качестве выходного звена механизма принимается звено, на котором крепится объект манипулирования (рис. 2.1). Объектом манипулирования может быть, например, обрабатывающий инструмент или деталь, лучевой излучатель, датчик контроля поверхности и другие устройства. В дальнейшем в качестве объекта манипулирования будем рассматривать платформу (Π), на которой крепится объект манипулирования.

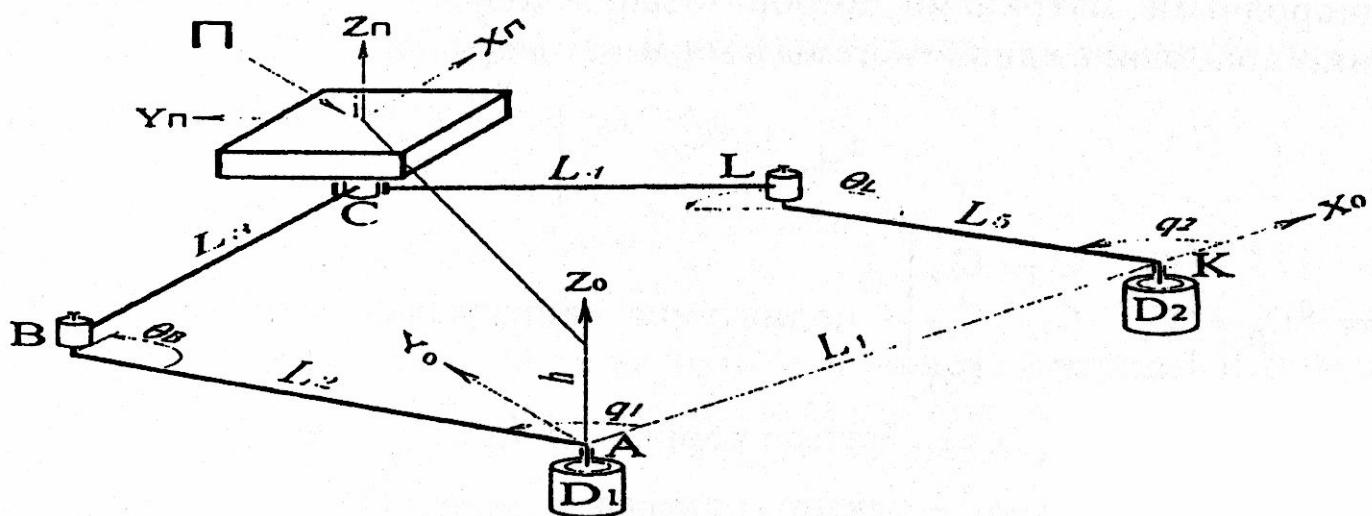


Рис. 2.1

Положение платформы относительно базовой системы координат $(XYZ)_0$ (рис. 2.2) определяется координатами центра подвижного трехгранника $(XYZ)_\Pi$ – x_i, y_i, z_i и углами его поворота $\varphi_i, \psi_i, \theta_i$ относительно базовой системы координат [1]. Поворот начинается из начального положения, когда оси X_Π, Y_Π, Z_Π совпадают с осями X_0, Y_0, Z_0 до их

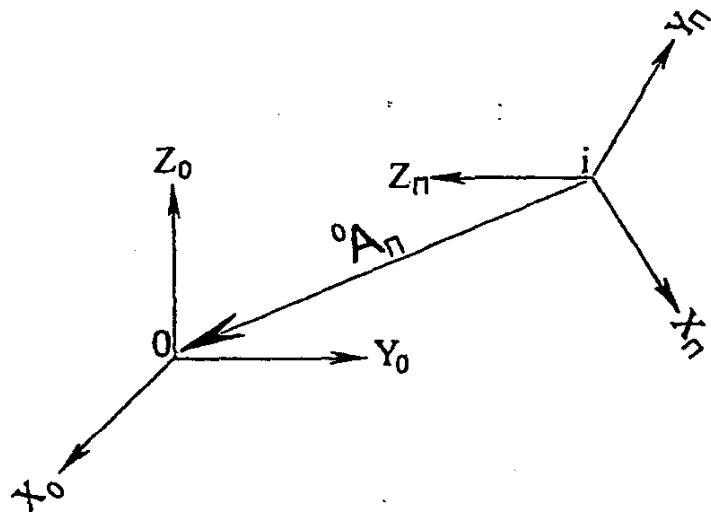


Рис. 2.2

конечного положения и осуществляется в следующей последовательности. Поворот на угол ϕ_i вокруг оси X_0 , второй поворот вокруг нового положения оси Y_1 на угол ψ_i и третий, поворот вокруг нового положения оси Z_2 на угол θ_i . За положительное значение углов принимается положительный поворот координатной системы в направлении рассматриваемой оси.

Для получения математических зависимостей между управляемыми и выходными координатами воспользуемся широко известными однородными матрицами преобразования координат [42], определяющими положение одной системы координат в другой

$${}^0 A_{pi} = \begin{bmatrix} {}^0 C_{ii} & R_i \\ 0^T & 1 \end{bmatrix},$$

где ${}^0 C_{ii} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$ – подматрица направляющих косинусов или

матрица поворота осей системы координат $(XYZ)_i$ относительно осей $(XYZ)_0$; $R_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ – вектор, определяющий положение точки (i) в базовой системе координат $(XYZ)_0$; 0^T – подматрица преобразования перспективы; 1 – глобальный масштабирующий множитель.

Описание вращательного движения системы координат, связанной с платформой $(XYZ)_i$, относительно базовой системы координат $(XYZ)_0$ представляется матрицей поворота ${}^0 C_{ii}$. Замечательным свойством данной матрицы является то, что ее обратная матрица равна

транспонированной матрице, т.е. ${}^0C_n^{-1} = {}^0C_n^T$. Это свойство позволяет легко находить положение точки в системе координат $(XYZ)_n$ зная ее положение в базовой системе координат: $R_n = {}^0C_n^T R_0$.

В задачах кинематики и динамики элементы преобразования перспективы 0A всегда нулевые, а масштабирующий множитель равен единице. Однако такое искусственное добавление четвертой строки к информативным элементам однородной матрицы преобразования 0A_n позволяет решить две важные проблемы: 1) матрица становится квадратной и, следовательно, существует обратная ей матрица; 2) данная матрица как и матрица поворота 0C_n может быть использована для преобразования векторов из одной системы отсчета в другую

$$R_0 = {}^0A_n R_n,$$

где $R_n = [x_n, y_n, z_n, 1]^T$ – координаты точки в системе координат $(XYZ)_n$ и $R_0 = [x_0, y_0, z_0, 1]^T$ – координаты этой же точки, но в базовой системе координат $(XYZ)_0$.

Матрицу 0A_n размерностью 4×4 называют матрицей преобразования однородных координат или просто однородной матрицей преобразования.

Обратная матрица ${}^0A_n^{-1}$ (или что тоже самое nA_0) вычисляется через параметры прямой матрицы 0A_n

$${}^0A_n^{-1} = {}^nA_0 = \begin{bmatrix} {}^0C_n^T & -{}^0C_n^T {}^0R_n \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}.$$

При решении задач кинематики однородные матрицы используются исключительно только для определения положения одной системы координат, которая рассматривается как подвижный трехгранник, в другой. В рассматриваемом выше случае матрица 0A_n определяет положение подвижного трехгранника $(XYZ)_n$ в базовой системе $(XYZ)_0$.

В случае многозвенного механизма однородная матрица преобразования, определяющая положение и ориентацию системы координат платформы в базовой системе отсчета, выражается через произведение однородных матриц преобразования, связывающих системы координат сопряженных звеньев

$${}^0 A_n = {}^0 A_1 {}^1 A_2 \dots {}^{i-1} A_i \dots {}^{n-2} A_{n-1} {}^{n-1} A_n, \quad (2.1)$$

где ${}^{i-1} A_i$ – однородная матрица преобразования, определяющая положение системы координат $(XYZ)_i$, для i -го звена в системе координат $(i-1)$ -го звена, ${}^0 A_1$ – однородная матрица преобразования, определяющая положение системы координат $(XYZ)_1$, первого звена в базовой системе координат $(XYZ)_0$, связанной с неподвижным основанием механизма.

Уравнение (2.1) является фундаментальным матричным уравнением для решения прямой и обратной задач кинематики. Матрицы, расположенные в правой части, являются функциями обобщенных координат механизма и геометрических размеров звеньев. Левая часть уравнения (2.1) определяет положение трехгранника $(XYZ)_n$ в базовой системе координат $(XYZ)_0$. Поэтому прямая задача кинематики состоит в нахождении элементов ${}^0 A_n$ по известным выражениям для матриц ${}^0 A_1, {}^1 A_2, \dots, {}^{i-1} A_i, \dots, {}^{n-2} A_{n-1}$ и ${}^{n-1} A_n$, обратная – в решении матричного уравнения (2.1) относительно обобщенных координат механизма.

Для решения обратной задачи из (2.1) составляется система трансцендентных уравнений путем приравнивания элементов правой и левой матрицы в (2.1). Как правило, не существует единого метода решения данной системы уравнений, поэтому для каждого механизма решение имеет свою специфику. Для многопоточных манипуляционных механизмов решение прямой и обратной задач основано на введении измеряемых промежуточных координат. Выбор промежуточных координат определяется видом механизма.

Общую методику решения прямой и обратной задач кинематики для многоподвижных и многопоточных механизмов можно сформулировать следующим образом.

1. Для каждой кинематической цепи, соединяющей исполнительный привод с платформой, вводятся измеряемые промежуточные координаты, которые, как правило, являются перемещениями в шарнирах звеньев кинематической цепи. В многопоточных механизмах для обеспечения перемещения выходного звена промежуточные координаты каждой кинематической цепи, связывающей платформу с приводом, в сумме с управляемой приводной координатой равны числу обобщенных координат, определяющих положение платформы.

2. Решение прямой задачи кинематики для механизма состоит в определении координат платформы через координаты любой из кинематических цепей. Реально для решения данной задачи может быть выбрана любая из кинематических цепей, в которой установлены датчики измерения промежуточных координат. Уравнения для изолированной кинематической

цепи аналогичны уравнениям для разомкнутых манипуляционных систем.

3. Решение обратной задачи кинематики состоит в решении систем уравнений, полученных для прямой задачи кинематики, относительно управляемых координат. Но при этом приходится вычислять промежуточные координаты для каждой из кинематических цепей, что также аналогично определению координат для разомкнутых манипуляционных систем.

Далее рассмотрим примеры решения прямой и обратной задач для многопоточных механизмов, начиная с простейших.

Плоский пятиподвижный шарнирный механизм (рис. 2.1). Прямая задача кинематики для данного механизма состоит в определении положения трехгранника $(XYZ)_n$ относительно $(XYZ)_0$ (параметров матрицы ${}^0 A_n$) по известным управляемым координатам q_1 и q_2 . Данная задача наиболее просто решается при измерении промежуточных координат, в качестве которых принимаются углы θ_B и θ_L (рис. 2.1). При расположении платформы на звене L_3 ее положение определяется через параметры кинематической цепи для привода q_1

$${}^0 A_n = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_B + q_1) & \sin(\theta_B + q_1) & 0 & x_i \\ -\sin(\theta_B + q_1) & -\cos(\theta_B + q_1) & 0 & y_i \\ 0 & 0 & 1 & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

где элементы вектора $[x_i y_i z_i]^T = R$, вычисляются через параметры любой из кинематических цепей, связывающей привод с платформой (табл. 1. *Приложение*).

Обратная задача кинематики состоит в определении управляемых координат q_1 и q_2 по известным сочетаниям двух выходных координат из трех: x_i, y_i и угла φ , между X_n и X_0 . Зависимость q_1 и q_2 от известных значений x_i, y_i и φ , приведена в табл. 2, приложения.

Сферический шарнирный механизм (двухстепенной сферический механизм) (рис. 2.3). Данный механизм предназначен только для выполнения ориентации платформы вокруг двух осей. Для вывода основных преобразований введем базовую систему координат $(XYZ)_0$ и свяжем ее с начальным положением $(XYZ)_n$, когда управляемые координаты $q_1 = q_2 = 0$. При этом в качестве обобщенной кинематической схемы рассмотрим схему, в которой угол между шарнирами В и С принимается равным 90° . Оси вращения приводов D_1 и D_2 располагаются во взаимно перпендикулярных плоскостях, проходящих через начальное

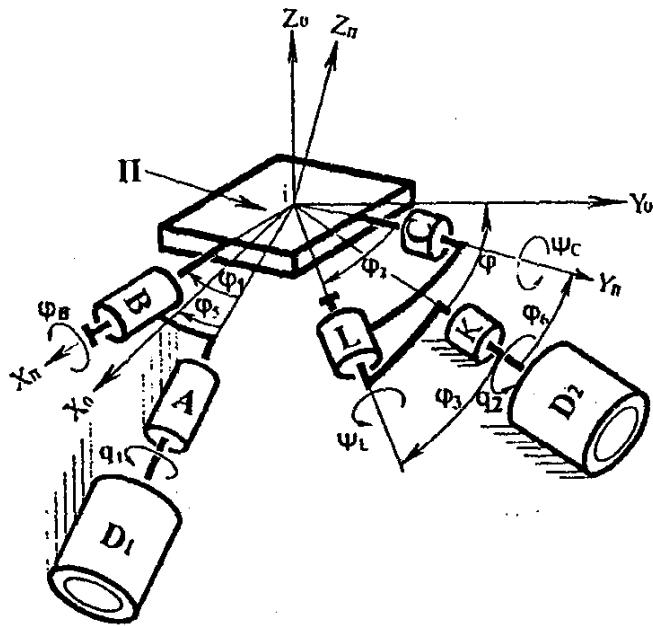


Рис. 2.3

сических цепей, связывающих привод D_1 или D_2 с платформой. Матричные уравнения, связывающие последовательность преобразований направляющих косинусов при переходе из $(XYZ)_n$ в $(XYZ)_0$ имеют вид:

$${}^0 C_{q1} {}^{q1} C_1 {}^1 C_2 {}^2 C_n = {}^0 C_n; \quad (2.3)$$

$${}^0 C_{q2} {}^{q2} C_1 {}^1 C_2 {}^2 C_3 {}^3 C_4 {}^4 C_n = {}^0 C_n. \quad (2.4)$$

Выражения матриц направляющих косинусов для механизма, представленного на рис. 2.3, приведены в табл. 3 приложения. В таблице матричные выражения имеют универсальный вид. Поэтому все значения углов должны иметь знак, соответствующий направлению поворота вокруг координатной оси. Это условие в дальнейшем принято для всех матричных выражений.

При подстановке в (2.3) и (2.4) выражений для матриц из табл. 3 приложения и их перемножении получаются соответствующие значения направляющих косинусов, определяющих ориентацию осей координатной системы $(XYZ)_n$ относительно $(XYZ)_0$. Из-за громоздкости данные выражения не приводятся, но могут быть достаточно легко получены из (2.3) и (2.4) перемножением входящих матриц.

Решение *обратной задачи* кинематики состоит в определении управляемых координат q_1 и q_2 по заданным значениям направляющих косинусов для любых сочетаний двух осей X_n и Y_n , X_n и Z_n , Y_n и Z_n . Для решения данной задачи воспользуемся уравнениями для сфе-

положение шарниров В и С. В качестве промежуточных координат для данного механизма используются измеряемые углы поворота в шарнирах В, С, Л.

Решение *прямой задачи* кинематики состоит в определении зависимости между направляющими косинусами, определяющими ориентацию системы координат $(XYZ)_n$ относительно $(XYZ)_0$, управляемыми и промежуточными координатами. Эта задача может решаться через параметры любой из кинематиче-

рической геометрии (теоремами синусов и косинусов, связывающих двугранные и плоские углы трехгранника).

В табл. 4 приложения приведены вычисления управляемых координат q_1 и q_2 при обеспечении ориентации любых двух осей X_n и Y_n , X_n и Z_n . Для сокращения записи сложных математических выражений в дальнейшем будут применены обозначения, $C(\dots) = \cos(\dots)$, $S(\dots) = \sin(\dots)$ (пример: $C_{q_1} = \cos q_1$, $S_{q_1} = \sin q_1$). При вычислении q_1 и q_2 приходится предварительно вычислять промежуточные координаты. Однако решение обратной задачи кинематики для многопоточных манипуляционных механизмов значительно упрощено, так как управляемые координаты q_k вычисляются только через кинематическую цепь, связывающую один управляемый привод с платформой, не учитывая кинематические цепи для других приводов. Для упрощения решения прямой задачи были введены измеряемые промежуточные координаты. В дальнейшем данный метод распространен на трех- и шестистепенные многопоточные манипуляционные механизмы.

Трехподвижный механизм (рис. 2.4). Для данного механизма *прямая задача* кинематики состоит в определении углов ориентации (направляющих косинусов) осей системы координат, связанной с платформой $(XYZ)_n$ относительно осей базовой системы координат $(XYZ)_0$ через обобщенные координаты q_1, q_2 и q_3 . За базовую систему координат $(XYZ)_0$ принимается положение $(XYZ)_n$ при значениях углов $q_1 = 0, q_2 = 120^\circ, q_3 = -120^\circ$, отсчитываемых от положительного направления оси X_0 . Вычисляемые углы q_1, q_2 и q_3 отсчитываются от своих начальных значений q_{1n}, q_{2n} и q_{3n} . Для удобства вычислений ось X_0 целесообразно расположить в плоскости, проходящей через ось вращения приводов и ось вращения в шарнире В.

В качестве измеряемых промежуточных координат вводятся углы поворота вокруг осей шарниров А, К и М – φ_A, φ_K и φ_M . Данные двугранные углы вычисляются относительно плоскостей, проходящих через оси вращения двигателей и оси шарниров А, К и М. Кроме того принимается, что сферические шарниры В, L, N расположены на платформе П на одинаковом расстоянии от центра 0 под углом 120° относительно друг друга.

Конструктивными параметрами кинематической схемы принимаются: угол ψ_1 между осями вращения шарниров А, К, М и линиями, проведенными через центр 0 и центры шарниров В, L, N; угол ψ_2 – между осью вращения исполнительных приводов и осями шарниров А, К, М.

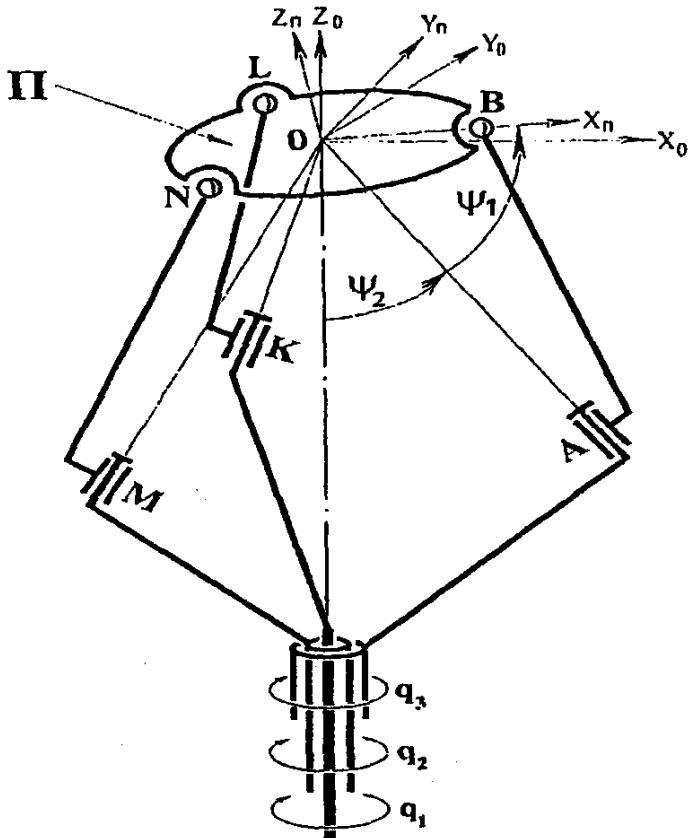


Рис. 2.4

жения.

Решение *обратной задачи* кинематики состоит в определении обобщенных координат q_1, q_2 и q_3 по координатам, определяющим только ориентацию платформы. Это элементы C_{11}, C_{22} и C_{33} матрицы ${}^0C_{\pi}$. В табл. 6 приложения приведены выражения для q , полученные из решения матричного уравнения (2.5). Следует отметить, что ориентация оси Z_{π} или угол между осями Z_{π} и Z_0 может быть вычислен через любую из промежуточных координат φ_A, φ_M или φ_L .

$$C_{33} = -\cos \psi_2 \sin \psi_1 + \sin \psi_2 \cos \psi_1 \cos \varphi. \quad (2.6)$$

Из уравнения (2.6) следует, что при равенстве ψ_2 и ψ_1 для всех кинематических цепей приводов $C_{33} = \text{const}$, и

$$\varphi = \arccos \left(\frac{C_{33} + \cos \psi_2 \sin \psi_1}{\sin \psi_2 \cos \psi_1} \right), \quad (2.7)$$

где $\varphi = \varphi_A = \varphi_M = \varphi_L$.

Далее рассмотрим многопоточные шестистепенные механизмы.

Целесообразно углы ψ_1 и ψ_2 принять одинаковыми для всех кинематических цепей, соединяющих каждый из трех двигателей с платформой.

При условии постоянства углов ψ_1 и ψ_2 для всех кинематических цепей, соединяющих приводы с платформой, направляющие косинусы для трехгранника $(XYZ)_{\pi}$ относительно $(XYZ)_0$ могут быть определены через параметры для одной из кинематических цепей.

$${}^3C_{\pi}^{-1} {}^0C_q {}^qC_1 {}^1C_2 {}^2C_3 {}^3C_{\pi} = {}^0C_{\pi}. \quad (2.5)$$

Выражения для матриц iC_j приведены в табл. 5 приложе-

Поступательно-ориентирующий пространственный механизм (рис.2.5). Данный механизм перемещает платформу по шести координатам с помощью приводов вращательного движения D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 и D_6 . Линейные размеры a, b и c для пар приводов D_1 и D_2, D_3 и D_4, D_5 и D_6 могут быть различными, однако в рассматриваемом примере они принимаются одинаковыми только из условия упрощения вычислений.

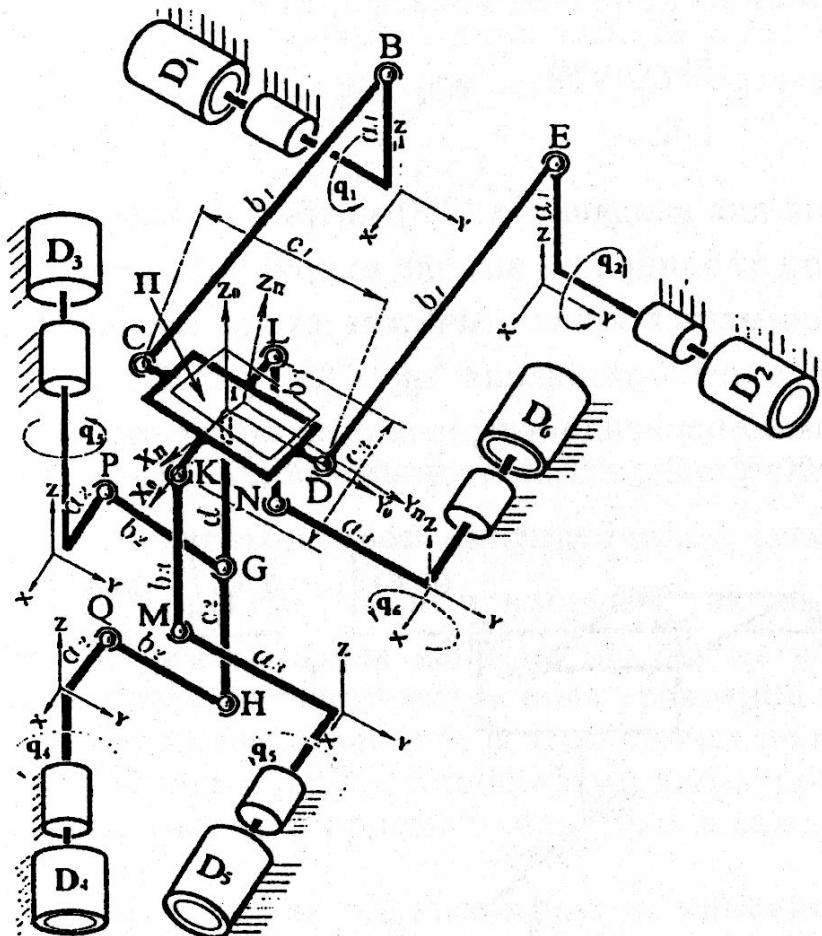


Рис. 2.5

Положение платформы как твердого тела определено положением системы координат $(XYZ)_i$ относительно $(XYZ)_0$. В начальном положении управляемые координаты принимаются равными нулю ($q_{ii} = 0$), а углы между стержнями a, b и c для каждой пары приводов равными 90° . За базовую систему координат $(XYZ)_0$ принимается положение $(XYZ)_i$ при $q_i = 0$. Оси вращения пар приводов D_1 и D_2 параллельны оси Y_0, D_3 и $D_4 - Z_0, D_5$ и $D_6 - X_0$.

Координаты, определяющие положение $(XYZ)_i$ относительно $(XYZ)_0$ (элементы матрицы ${}^0 A_i$), вычисляются через управляемые ко-

ординаты q , параметры кинематической схемы механизма (a, b, c) и промежуточные координаты, в качестве которых принимаются углы поворота в шарнирах $B, C, D, E, P, Q, H, G, M, N, L$ и K . Для каждого из шарниров ϕ – угол поворота вокруг осей X , ψ – угол поворота вокруг осей Y и θ – угол поворота вокруг осей Z .

При условии измерения углов поворота в шарнирах положение платформы определяется через координаты кинематической цепи, соединяющей любой из приводов с платформой.

$${}^0 A_{\pi} = \begin{bmatrix} {}^0 C_{\pi} & {}^0 R_{\pi} \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} = {}^0 A_{qi} {}^{qi} A_1 {}^1 A_2 {}^2 A_3 {}^3 A_4 {}^4 A_5 {}^5 A_{\pi}. \quad (2.8)$$

Выражения для входящих в (2.8) матриц приведены в табл. 7 приложения. В этой таблице при выводе матричного преобразования ${}^2 A_3$ за основу принимается кинематическая схема сферического шарнира (см. рис. 2.6, а), а преобразования ${}^4 A_5$ – (см. рис. 2.6, б) и повороты вокруг трех взаимно перпендикулярных осей осуществляются последовательно вокруг X, Y и Z .

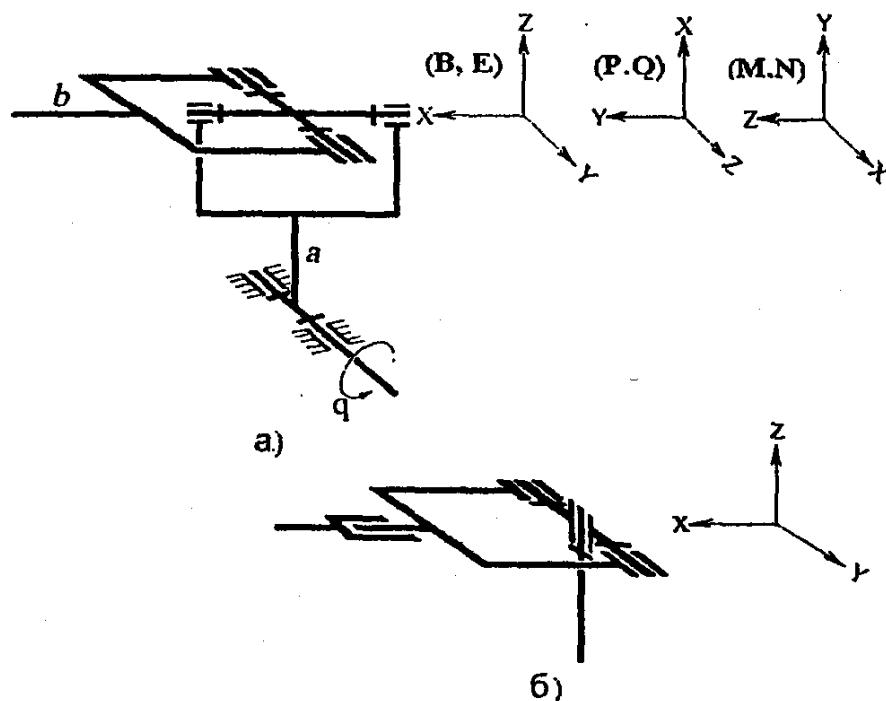


Рис. 2.6

Приведенные в табл. 7 приложения преобразования могут быть использованы для других типов шарниров. Для этого необходимо вводить дополнительные матричные преобразования либо к значениям углов прибавлять с соответствующим знаком угол равный 90° с целью приведения в соответствии с принятым направлением координатных осей.

Обратная задача кинематики для данного механизма состоит в решении матричных уравнений (2.8) относительно q . Матричные уравнения составляются для каждой кинематической цепи, соединяющей платформу с приводом. Для удобства вычислений преобразуем (2.8) к виду:

$${}^{qi} A_1^{-1} A_2^{-2} A_3^{-3} A_4^{-4} \tilde{A}_5 = {}^0 A_{qi}^{-1} {}^0 A_{\pi i} {}^0 A_{\pi i}^{-1}. \quad (2.9)$$

Левую часть (2.9), зависящую от длин звеньев a, b, c и координат, определяющих положение Π относительно $(XYZ)_0$ обозначим

$${}^0 A_{qi}^{-1} {}^0 A_{\pi i} {}^0 A_{\pi i}^{-1} = {}^0 A_{\pi i}, \quad (2.10)$$

где

$${}^0 A_{\pi i} = \begin{bmatrix} {}^0 C_{\pi} & R_i \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}.$$

Выражения для R_i приведены в табл. 8 приложения. Следует заметить, что ${}^0 C_{\pi}$ одинаковы для всех кинематических цепей, соединяющих приводы. Выражения для ${}^0 C_{\pi}$ не приводятся, так как при решении обратной задачи кинематики для данного механизма возможно рассматривать только линейные части матричных уравнений (2.8) (приравниваются только четвертые столбцы). В этом случае положение платформы определяется линейными координатами шарниров С, D, G, H, К и L относительно систем координат, связанных с каждым приводом табл. 8. приложения.

Таким образом, решение обратной задачи кинематики для рассматриваемого механизма состоит в решении систем уравнений относительно управляемых координат q :

$${}^{qi} C_1 {}^3 R_4 + {}^1 R_2 = R_i, \quad (2.11)$$

где ${}^{qi} C_1$ – подматрица направляющих косинусов в матрице ${}^{qi} A_1$; ${}^3 R_4$ – вектор линейных координат в матрицах ${}^3 A_4$ (четвертый столбец); ${}^1 R_2$ – вектор линейных координат в матрицах ${}^1 A_2$; R_i – берется из табл. 8 (приложение).

В табл. 9 (приложение) приведены системы уравнений (2.11) для кинематических цепей, соединяющих приводы с платформой, и решения данных уравнений относительно управляемых и промежуточных координат.

Платформа Стюарта (рис. 2.7). Решение прямой и обратной задач кинематики для данного механизма методически аналогично решению для поступательно-ориентирующего шестиподвижного механизма. Базовую систему координат $(XYZ)_0$ связывают с нижним основанием. Управляемыми координатами в данном механизме являются длины звеньев: $AD - q_1$, $AE - q_2$, $BE - q_3$, $BF - q_4$, $CF - q_5$, $CD - q_6$.

В качестве измеряемых промежуточных координат принимаются углы поворота ϕ, ψ, θ в шарнирах A, B, C, D, E и F. Для шарниров A, B и C – вокруг оси X – ϕ и вокруг оси Y – ψ . Для сферических шарниров D, E и F – вокруг трех осей: X – ϕ , Y – ψ и Z – θ .

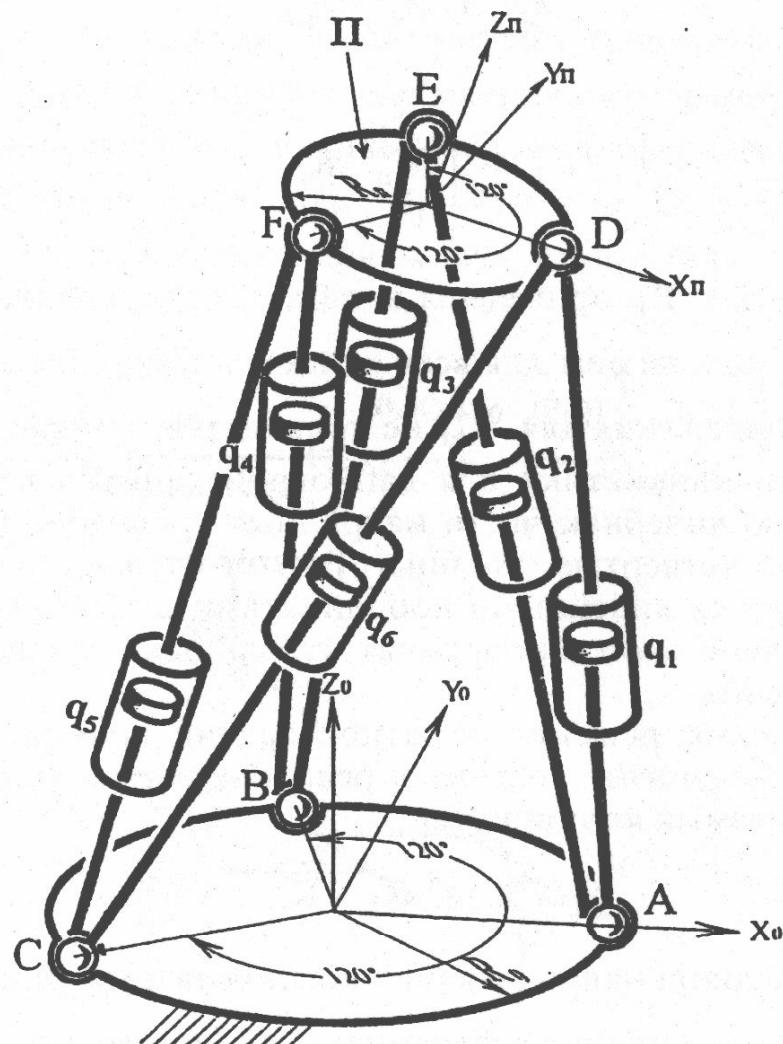


Рис. 2.7

Решение *прямой задачи* кинематики состоит в определении положения платформы П (системы координат $(XYZ)_{ii}$) относительно базовой системы координат $(XYZ)_0$. Зная промежуточные координаты, например, углы поворота в шарнирах A и D – $\phi_A, \psi_A, \phi_D, \psi_D$, θ_D и

управляемую координату q_1 прямая задача кинематики решается подстановкой в уравнение

$${}^0 A_{\pi} = \begin{bmatrix} {}^0 C_{\pi} & R_i \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} = {}^0 A_m {}^m A_1^{-1} A_2^{-2} A_3^{-3} A_{\pi} \quad (2.12)$$

параметров данной кинематической цепи. Выражения для матриц, входящих в (2.12) приведены в табл. 10 приложения. Уравнение (2.12) имеет один и тот же вид для каждой из кинематических цепей, соединяющих нижнее основание и платформу.

Для решения обратной задачи матричное уравнение (2.12) преобразуется к виду:

$${}^m A_1^{-1} A_2^{-2} A_3 = {}^0 A_m^{-1} {}^0 A_{\pi} {}^3 A_{\pi}^{-1} = {}^0 A_{\pi i}, \quad (2.13)$$

где выражения для R_i в ${}^0 A_{\pi i}$ приведены в табл. 11 приложения.

Решение *обратной задачи* кинематики для механизма состоит в определении промежуточных и управляемых координат по каждой кинематической цепи, соединяющей привод с основанием и платформой. Данная задача решается аналогично как для поступательно-ориентирующего механизма (рис. 2.5) относительно линейных координат. В этом случае в (2.13) приравниваются только четвертые столбцы. Для всех кинематических цепей справедлива система уравнений

$$\begin{aligned} q_i \sin \psi_n &= x_{ik}, & -q_i \sin \phi_n \cos \psi_n &= y_{ik}, \\ q_i \cos \phi_n \cos \psi_n &= z_{ik}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где q_i – управляемые координаты $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; x_{ik}, y_{ik}, z_{ik} – координаты вектора R_i (см. табл. 11 приложения); $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; углы ϕ и ψ поворота в шарнирах А, В, С соответственно для приводов: q_1 – Φ_{A1} и Ψ_{A1} , q_2 – Φ_{A2} и Ψ_{A2} , q_3 – Φ_{B3} и Ψ_{B3} , q_4 – Φ_{B4} и Ψ_{B4} , q_5 – Φ_{C5} и Ψ_{C5} , q_6 – Φ_{C6} и Ψ_{C6} .

Решение (2.14) позволяет определить промежуточные и управляемые координаты для каждой кинематической цепи:

$$\phi_n = \operatorname{arctg} \left(-\frac{y_{ik}}{z_{ik}} \right); \quad \psi = \operatorname{arctg} \left(\frac{x_{ik}}{y_{ik}} \sin \phi_n \right); \quad q_i = \left(\frac{x_{ik}}{\sin \psi_n} \right). \quad (2.15)$$

Решения (2.15) получены последовательными вычислениями промежуточных углов ϕ и ψ для соответствующих шарниров (n). По данным углам вычисляются управляемые координаты для соответствующей кинематической цепи, соединяющей привод с платформой.

Механизм относительного манипулирования (рис. 2.8). Данный механизм состоит из двух манипуляторов. Один, например, может быть предназначен для перемещения инструмента, другой – обрабатываемого изделия. Манипуляторы представляют плоские пятизвенники, расположенные в двух пересекающихся плоскостях (X_0Z_0) и (Y_0Z_0). Следует отметить, что угол между плоскостями не обязательно должен быть 90° . При 90° значительно упрощены расчеты при решении прямой и обратной задач кинематики. Но при углах 0° и 180° данный механизм превращается в плоский.

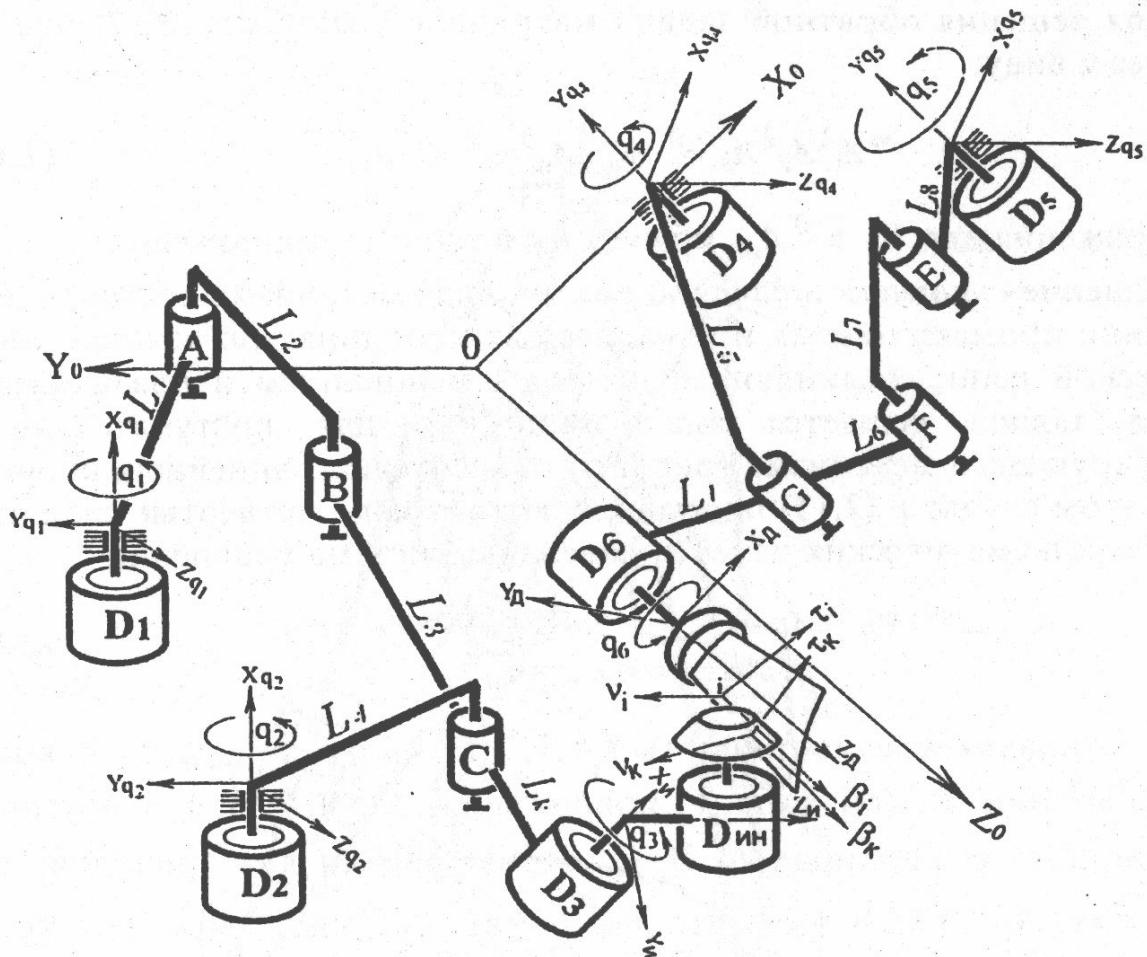


Рис. 2.8

Каждый из манипуляторов, кроме приводов перемещения в плоскости, имеют приводы вращения вокруг осей параллельных плоскостям – это q_3 и q_6 . В совокупности рассматриваемый механизм позволяет перемещать инструмент относительно изделия по шести управляемым координатам.

Прямая задача кинематики для механизма относительного манипулирования состоит в определении положения системы координат $(\tau\psi\beta)_k$ (для инструмента – это режущая кромка) относительно $(XYZ)_d$.

по заданным обобщенным координатам $\mathbf{q} = [q_i \ q_d]^T$.

Обратная задача – это определение обобщенных координат \mathbf{q} для известных положений $(\tau v \beta)_k$ относительно $(XYZ)_d$.

Базовая система координат $(X, Y, Z)_0$ выбирается таким образом, чтобы оси вращения приводов q_6 и q_3 располагались в плоскости (X_0OZ_0) . Выходным звеном манипулятора перемещения инструмента является выходной вал привода q_3 , на котором расположено устройство крепления инструмента. Выходным звеном манипулятора перемещения изделия является выходной вал привода q_6 , на котором располагается устройство крепления обрабатываемого изделия.

Система координат $(XYZ)_d$ связана с выходным валом q_6 и перемещается относительно звена L_6 . Поверхность обработки задается как перемещение $(\tau v \beta)_i$ относительно $(XYZ)_d$. Система координат $(XYZ)_u$ связана с выходным валом привода q_3 и перемещается относительно звена L_3 . Привод D_u выполняет только вращательное движение инструмента.

Для манипулятора перемещения инструмента в качестве измеряемых промежуточных координат принимаются углы поворота в шарнирах A, B, C: ϕ_A – угол между направлениями звеньев L_1 и L_2 ; ϕ_B – между L_2 и L_3 ; ϕ_C – между L_3 и L_4 . Положительное направление данных углов совпадает с положительным направлением вращения вокруг оси X. Положение $(\tau v \beta)_k$ относительно $(XYZ)_0$ определяется через кинематические преобразования для любой из кинематических цепей, связывающей q_1 и q_2 основанием:

$${}^0 A_{q2} {}^{q2} A_4 {}^4 A_3 {}^3 A_u {}^u A_k = {}^0 A_k, \quad (2.16)$$

$${}^0 A_{q1} {}^{q1} A_1 {}^1 A_2 {}^2 A_3 {}^3 A_u {}^u A_k = {}^0 A_k, \quad (2.17)$$

где ${}^u A_k = \begin{bmatrix} {}^u C_k & R_k \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}$ – матрица, определяющая положение режущей кромки инструмента (системы координат $(\tau v \beta)_k$) относительно $(XYZ)_u$; ${}^0 A_{q1} {}^{q1} A_1 {}^1 A_2 {}^2 A_3 {}^3 A_u$, ${}^0 A_{q2} {}^{q2} A_4 {}^4 A_3$ – матрицы преобразований координат, которые для принятых направлений осей координат, длин звеньев и промежуточных координат приведены в табл. 12 приложения.

Абсолютные значения q_1 и q_2 отсчитываются от положительного направления Z_0 , и их знак совпадает со знаком вращения вокруг оси X. Для q_3 абсолютное значение отсчитывается от направления для звена L_3 .

Для манипулятора перемещения изделия измеряемые промежуточные координаты – это углы поворота в шарнирах E, F и G: ψ_E – угол между направлением стержней L_7 и L_8 ; ψ_F – между L_7 и L_6 ; ψ_G – между L_6 и L_5 . Положительное значение данных углов совпадает с положительным вращением вокруг оси Y. Абсолютное значение q_4 и q_5 отсчитывается от отрицательного направления Z_0 и знак совпадает со знаком вращения вокруг оси Y_{qi} . Для q_6 абсолютное значение отсчитывается от звена L_6 .

В базовой системе координат $(XYZ)_0$ положение точек поверхности определяется одним из матричных уравнений:

$${}^0 A_{q4} {}^{q4} A_5 {}^5 A_6 {}^6 A_{\text{д}} {}^{\text{д}} A_i = {}^0 A_i, \quad (2.18)$$

$${}^0 A_{q5} {}^{q5} A_8 {}^8 A_7 {}^7 A_6 {}^6 A_{\text{д}} {}^{\text{д}} A_i = {}^0 A_i, \quad (2.19)$$

где ${}^{\text{д}} A_i = \begin{bmatrix} {}^{\text{д}} C_i & \mathbf{R}_i \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$ – матрица, определяющая положение системы координат $(\tau v \beta)_i$ в точке i поверхности относительно $(XYZ)_{\text{д}}$; ${}^0 A_{q4} {}^{q4} A_5 {}^5 A_6 {}^6 A_{\text{д}}, {}^0 A_{q5} {}^{q5} A_8 {}^8 A_7 {}^7 A_6$ – матрицы преобразований координат, которые для принятых направлений осей координат, длин звеньев и промежуточных координат приведены в табл. 13 приложения.

Для получения требуемой поверхности обработки, а также для обеспечения движения по заданной траектории инструмента необходимо, чтобы режущая кромка инструмента (трехгранник $(\tau v \beta)_k$) в каждый момент времени совпадала с обрабатываемой поверхностью в точке (i) , задаваемой трехгранником $(\tau v \beta)_i$. Поэтому в дальнейшем при решении прямой и обратной задач кинематики для данного механизма будем считать, что $(\tau v \beta)_k$ и $(\tau v \beta)_i$ совпадают $(\tau v \beta)_k = (\tau v \beta)_i$.

При решении прямой задачи кинематики положение $(\tau v \beta)_i$ относительно $(XYZ)_{\text{д}}$ (элементы ${}^{\text{д}} A_i$) определяются через преобразования для любой из кинематических цепей, соединяющих приводы q_2 и q_4 или q_1

и q_5 с выходной платформой. Для этого приравниваются левые части уравнений (2.16) и (2.18) или (2.17) и (2.19). Из полученных уравнений определяется ${}^{\text{д}}A_i$. Например, приравняв (2.16) и (2.18), получим

$$\begin{aligned} {}^{\text{д}}A_i &= {}^6A_{\text{д}}^{-1} {}^5A_6^{-1} {}^{q4}A_5^{-1} {}^0A_{q4}^{-1} {}^0A_{q2} {}^{q2}A_4 {}^4A_3 {}^3A_{\text{и}} {}^nA_i = \\ &= {}^{\text{д}}A_6 {}^6A_5 {}^5A_{q4} {}^{q4}A_0 {}^0A_{q2} {}^{q2}A_4 {}^4A_3 {}^3A_{\text{и}} {}^nA_i. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Подставив из табл. 12, 13 приложения выражения для входящих в (2.20) матриц, получим действительное положение $(\tau\psi\beta)_i$ относительно $(XYZ)_{\text{д}}$.

Решение *обратной задачи кинематики* для данного механизма состоит в определении \dot{q} для заданных элементов ${}^{\text{д}}A_i$. Эта задача не для всех механизмов относительного манипулирования решается в явном виде. Поэтому для решения рассматриваемой задачи применим наиболее общий случай итерационной процедуры, которая рассматривается в параграфе 2.2. Сложность применения итерационных методов обусловлена выбором начального приближения. Поэтому рассмотрим линейные алгоритмы решения обратной задачи. Данные алгоритмы используются при движении по непрерывной траектории, а также для вывода в заданную точку, когда не требуется контролировать движение на траектории.

Линейные алгоритмы позволяют определять приращения Δq через заданные приращения $\Delta{}^{\text{д}}A_i$:

$$\Delta{}^{\text{д}}A_i = \begin{bmatrix} \Delta C_i & \Delta R_i \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

где $\Delta R_i = [\Delta x_i \Delta y_i \Delta z_i]^T$, $\Delta C_i = \begin{bmatrix} \Delta C_{11} & \Delta C_{12} & \Delta C_{13} \\ \Delta C_{21} & \Delta C_{22} & \Delta C_{23} \\ \Delta C_{31} & \Delta C_{32} & \Delta C_{33} \end{bmatrix}$.

Определение Δq через матричные зависимости (2.16), (2.17) или (2.18) и (2.19) требует вычисления приращений промежуточных координат. Однако применение канонических преобразований упрощает данные вычисления.

Для определения зависимости между Δq и $\Delta{}^{\text{д}}A_i$ представим (2.20) в приращениях

$$\Delta{}^{\text{д}}A_i = \left(\frac{\partial {}^{\text{д}}A_6}{\partial q_6} \Delta q_6 \right) {}^6A_i + {}^{\text{д}}A_6 \left(\frac{\partial {}^6A_5}{\partial \psi_G} \Delta \psi_G \right) {}^5A_i + {}^{\text{д}}A_5 \left(\frac{\partial {}^5A_{q4}}{\partial q_4} \Delta q_4 \right) {}^{q4}A_i +$$

$$+ {}^{\text{д}} A_{q2} \left(\frac{\partial^2 A_4}{\partial q_2} \Delta q_2 \right) {}^4 A_i + {}^{\text{д}} A_4 \left(\frac{\partial^4 A_3}{\partial \varphi_C} \Delta \varphi_C \right) {}^3 A_i + {}^{\text{д}} A_3 \left(\frac{\partial^3 A_i}{\partial q_3} \Delta q_3 \right) {}^i A_i. \quad (2.22)$$

В уравнении (2.22) для сокращения записи матрицы, на которой умножаются выражения в скобках, представляют произведения матриц. Верхний и нижний индексы указывают на матрицы, входящие в произведение из уравнения (2.20). Частные производные от матриц представляют частные производные по каждому элементу матрицы.

Из матричного уравнения (2.22) после преобразования и приравнивания элементов в правой части, соответствующим элементам матрицы $\Delta C_{11}, \Delta C_{22}, \Delta C_{33}, \Delta x_i, \Delta y_i$ и Δz_i матрицы ${}^{\text{д}} A_i$ для каждой i -й точки поверхности, получим систему линейных уравнений

$$\Delta R_i = J_i(\mathbf{q}) \Delta \mathbf{q} \quad (2.23)$$

или в развернутом виде

$$\begin{bmatrix} \Delta C_{11} \\ \Delta C_{22} \\ \Delta C_{33} \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \dots & b_{36} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} & \dots & b_{66} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \Delta q_6 \\ \Delta \psi_G \\ \Delta q_4 \\ \Delta q_2 \\ \Delta \varphi_C \\ \Delta q_3 \end{bmatrix},$$

где b_{ij} – коэффициенты при $[\Delta q_6, \Delta \psi_G, \Delta q_4, \Delta q_2, \Delta \varphi_C, \Delta q_3]^T$, являющиеся функциями абсолютных значений $(q_6, \psi_G, q_4, q_2, \varphi_C, q_3)$ в каждой i -й точке поверхности.

Решение системы линейных уравнений относительна $[\Delta q_6, \Delta \psi_G, \Delta q_4, \Delta q_2, \Delta \varphi_C, \Delta q_3]^T$ по заданным программным значениям $(\Delta C_{11}, \Delta C_{22}, \Delta C_{33}, \Delta x, \Delta y$ и $\Delta z)$ достаточно полно изложено литературе по численным методам решения линейных уравнений.

Значения для Δq_1 и Δq_5 определяются через приращения промежуточных координат $\Delta \varphi_C$ и $\Delta \psi_G$

$$\begin{aligned} \Delta q_1 &= \frac{L_4 \sin(q_1 - q_2 + \varphi_A) + L_3 \sin(q_1 - q_2 + \varphi_A - \varphi_C)}{L_1 \sin \varphi_A} \Delta q_2 + \\ &+ \frac{L_3 \sin(q_1 - q_2 + \varphi_A - \varphi_C)}{L_1 \sin \varphi_A} \Delta \varphi_C. \end{aligned}$$

$$\Delta q_5 = \frac{L_5 \sin(q_5 - q_4 + \psi_E) + L_6 \sin(q_5 - q_4 + \psi_E - \psi_G)}{L_8 \sin \psi_E} \Delta q_4 + \\ + \frac{L_6 \sin(q_5 - q_4 + \psi_E - \psi_G)}{L_8 \sin \psi_E} \Delta \psi_G.$$

Решение *прямой и обратной задач* кинематики для рассмотренных выше механизмов необходимо для автоматического управления перемещением механизма, а также при решении динамических задач.

2.2. Метод простой итерации решения обратной задачи кинематики механизмов относительного манипулирования

Обратная задача кинематики для механизмов относительного манипулирования состоит в нахождении обобщенных координат \mathbf{q} для заданного значения элементов матрицы ${}^n A_i$, решая матричное уравнение (2.20) относительно \mathbf{q} . Решение данного матричного уравнения относительно \mathbf{q} , состоит первоначально в получении из (2.20) системы трансцендентных уравнений. Для этого в (2.20) приравнивают элементы 4-го столбца в левой и правой частях, а также три элемента из 1-го, 2-го и 3-го столбцов, не принадлежащие одной строке и одному столбцу, и получают систему уравнений

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}) = \mathbf{U}(t). \quad (2.24)$$

Аналитическое решение системы трансцендентных уравнений (2.24) относительно обобщенных координат $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_u \mathbf{q}_d]$ в явном виде не всегда возможно. Существуют различные численные методы решения трансцендентных уравнений. Излагаемая в данной монографии методика решения обратной задачи кинематики для механизмов относительного манипулирования основана на методе простой итерации.

Положение манипулятора инструмента в неподвижной системе $(XYZ)_0$ задается шестью координатами $\mathbf{R}_k = [x_k, y_k, z_k, \varphi_k, \psi_k, \theta_k]^T$. Вектор \mathbf{R}_k определяет положение $(\tau v \beta)_k$ в системе $(XYZ)_0$. Линейные координаты центра $(\tau v \beta)_k$ – x_k, y_k, z_k . Углы $\varphi_k, \psi_k, \theta_k$ определяют ориентацию $(\tau v \beta)_k$ относительно $(XYZ)_0$. Для получения координат вектора \mathbf{R}_k принимаем, что в начальный момент $(\tau v \beta)_k$ и $(XYZ)_0$ совпадают, при этом τ_k направлено по оси X_0 , v_k – по оси Y_0 и β_k – по оси Z_0 . В соответствии с этим угол φ_k – представляет первый поворот $(\tau v \beta)_k$ вокруг оси τ_k , ψ_k – угол поворота относительно нового положения оси v_k .

жения оси v_i и угол θ_k – следующий поворот вокруг нового положения оси β_k .

Положение манипулятора детали в неподвижной системе координат $(XYZ)_0$ также задается шестью координатами $R_i = [x_i, y_i, z_i, \phi_i, \psi_i, \theta_i]^T$. Вектор R_i определяет положение $(\tau v \beta)_i$ в системе $(XYZ)_0$. Линейные координаты центра $(\tau v \beta)_i$ – x_i, y_i, z_i . Углы ϕ_i, ψ_i, θ_i определяют ориентацию $(\tau v \beta)_i$ относительно $(XYZ)_0$. Координаты вектора R_i определяются аналогично координатам вектора R_k .

Таким образом, определяя независимо положение манипуляторов инструмента и детали как положение твердых тел, в сумме имеем 12 координат $R = [R_i \ R_d]^T$. Однако, число степеней подвижности для механизмов перемещения инструмента и детали $q = [q_i \ q_d]$, как правило, выбирается таким образом, чтобы в относительном перемещении инструмента и детали движение выполнялось по шести координатам.

Сущность предлагаемого итерационного метода решения обратной задачи для механизмов относительного манипулирования состоит в следующем [1]. Во-первых для программного движения, задаваемого элементами матрицы A_i , первоначально определяются шесть промежуточных координат из 12-ти координат вектора R , которые будем называть «управляемыми» – $R_y = [R_{iy}, R_{dy}]^T$. Оставшиеся шесть координат из R являются «свободными» – $R_c = [R_{ic}, R_{dc}]^T$. Поэтому задается их первое приближение по начальным значениям $q_n = [q_{in}, q_{dn}]^T$.

Разделение промежуточных координат на «управляемые» и «свободные» является произвольным, но от их правильного выбора зависит скорость сходимости итерационного процесса. Поэтому для увеличения скорости сходимости процесса вычисления q рекомендуется в качестве «управляемых» координат для механизмов перемещения инструмента и детали принимать такие промежуточные координаты R_{iy} и R_{dy} , которые наиболее «сильно» зависят от обобщенных координат механизмов q_i и q_d .

Например, положение выходного звена 3 плоского механизма, представленного на рис. 2.9, характеризуется тремя промежуточными координатами x , y и ϕ . Данные промежуточные координаты являются функциями обобщенных координат q_1 и q_2 : $x(q_1, q_2)$, $y(q_1, q_2)$ и $\phi(q_1, q_2)$. Для точки A_2 выходного звена, расположенной близко к шарниру, в качестве «управляемых» следует взять промежуточные ко-

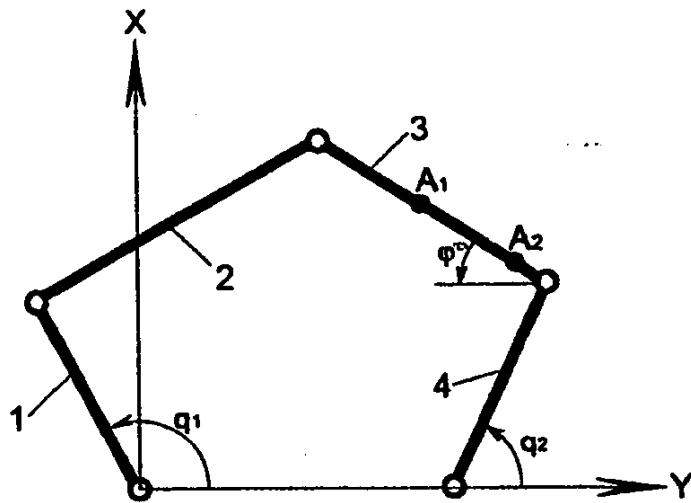


Рис. 2.9

ординаты x и ϕ , так как координата y для этой точки "слабо" зависит от q_1 и q_2 . Для точки A_1 , расположенной в центре звена, за "управляемые" целесообразно принять координаты x и y .

Для определения вектора R как функции от элементов матрицы $[A_i]$, определяющей программное движение, составляется фундаментальное матричное уравнение

$${}^0 A_k(R_u) = {}^0 A_d(R_d) {}^d A_i, \quad (2.25)$$

которое аналогично (2.20) приводится к виду

$$F(R_{uy} R_{dy} R_{ic} R_{dc}) = U(t). \quad (2.26)$$

Уравнение (2.26) решается относительно управляемых координат $[R_{uy} R_{dy}]^T$

$$[R_{uy}, R_{dy}]^T = F_t(R_{ic} R_{dc} U). \quad (2.27)$$

Так как R_{uy} , R_{dy} , R_{ic} и R_{dc} не зависят от кинематической схемы механизмов, поэтому решение (2.27) относительно R_{uy} , R_{dy} имеет канонический вид, не зависящий от кинематики механизмов, и определяется только тем, какие координаты из R принимаются за "управляемые" R_{uy} , R_{dy} и какие за "свободные" R_{ic} , R_{dc} . Однако, для каждого конкретного механизма вектор R является функцией обобщенных координат $q = [q_u, q_d]$

$$R_{uy} = R_{uy}(q_u), \quad R_{dy} = R_{dy}(q_d), \quad (2.28)$$

$$R_{ic} = R_{ic}(q_i), \quad R_{dc} = R_{dc}(q_d). \quad (2.29)$$

Итерационная процедура выполняется в соответствии с алгоритмом (рис. 2.10). Для входного воздействия $U(t)$ задаются начальные значения обобщенных координат q_{in} , q_{dn} , для которых из (2.29) определяются начальные значения "свободных" координат $R_{icn}(q_{in})$. Затем решается система уравнений (2.27) относительно R_{iy} , R_{dy} и (2.28) относительно q_i , q_d ,

$$q_i = F_i(R_{iy}), \quad q_d = F_d(R_{dy}). \quad (2.30)$$

Получаем первое приближение обобщенных координат q_i , q_d , для которых вычисляется новое приближение R_{ic} , R_{dc} . Для полученных q_i , q_d определяется реальное значение $U_j(t)$, которое сравнивается с программным $U(t)$. Если ошибка ε превышает требуемую точность воспроизведения программной траектории, то итерационный процесс повторяется вычислением новых значений $R_{icj}(q_{ij})$, $R_{dcj}(q_{dj})$, для которых вычисляется новое значение R_{iyj} , R_{dyj} . Данная процедура повторяется до достижения требуемой точности воспроизведения программной траектории.

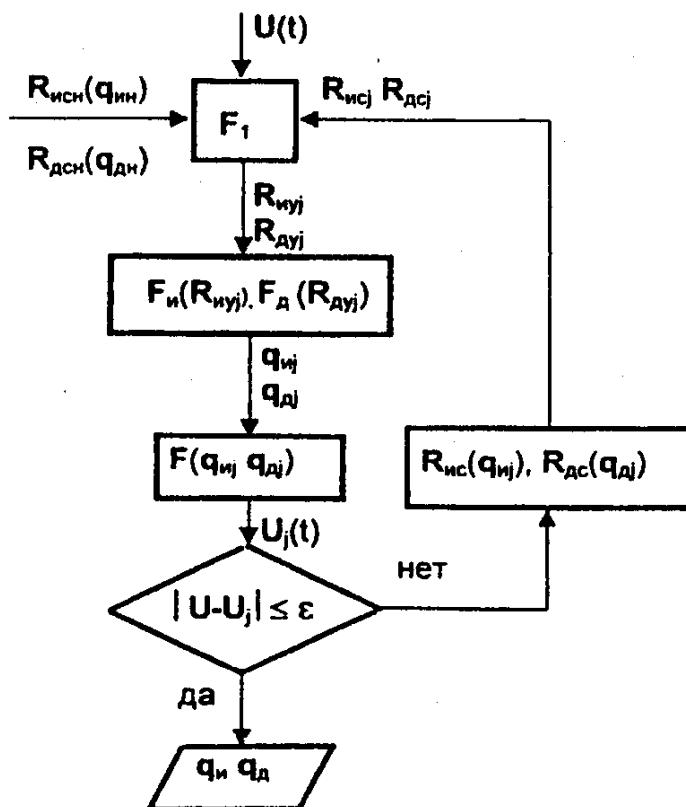


Рис. 2.10

Оценка сходимости процесса вычисления \mathbf{q}_n и \mathbf{q}_d для программных значений $U(t)$ из уравнений (2.26) осуществляется при подстановке вместо R_{uy} , R_{dy} , R_{uc} , R_{dc} их значений через \mathbf{q}_n , \mathbf{q}_d . В этом случае (2.26) приводится к (2.24), поэтому для оценки сходимости рассмотрим данное уравнение. Предположим, что в области изменения обобщенных координат $\mathbf{q}_n \in Q_n$ и $\mathbf{q}_d \in Q_d$ функция $F(\mathbf{q})$ непрерывна и существует вместе со своими частными производными $F' = \partial F / \partial \mathbf{q}$. Данное условие выполняется, если в области изменения $\mathbf{q}_n \in Q_n$ и $\mathbf{q}_d \in Q_d$ механизмы при перемещении не проходят особые положения. В области изменения $\mathbf{q}_n \in Q_n$ и $\mathbf{q}_d \in Q_d$ при выборе начального приближения \mathbf{q}_{nh} и \mathbf{q}_{dh} соблюдается условие Липшица существования и единственности решения:

$$\|F(\mathbf{q}_n) - F(\mathbf{q}_i)\| \leq M|\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_i|,$$

где M – произвольное положительное число.

Введем следующие нормы: $\|F(\mathbf{q})\| = \max|F_k|$ и $\|F'(\mathbf{q})\| = \max|F'_{kp}|$ – максимальный элемент вектора F и матрицы F' в области изменения $\mathbf{q}_n \in Q_n$ и $\mathbf{q}_d \in Q_d$. Тогда итерационный процесс является сжимающим, т.е. каждое последующее приближение меньше предыдущего, если выполняется условие

$$\frac{\|F(\mathbf{q}_{j+1})\|}{\|F(\mathbf{q}_j)\|} < 1. \quad (2.31)$$

Преобразуем (2.31) к виду

$$\frac{\|F'(\mathbf{q}_{j+1})\| |\mathbf{q}_{j+1} - \mathbf{q}_j|}{\|F'(\mathbf{q}_j)\| |\mathbf{q}_{j+1} - \mathbf{q}_j|} < 1. \quad (2.32)$$

В соответствии с теоремой о сходимости сжимающего отображения итерационный процесс нахождения решения (2.32) относительно \mathbf{q} сходится, если

$$\|F'(\mathbf{q}_{j+1})\| = \frac{1}{\mu} \|F'(\mathbf{q}_j)\|, \quad (2.33)$$

где $\mu > 1$. Коэффициент μ определяет скорость сходимости итерационного процесса.

Введение промежуточных координат $R_y = [R_{iy}, R_{dy}]^T$
 $R_c = [R_{ic}, R_{dc}]^T$, с одной стороны усложняет процесс итерации, но с другой позволяет:

- 1) применять канонические уравнения для решения (2.26) относительно $R_y = [R_{iy}, R_{dy}]^T$, которые одинаковы для любой кинематической схемы механизмов;
- 2) решать обратную задачу кинематики, определяя обобщенные координаты q_i, q_d через "управляемые" независимо для каждого изолированного механизма;
- 3) увеличить скорость сходимости итерационного процесса за счет соответствующего выбора "управляемых" и "свободных" координат для конкретной кинематической схемы механизма.

Изложенная методика вычисления абсолютных значений обобщенных координат в совокупности с нахождением обобщенных координат по приращениям позволяет решать обратную задачу кинематики для механизмов относительного манипулирования и планировать управление исполнительными приводами по информации об обрабатываемой поверхности.

2.3. Решение задачи о скоростях

Для многокоординатного механообрабатывающего оборудования необходимо обеспечивать требуемые скорости движения инструмента относительно обрабатываемой поверхности детали, управляя скоростью движения исполнительных приводов. Во-первых это скорость резания v_r , с которой осуществляется съем обрабатываемого материала, и подача – скорость относительного перемещения инструмента и детали v_p . В зависимости от типа технологической операции данные скорости имеют свое обозначение. Например, для токарной обработки скорость резания представляет линейную скорость вращения детали, подача – это перемещение резца на один оборот детали. Поэтому применительно для новых механизмов, рассматриваемых в монографии, в задаче о скоростях отразим специфику данных механизмов и будем рассматривать только скорости относительного перемещения инструмента и детали v_p .

Для пространственных механизмов, кроме линейных скоростей перемещения инструмента относительно детали, следует учитывать угловые скорости ориентации. В случае съема материала за счет вращения инструмента или детали скорость резания создается приводом, не участвующим в перемещении механизма. Для вращающегося инструмента (рис. 2.11) имеем режущую поверхность, поэтому режущая кромка

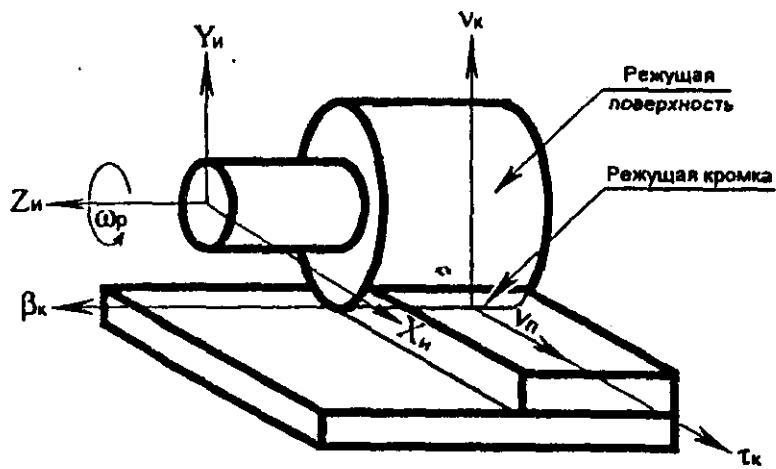


Рис. 2.11

ка или место касания инструмента и детали может перемещаться по режущей поверхности. Так для шлифовального круга режущая кромка представляет образующую цилиндрической поверхности, которая может перемещаться относительно системы координат, связанной с устройством привода вращения инструмента. Для механизма относительного манипулирования (см. рис. 2.8) система координат $(XYZ)_n$ связана с выходным звеном манипулятора перемещения инструмента.

Скорости движения приводов механизма \dot{q}' вычисляются через скорость перемещения инструмента относительно детали v_n , задаваемую в системе координат $(\tau\psi\beta)_n$.

Полное выражение для скоростей перемещения режущей кромки относительно обрабатываемой поверхности детали определяется линейными и угловыми скоростями перемещения сопровождающего трехгранника $(\tau\psi\beta)_n$ относительно системы координат детали $(XYZ)_d$. Уравнение, связывающее скорости перемещения $(\tau\psi\beta)_n$ относительно $(XYZ)_d$, аналогично (2.23):

$$\dot{\mathbf{R}}_i = J(\dot{q}) \dot{\mathbf{q}}, \quad (2.34)$$

где $J(\dot{q}) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \dots & b_{36} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{61} & b_{62} & b_{63} & \dots & b_{66} \end{bmatrix}$; $\dot{\mathbf{q}}$ – скорости движения выходных звеньев приводов.

Вектор скорости $\dot{\mathbf{R}}'_i = [C'_{11}, C'_{22}, C'_{33}, x', y', z']^T$ – включает линейные скорости перемещения точки $(i) - [x', y', z']^T$ и угловые скорости

движения осей координат τ_i , v_i и β_i , – $[C'_{11}, C'_{22}, C'_{33}]^T$. В данном случае в качестве угловых скоростей принимаются скорости изменения направляющих косинусов.

При механической обработке поверхности одним из требований к режимам обработки является обеспечение подачи или скорости движения режущей кромки по касательной к поверхности обработки v_n (рис. 2.11). Эта скорость направлена по оси τ_i . Однако для выполнения координированного движения режущей кромки по траектории необходимо обеспечивать все составляющие вектора скорости R'_i . Для этого выразим R'_i через v_n . Как было отмечено выше скорость v_n задается в системе координат трехгранника $(\tau v \beta)_i$, поэтому для определения угловых скоростей необходимо в каждой i -й точке траектории определять траекторию перемещения $(\tau v \beta)_i$ относительно $(XYZ)_d$.

Рассмотрим общий аналитический способ задания обрабатываемой поверхности

$$F_d(x, y, z) = 0. \quad (2.35)$$

К данному уравнению могут быть приведены другие способы представления обрабатываемой поверхности сплайн-функциями, в параметрическом виде и др. Уравнение (2.35) позволяет для каждой i -й точки траектории определить положение $(\tau v \beta)_i$ элементами матрицы ${}^d A_i$, в которой четвертый столбец – это линейные координаты точки (i) в системе координат $(XYZ)_d$. Направляющие косинусы для осей трехгранника $(\tau v \beta)_i$ (первый, второй и третий столбцы ${}^d A_i$) вычисляются из уравнения для нормали, касательной и бинормали в точке (i).

Уравнение нормали:

$$\frac{x - x_i}{a_x} = \frac{y - y_i}{a_y} = \frac{z - z_i}{a_z}, \quad (2.36)$$

$$\text{где } a_x = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} \right|_j, \quad a_y = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{y}} \right|_j, \quad a_z = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{z}} \right|_j.$$

В соответствии с (2.36) направляющие косинусы для оси v_i :

$$C_{12} = \frac{a_x}{a_\Sigma}, \quad C_{22} = \frac{a_y}{a_\Sigma}, \quad C_{32} = \frac{a_z}{a_\Sigma}, \quad (2.37)$$

$$\text{где } a_\Sigma = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Направляющие косинусы для касательной (ось τ_i) вычисляются через приращения координат Δx , Δy и Δz :

$$C_{11} = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}, C_{21} = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}},$$

$$C_{31} = \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}. \quad (2.38)$$

И для бинормали из определителя

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}$$

получим

$$C_{13} = C_{21}C_{32} - C_{31}C_{22},$$

$$C_{23} = C_{31}C_{12} - C_{11}C_{32},$$

$$C_{33} = C_{11}C_{22} - C_{21}C_{12}.$$

Непрерывное движение инструмента по обрабатываемой поверхности детали с достаточной степенью точности можно рассматривать в приращениях. Для этого продифференцировав (2.35) по x, y, z и рассматривая его в приращениях, получим

$$F(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = 0.$$

Из данного уравнения, задавая например Δx и Δz , можно вычислить Δy . Поэтому, зная выражения для направляющих косинусов и программные значения приращений линейных координат $[\Delta x, \Delta y, \Delta z]_i^T$, представленных в системе координат $(XYZ)_d$, получим

$$\begin{bmatrix} \Delta \tau \\ \Delta v \\ \Delta \beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Определив из (2.39) значение $\Delta \tau$, для заданной скорости v_n получим приращение времени

$$\Delta t = \frac{\Delta \tau}{v_n}, \quad (2.40)$$

за которое осуществляется координированный переход из точки (i) в точку ($i+1$). Зная данное время и программные значения приращений вектора ΔR_d (2.22), можно определить все составляющие для R'_d :

$$R'_d = \frac{1}{\Delta t} \Delta R_d. \quad (2.41)$$

Решая систему линейных уравнений (2.34) относительно φ' , получим расчетные программные значения для скоростей движения выходных звеньев приводов, соответствующих линейным и угловым скоростям движения режущей кромки инструмента по обрабатываемой поверхности детали. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений изложен в [5].

Механизмы относительного манипулирования позволяют выполнить координированные обкатывающие движения инструмента относительно детали, включая одновременное управление скоростью (см. параграф 2.7).

2.4. Метод сопровождающего трехгранника для описания обрабатываемой поверхности

При разработке управления процессом механической обработки деталей с использованием многозвенных манипуляционных систем возникает необходимость экономного описания этого процесса. Последнее связано с описанием геометрического контура обрабатываемой поверхности. При этом следует отметить, что метод описания геометрии обрабатываемой поверхности определяет принцип построения систем управления манипуляционными механизмами. Геометрия обрабатываемой поверхности определяет также требуемое количество степеней подвижности манипулятора, необходимое для выполнения данной операции.

Поверхности реальных машиностроительных деталей, представляющие сферические, цилиндрические, конические или другие поверхности, могут быть заданы следующими параметрами: радиусами кривизны, кручения и координатами опорных точек или линий. Для описания поверхности обработки используются матрицы вида (2.1). Перемещение инструмента по траектории на обрабатываемой поверхности от одной опорной точки к другой может быть задано как перемещение с заданными радиусами кривизны и кручения.

Рассмотрим методику описания обрабатываемой поверхности, основанную на математическом описании перемещения сопровождающего трехгранника ($\tau v \beta$), в системе координат детали (XYZ_d).

Форма обрабатываемой поверхности образуется режущей кромкой, которая перемещается по траектории обрабатываемой поверхности. Траектория на поверхности детали выбирается таким образом, чтобы при движении по ней режущей кромки инструмента образовалась форма обрабатываемой поверхности.

При движении инструмента по траектории, расположенной на поверхности обрабатываемой детали (рис. 2.12) ось сопровождающего трехгранника τ , направлена по касательной к траектории, v_i – по нормали, а β_i – по бинормали к поверхности, на которой расположена

траектория. Основные параметры, характеризующие траекторию в пространстве, – это текущие линейные координаты траектории, радиус кривизны ρ_i и радиус кручения λ_i . Радиус кривизны ρ_i в i -й точке траектории направлен вдоль оси v_i и определяется как производная вектора τ , по дуге s .

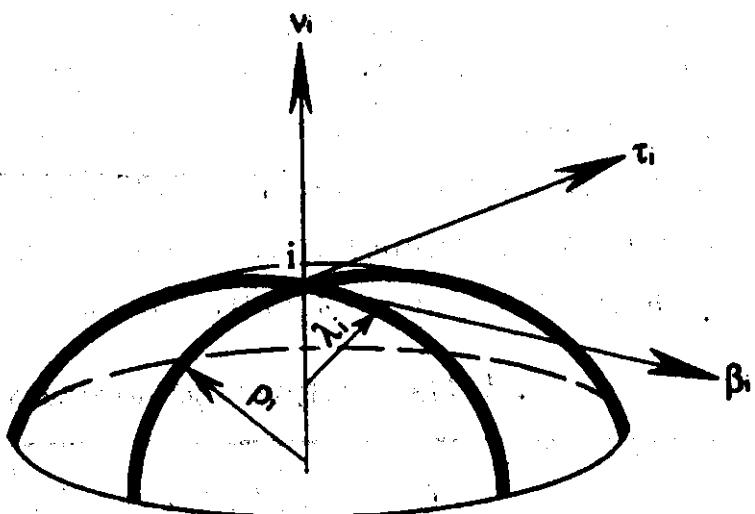


Рис. 2.12

$$\frac{1}{\rho_i} v_i = \frac{d\tau_i}{ds_i}. \quad (2.42)$$

Величина радиуса кривизны ρ_i в каждой i -й точке поверхности вычисляется через модуль производной

$$\rho_i = \frac{1}{|d\tau_i/ds_i|}. \quad (2.43)$$

Цилиндрическая поверхность полностью может быть задана координатами опорных точек траектории, радиусами кривизны ρ_i и направляющими косинусами осей v_i и β_i , причем для цилиндрической поверхности направляющие косинусы оси β_i постоянны для всех опорных точек.

Радиус кручения λ_i (рис. 2.12) также направлен по оси v_i и определяется как производная вектора β_i по дуге s

$$\frac{1}{\lambda_i} v_i = - \frac{d\beta_i}{ds_i}. \quad (2.44)$$

Величина радиуса кручения λ_i в каждой i -й опорной точке поверхности вычисляется через модуль производной

$$\lambda_i = \frac{1}{|d\beta_i/ds_i|}. \quad (2.45)$$

При одновременном повороте с заданными радиусами кривизны ρ_i и кручения λ_i получается произвольная форма обрабатываемой поверхности.

Для записи параметра обрабатываемой поверхности воспользуемся табл. 2.1, в которой k - номер опорной точки линии, C_{ij} – направляющие косинусы осей сопровождающего трехгранника ($\tau\psi\beta$), относительно осей системы координат $(XYZ)_d$, x_i, y_i, z_i – координаты опорных точек траектории в системе координат $(XYZ)_d$, ρ_i и λ_i – соответственно радиус кривизны и кручения в опорной точке.

2.1. Параметры обрабатываемой поверхности

k	x_i	y_i	z_i	C_{11}	C_{21}	C_{31}	C_{12}	C_{22}	C_{32}	C_{13}	C_{23}	C_{33}	ρ_i	λ_i

В зависимости от способа задания системы координат, относительно которой описывается обрабатываемая поверхность, и, соответственно, способа крепления детали, определяются алгоритмы управления манипуляционной системой. Кроме того, в зависимости от способа закрепления детали в схвате определяется числом степеней подвижности манипулятора перемещения детали, необходимое для получения требуемой поверхности. Минимальное число степеней подвижности манипулятора, необходимое для получения требуемой формы поверхности, определяется типом поверхности.

Для упрощения алгоритмов управления манипулятором необходимо рекомендовать следующие способы закрепления детали в схвате с учетом его кинематики:

1. Если деталь имеет ось вращения, то ее необходимо направлять по оси вращения конечного звена манипулятора, так как это позволяет получать данную поверхность только вращением вокруг оси конечного звена.

2. Для получения цилиндрической поверхности достаточно иметь пять степеней подвижности при этом необходимо таким образом закреплять деталь в схвате, чтобы ориентирующие степени подвижности имели оси вращения перпендикулярные образующей цилиндрической поверхности.

3. Если деталь образована поверхностями, имеющими оси вращения, то необходимо стремиться, чтобы данные оси были параллельны осям вращения конечного звена и последующих звеньев манипулятора перемещения детали.

Предложенный метод описания геометрии обрабатываемой поверхности детали с применением сопровождающего трехгранника является обобщенным методом задания сложной поверхности. При анализе кинематики механизмов относительного манипулирования вводятся следующие координатные системы (рис. 2.13):

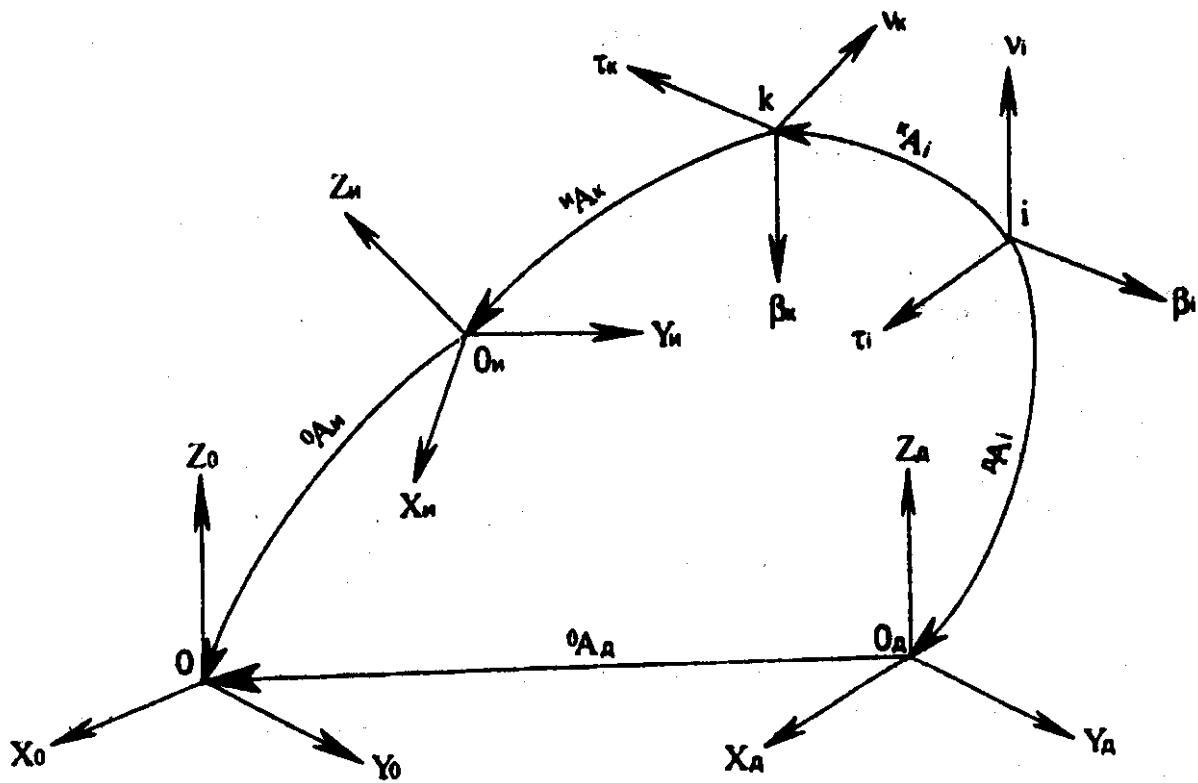


Рис. 2.13.

$(XYZ)_0$ – неподвижная (базовая) система координат;

$(XYZ)_d$ – система координат, связанная с местом крепления детали либо с ее базовыми поверхностями, относительно которых описывается обрабатываемая поверхность;

$(XYZ)_u$ – система координат, связанная с местом крепления инструмента, относительно которого описывается его режущая поверхность и положение режущей кромки;

$(\tau v \beta)_k$ – подвижный трехгранник, связанный с режущей кромкой и определяющий ее положение относительно $(XYZ)_u$;

$(\tau v \beta)_i$ – подвижный трехгранник, связанный с точками поверхности и определяющий их положение в системе координат $(XYZ)_d$.

Введенные системы координат дают возможность алгоритмизировать процесс обработки наиболее экономичным образом и с единых позиций разрабатывать алгоритмы управления манипулятором.

Как было отмечено выше, математически обрабатываемая поверхность получается взаимным перемещением двух трехгранников – $(\tau v \beta)_i$, связанного с поверхностью детали, и $(\tau v \beta)_k$, связанного с режущей кромкой инструмента (рис. 2.13).

Элементы матрицы ${}^k A_i$ определяют геометрию получаемой поверхности детали, ${}^n A_k$ – положение режущей кромки на режущей по-

верхности, ${}^d A_i$ – положение опорных точек поверхности, ${}^0 A_d$ и ${}^0 A_u$ – положение систем координат $(XYZ)_d$ и $(XYZ)_u$ относительно $(XYZ)_0$.

Рассмотрим способы формирования матрицы описания обрабатываемой поверхности ${}^k A_i$ при перемещении между опорными точками для различных поверхностей.

1. Цилиндрическая поверхность (рис. 2.14) получается последовательным вращением детали относительно мгновенной оси $a-a$ с радиусом кривизны ρ_i . Ось $a-a$ параллельна осям трехгранника β_i и β_k . Цилиндрическая поверхность получается последовательным перемещением трехгранника $(\tau v \beta)_i$ до его совпадения с трехгранником $(\tau v \beta)_k$. На рис. 2.14 показан переход опорной точки (i) обрабатываемой поверхности в точку (k) по радиусу кривизны ρ_i .

Матрица формирования обрабатываемой поверхности или матрица перехода трехгранника $(\tau v \beta)_i$ из точки (i) в точку (k) для цилиндрической поверхности имеет вид

$${}^k A_i(t_i) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\phi_i - \omega_i t_i) & -\sin(\Delta\phi_i - \omega_i t_i) & 0 & \rho_i \sin(\Delta\phi_i - \omega_i t_i) \\ \sin(\Delta\phi_i - \omega_i t_i) & \cos(\Delta\phi_i - \omega_i t_i) & 0 & \rho_i(1 - \cos(\Delta\phi_i - \omega_i t_i)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.46)$$

где t_i – текущее время перемещения между опорными точками $t_i = (0 \div t_{ik})$; $\Delta\phi_i$ – угол между опорными точками при вращении с постоянным радиусом кривизны ρ_i в плоскости перпендикулярной мгновенной оси вращения $a-a$.

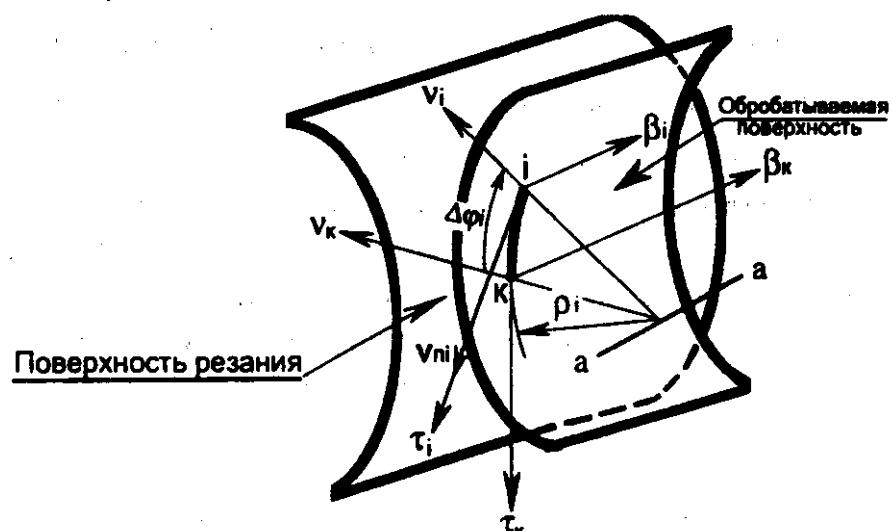


Рис. 2.14

Мгновенная ось вращения $a-a$ располагается внутри тела детали для выпуклой цилиндрической поверхности или внутри инструмента для вогнутой поверхности. В матрице перехода (2.46) угол $(\Delta\phi_i - \omega_i t_i)$ и радиус кривизны ρ_i берутся с соответствующим знаком. Для выпуклой поверхности радиус кривизны ρ_i отрицателен и откладывается в отрицательном направлении оси v_i . Для вогнутой поверхности ρ_i положителен и откладывается в положительном направлении оси v_i . Знак угла $(\Delta\phi_i - \omega_i t_i)$ совпадает со знаком вращения вокруг оси β_k , при вращении по часовой положительный, а против часовой – отрицательный. Для вогнутой поверхности минимальный радиус ρ_i ограничен радиусом инструмента.

Круговая частота ω_i определяется через скорость перемещения v_n центра трехгранника $(tv\beta)_i$,

$$\omega_i = v_n / \rho_i. \quad (2.47)$$

Рассмотренный выше способ описания поверхности может применяться также для ленточного инструмента, но в этом случае нельзя получить вогнутую цилиндрическую поверхность.

2. Поверхность произвольной формы характеризуется радиусами кривизны ρ_i и кручения λ_i , поэтому для ее получения необходимо осуществлять поворот одновременно в двух плоскостях (рис. 2.15) в плоскости $v_k k \beta_k$ на угол $\Delta\psi_i$ с радиусом λ_i и в плоскости $t_i 0_i v_i$ на угол $\Delta\phi_i$ с радиусом ρ_i . Осуществляя двойной поворот на углы $\Delta\psi_i$ и выполняется переход системы координат $(tv\beta)_i$ в положение системы координат $(tv\beta)_k$. Для этого случая матрица ${}^k A_i$ перехода трехгранника $(tv\beta)_i$ из точки (i) в точку (k) принимает вид

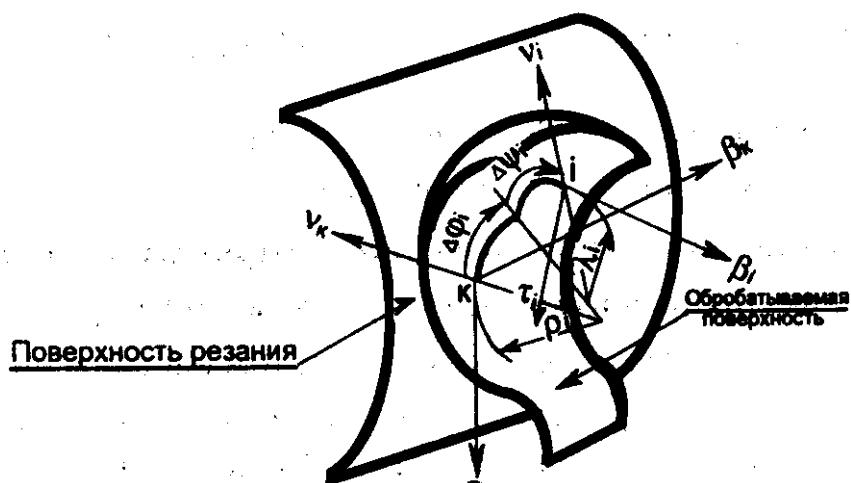


Рис. 2.15

$$\kappa A_i = \begin{vmatrix} \cos(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i) & \sin(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i) \\ \sin(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i)\cos(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) & \cos(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i)\cos(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) \\ \sin(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i)\sin(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) & -\cos(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i)\sin(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ \sin(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) \\ \cos(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -\rho_i \sin(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i) \\ (\rho_i - \lambda_i) \cos(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) - \rho_i \cos(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i) \cos(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) + \lambda_i \\ (\lambda_i - \rho_i) \sin(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) + \rho_i \cos(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i) \sin(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i) \\ 1 \end{vmatrix}, \quad (2.48)$$

где t_i – текущее время перемещения между опорными точками.

Углы $\Delta\phi_i$ и $\Delta\psi_i$ – соответственно углы между опорными точками при повороте по радиусу кривизны ρ_i и радиусу кручения λ_i . Круговые частоты ω_{1i} и ω_{2i} определяются через линейные скорости v_{1i} и v_{2i}

$$\omega_{1i} = v_{1i} / \rho_i, \quad \omega_{2i} = v_{2i} / \lambda_i. \quad (2.49)$$

Линейные скорости v_{1i} и v_{2i} определяются через скорость v_{pi} перемещения центра трехгранника $(tv\beta)_i$ относительно $(tv\beta)_k$

$$v_{1i} = \frac{\Delta\phi_i \rho_i}{\sqrt{(\Delta\phi_i \rho_i)^2 + (\Delta\psi_i \lambda_i)^2}} v_{pi}, \quad v_{2i} = \frac{\Delta\psi_i \lambda_i}{\sqrt{(\Delta\phi_i \rho_i)^2 + (\Delta\psi_i \lambda_i)^2}} v_{pi}. \quad (2.50)$$

В матрице перехода (2.48) углы $(\Delta\phi_i - \omega_{1i}t_i)$ и $(\Delta\psi_i - \omega_{2i}t_i)$, радиус кривизны ρ_i и кручения λ_i берутся с соответствующими знаками. Для выпуклой поверхности радиус кручения λ_i отрицателен и откладывается в отрицательном направлении оси v_i , для вогнутой поверхности λ_i – положителен и откладывается в положительном направлении оси v_i .

Таким образом матрицы (2.46) и (2.48) описывают цилиндрические поверхности и поверхности, характеризуемые радиусами кривизны и кручения. Перемещение трехгранника $(tv\beta)_i$, связанного с обрабаты-

ваемой поверхностью, относительно $(\tau v \beta)_x$ осуществляется с заданной линейной скоростью v_p . Данный способ описания рассмотренных выше поверхностей удобен тем, что полученное математическое описание может быть преобразовано из одной системы координат в другую умножением на матрицы перехода из одной системы координат в другую.

2.5. Планирование траекторий взаимного перемещения инструмента и детали

Для аппроксимации сложных пространственных поверхностей, задаваемых координатами опорных точек поверхности, часто применяют многомерные полиномы. Рассмотрим для этих целей применение многомерных полиномов Лагранжа, зависимых от двух переменных. Метод сопровождающего трехгранника, рассмотренный выше для описания поверхностей, в сочетании с полиномами Лагранжа дает возможность планировать траекторию перемещения инструмента относительно детали и формировать управление манипуляторами для поверхностей, задаваемых координатами опорных точек.

Описание поверхности полиномами состоит в последовательном решении следующих задач:

1. Приближенное описание поверхности полиномами по заданным координатам опорных точек поверхности в системе координат $(XYZ)_d$.
2. Определение ориентации сопровождающего трехгранники $(\tau v \beta)$, относительно осей системы координат $(XYZ)_d$.
3. Нахождение элементов матрицы, определяющей закон перемещения инструмента относительно детали.

Задача 1 состоит в получении коэффициентов полиномов Лагранжа по заданным координатам опорных точек поверхности. Интерполяционные полиномы Лагранжа одной переменной позволяют аппроксимировать функцию $y(x)$, задаваемую координатами опорных точек (x_i, y_i) .

$$y(x) = P(x) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \prod_{j=1, j \neq i}^n (x - x_j),$$

где коэффициенты Лагранжа $p(x_i)$ определяются через значения x_i, y_i в опорных точках

$$p(x_i) = \frac{y_i}{\prod_{j=1, j \neq i}^n (x_i - x_j)},$$

$i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$, n – степень полинома.

Полином Лагранжа двух переменных для поверхности, представленной на рисунке 2.16, по аналогии с полиномом одной переменной имеет вид:

$$y_{\pi} = P(z_{\pi}, x_{\pi}) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} P_{i,j} \prod_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^2 \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^2 (z_{\pi} - z_q)(x_{\pi} - x_p). \quad (2.51)$$

Здесь $i = [0 \div k]$ – количество опорных сечений поверхности вдоль оси X_d , $j = [0 \div m]$ – количество опорных сечений поверхности вдоль оси Z_d , $P_{i,j}$ – постоянные коэффициенты полинома, определяемые через координаты опорных точек поверхности.

Рассмотрим аппроксимацию поверхности полиномами Лагранжа второй степени.

$$y_{\pi} = P(z_{\pi}, x_{\pi}) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 P_{i,j} \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq i}}^2 \prod_{\substack{q=0 \\ q \neq j}}^2 (z_{\pi} - z_q)(x_{\pi} - x_p), \quad (2.52)$$

При интерполяции поверхности полиномами двух переменных необходимо, чтобы опорные точки поверхности (узлы интерполяции) образовывали сетку. Наиболее удобной является прямоугольная сетка с равномерным распределением клеток. В этом случае поверхность, представляемая координатами узлов прямоугольной сетки, в зависимости от расположения текущих координат (z_{π}, x_{π}) поверхности последовательно "накрывается" прямоугольником (рис. 2.16). При этом для

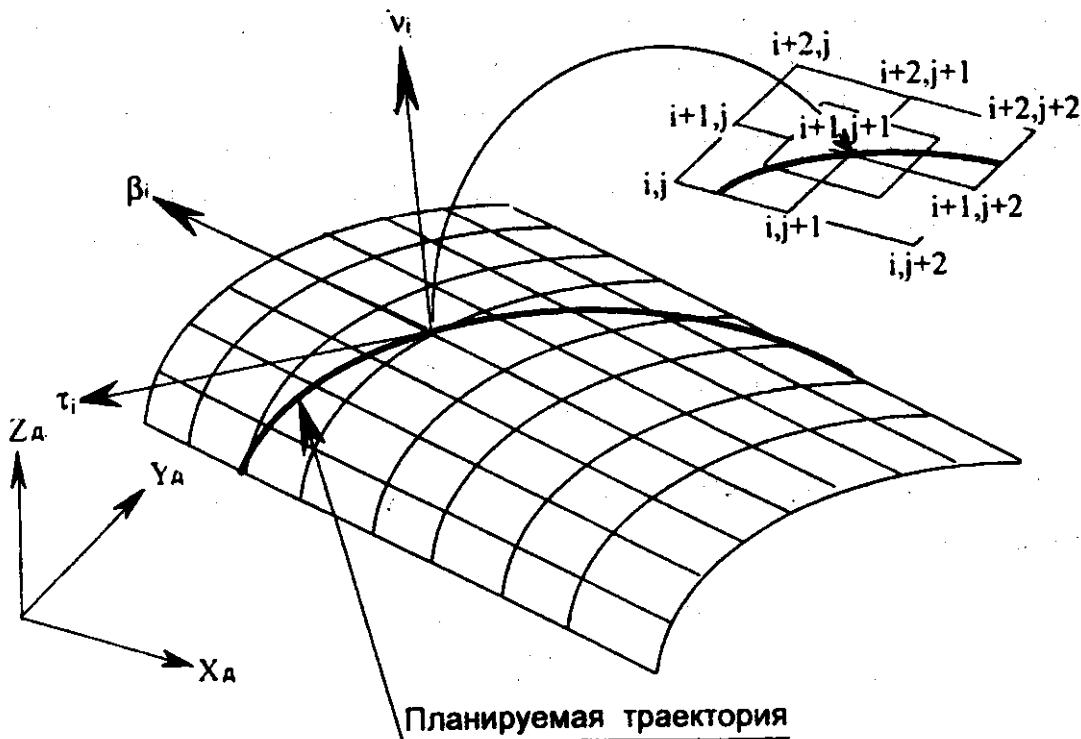


Рис. 2.16

более точной аппроксимации необходимо, чтобы текущие координаты поверхности (z_n, x_n) находились в области центра прямоугольника. Как правило данная область ограничена центрами входящих в прямоугольник клеток

$$x_n \in \left[\frac{x_n(i+1, j) - x_n(i, j)}{2}, \frac{x_n(i+2, j) - x_n(i+1, j)}{2} \right],$$

$$z_n \in \left[\frac{z_n(i, j+2) - z_n(i, j+1)}{2}, \frac{z_n(i, j+1) - z_n(i, j)}{2} \right].$$

Постоянные коэффициенты полинома (2.53) определяются для каждого элемента поверхности через координаты известных опорных точек поверхности:

$$P_{j,i} = \frac{y_{j,i}}{(z_{j,i} - z_{j+1,i})(z_{j,i} - z_{j+2,i})(x_{j,i} - x_{j,i+1})(x_{j,i} - x_{j,i+2})},$$

$$\vdots$$

$$P_{j+2,i+2} = \frac{y_{j+2,i+2}}{(z_{j+2,i+2} - z_{j,i+2})(z_{j+2,i+2} - z_{j+1,i+2})} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{y_{j+2,i+2}}{(x_{j+2,i+2} - x_{j+2,i})(x_{j+2,i+2} - x_{j+2,i+1})}.$$

С учетом принятых обозначений полином (2.52) приводится к виду

$$y_n = A_1 z_n^2 x_n^2 + A_2 z_n^2 x_n + A_3 z_n x_n^2 + A_4 z_n^2 + A_5 x_n^2 + A_6 z_n x_n + A_7 z_n + A_8 x_n + A_9, \quad (2.53)$$

где коэффициенты A_k вычисляются через постоянные P_{ij} и координаты опорных точек поверхности приведены в табл. 14 (приложения).

Задача 2 состоит в определении углов ориентации трехгранника $(\tau v \beta)_i$ относительно осей системы координат $(XYZ)_d$. Для каждой точки поверхности, используя уравнение (2.53), кроме текущих координат поверхности, вычисляются направляющие косинусы для осей трехгранника $(\tau v \beta)_i$, связанного с поверхностью, которые представляют соответственно касательную, нормаль и бинормаль в каждой точке поверхности.

Для нахождения углов ориентации сопровождающего трехгранника $(\tau v \beta)_i$ в каждой точке траектории относительно осей системы координат $(XYZ)_d$ необходимо получить уравнение нормали в точке по-

верхности, касательной к траектории перемещения инструмента относительно детали и уравнение бинормали.

Уравнение нормали (ось v_i) к поверхности в каждой точке траектории с координатами (x_i, y_i, z_i) (2.36), в котором коэффициенты a_x , a_y и a_z определяются из уравнения (2.53):

$$a_x = -y'_x = -\frac{\partial y_{\pi}}{\partial x_{\pi}} = -(2A_1x_{\pi}z_{\pi}^2 + A_2z_{\pi}^2 + 2A_3x_{\pi}z_{\pi} + 2A_5x_{\pi} + A_6z_{\pi} + A_8),$$

$$a_y = -y'_y = -1, \quad (2.54)$$

$$a_z = -y'_z = -\frac{\partial y_{\pi}}{\partial z_{\pi}} = -(2A_1x_{\pi}^2z_{\pi} + 2A_2x_{\pi}z_{\pi} + A_3x_{\pi}^2 + 2A_4z_{\pi} + A_6x_{\pi} + A_7).$$

С учетом (2.54) направляющие косинусы для оси v_i в точке поверхности с координатами $(x_{\pi}, y_{\pi}, z_{\pi})$ относительно осей системы координат $(XYZ)_d$ принимают вид

$$C_{xv} = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} = \frac{-y'_x}{\sqrt{(y'_x)^2 + (y'_y)^2 + (y'_z)^2}},$$

$$C_{yv} = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} = \frac{y'_y}{\sqrt{(y'_x)^2 + (y'_y)^2 + (y'_z)^2}}, \quad (2.55)$$

$$C_{zv} = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} = \frac{-y'_z}{\sqrt{(y'_x)^2 + (y'_y)^2 + (y'_z)^2}}.$$

Уравнение касательной (ось τ_i) к траектории движения инструмента относительно детали аналогично (2.38), только вместо приращений $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ берутся частные производные от x_i, y_i и z_i по времени:

$$\Delta x = \frac{dx_i}{dt} = a_x, \quad \Delta y = \frac{dy_i}{dt} = a_y, \quad \Delta z = \frac{dz_i}{dt} = a_z. \quad (2.56)$$

С учетом (2.56) направляющие косинусы для оси τ_i в точке поверхности с координатами $(x_{\pi}, y_{\pi}, z_{\pi})$ относительно осей системы координат $(XYZ)_d$

$$C_{x\pi} = \frac{a_x}{\sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}},$$

$$C_{y\pi} = \frac{a_y}{\sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}}, \quad (2.57)$$

$$C_{z\pi} = \frac{a_z}{\sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2}}.$$

Направляющие косинусы для бинормали трехгранника $(tv\beta)_i$ (ось β_i) определяются из векторного произведения

$$\begin{vmatrix} C_{x\pi} & C_{xv} & C_{x\beta} \\ C_{y\pi} & C_{yv} & C_{y\beta} \\ C_{z\pi} & C_{zv} & C_{z\beta} \end{vmatrix}$$

$$C_{x\beta} = C_{y\pi}C_{zv} - C_{z\pi}C_{yv},$$

$$C_{y\beta} = C_{x\pi}C_{zv} - C_{z\pi}C_{xv}, \quad (2.58)$$

$$C_{z\beta} = C_{x\pi}C_{yv} - C_{y\pi}C_{xv}.$$

Таким образом, уравнения (2.55), (2.57) и (2.58) определяют ориентацию подвижного трехгранника $(tv\beta)_i$ относительно осей системы координат $(XYZ)_d$.

Задача 3 состоит в нахождении элементов матрицы ${}^n A_i$ (рис. 2.16), определяющей закон перемещения инструмента относительно детали. Элементы матрицы ${}^n A_i$:

$${}^n A_i = \begin{bmatrix} C_{x\pi} & C_{xv} & C_{x\beta} & x_i \\ C_{y\pi} & C_{yv} & C_{y\beta} & y_i \\ C_{z\pi} & C_{zv} & C_{z\beta} & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

находятся на основе решения задач 1 и 2. Координаты x_i, y_i, z_i представляют переменные x_p, y_p и z_p в полиноме Лагранжа (2.53), вычисляемые для каждой i -й точки траектории перемещения инструмента по поверхности детали. Направляющие косинусы $C_{x\pi}, C_{xv}, C_{x\beta}, C_{y\pi}, C_{yv}, C_{y\beta}, C_{z\pi}, C_{zv}, C_{z\beta}$ определяются из уравнений (2.55), (2.57), (2.58).

Для получения непрерывного перемещения с заданной скоростью v_n по планируемой траектории (рис. 2.16) ее координаты x_n и z_n задаются в параметрическом виде

$$x_n(t) = v_x t, \quad z_n(t) = v_z t,$$

где скорости v_x и v_z для текущего шага вычисляются через значение v_n на предыдущем шаге

$$v_x = C_{xt} v_n, \quad v_z = C_{zt} v_n.$$

Значения C_{xt} и C_{zt} определяются также на предыдущем шаге.

Подстановкой текущих координат $x_n(t)$, $z_n(t)$ в (2.53) вычисляется координата $y_n(t)$ планируемой точки траектории, а также планируемые значения направляющих косинусов $C_{x\beta}(t)$, $C_{y\beta}(t)$, $C_{z\beta}(t)$, $C_{xt}(t)$, $C_{yt}(t)$, $C_{zt}(t)$, $C_{x\beta}(t)$, $C_{y\beta}(t)$, $C_{xz}(t)$. Текущие элементы A_i вычисляются для каждой точки траектории с частотой задания координат $x_n(t)$ и $z_n(t)$.

Таким образом, метод, основанный на применении сопровождающего трехгранника, в сочетании с описанием обрабатываемой поверхности детали полиномами Лагранжа позволяет планировать закон перемещения инструмента и его ориентацию относительно детали для получения цилиндрических поверхностей, поверхностей общего положения, характеризуемых радиусами кривизны и кручения, а также поверхностей, задаваемых координатами опорных точек.

2.6. Решение задачи управления исполнительными приводами при обработке сложных поверхностей

Задача управления исполнительными приводами при обработке сложных поверхностей состоит в определении обобщенных координат q по заданной информации об обрабатываемой поверхности и траектории движения инструмента по данной поверхности. Как было отмечено выше сложные поверхности могут быть описаны в аналитическом виде полиномами

$$y = P(x, z),$$

сплайн-функциями двух переменных

$$y = \sum_{k=1}^n S_k(x, y),$$

в параметрическом виде

$$y = y(t), \quad x = x(t), \quad z = z(t).$$

Для решения задач управления рассмотрим более общий аналитический способ описания сложной поверхности, к которому приводятся все другие способы. Допустим, что дано аналитическое описание сложной поверхности в системе координат детали

$$y = F_d(x, z). \quad (2.59)$$

Траектория перемещения режущей кромки инструмента (подвижного трехгранника $(\tau v \beta)_i$) по обрабатываемой поверхности задается, как правило, технологом исходя из технологических требований, особенностей инструмента и поверхности обработки. В настоящей монографии вопросы оптимизации движения инструмента относительно детали не рассматриваются. Однако, для получения непрерывной траектории перемещения инструмента относительно детали достаточно траекторию движения $(\tau v \beta)_i$ по поверхности задавать в приращениях

$$\Delta y = f(\Delta x, \Delta z), \quad (2.60)$$

обеспечивая условие

$$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2 + \Delta y^2} \leq \xi_{\min},$$

где ξ_{\min} – минимальная допустимая погрешность воспроизведения поверхности.

Таким образом, траектория перемещения $(\tau v \beta)_i$ по поверхности задается последовательным изменением $\Delta x = \Delta x(i)$, $\Delta z = \Delta z(i)$ и вычислением $\Delta y(i) = f(\Delta x(i), \Delta z(i))$ в каждой i -й точке поверхности. Скорость движения $(\tau v \beta)_i$ по поверхности задается, как правило, касательной скоростью относительного перемещения точки (i) – v_p (раздел 2.3). Зная v_p определяются скорости движения по координатам x_d , y_d и z_d через матрицу направляющих косинусов ${}^d C_i$, параметры которой вычисляются для каждой i -й точки поверхности по уравнениям (2.55-2.58):

$$\begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix}_d = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}_i \begin{vmatrix} v_p \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Скорости v_x , v_y и v_z определяют интервал времени Δt , с которым необходимо задавать приращения координат Δy , Δx и Δz :

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{\Delta y}{v_y} = \frac{\Delta z}{v_z}. \quad (2.61)$$

Зная Δt , определяются программные угловые скорости перемещения осей координат τ_i , v_i и β_i . Первоначально определим приращения угловых координат. Для этого составим матрицу направляющих косинусов в точке $(i+1)$. Положение подвижного трехгранника $(\tau v \beta)_{i+1}$ в точке $(i+1)$ определяется из уравнения

$$y_{i+1} = F(x_i + \Delta x, z_i + \Delta z),$$

из которого, используя (2.55 ... 2.58), вычисляются параметры ${}^a C_{i+1}$ в точке $(i+1)$.

Исходя из матричного преобразования

$${}^a C_{i+1} = {}^a C_i {}^i C_{i+1} \quad (2.62)$$

получим матрицу приращений направляющих косинусов

$${}^i C_{i+1} = {}^a C_i {}^a C_{i+1}, \quad (2.63)$$

из которой приращения угловых координат вычисляются как Arccos от элементов ${}^i C_{i+1}$. Следует заметить, что когда требуется выполнять матричные преобразования, целесообразно не переходить к угловым координатам.

Если поделить элементы матрицы направляющих косинусов ${}^i C_{i+1}$ на Δt из (2.61), то получим скорость перемещения угловых координат как скорости изменения направляющих косинусов

$${}^i C'_{i+1} = \frac{1}{\Delta t} ({}^i C_{i+1}). \quad (2.64)$$

При обработке поверхности программная траектория перемещения инструмента относительно обрабатываемого изделия для каждой i -й точки поверхности задается элементами матрицы ${}^a A_i$ в системе координат $(XYZ)_d$.

Как было отмечено выше, с математической точки зрения условием обработки поверхности является последовательное совпадение $(\tau v \beta)_i$ и $(\tau v \beta)_k$ в каждый момент времени t . Для определения приращений управляемых координат q при перемещении из точки (i) в точку

$(i+1)$ составим фундаментальное матричное уравнение, устанавливающее взаимосвязь $(\tau v \beta)_i$ с системой координат $(XYZ)_0$ (рис. 2.17).

Для составления фундаментального матричного уравнения воспользуемся графоаналитическим методом, сущность которого состоит в написании последовательности преобразований из одной системы координат в другую по любым двум графикам. Так для преобразования из $(\tau v \beta)_{i+1}$ в $(XYZ)_0$ – это произведение матриц преобразований при переходе из точки $(i+1)$ в точку (0) по двум направленным графикам ${}^0 A_d \Delta A_d {}^d A_{k+1}$ и ${}^0 A_u \Delta A_u {}^u A_{i+1}$:

$${}^0 A_u \Big|_i \Delta A_u \Big|_i {}^u A_{k+1} = {}^0 A_d \Big|_i \Delta A_d \Big|_i {}^d A_{i+1}. \quad (2.65)$$

При постоянстве расположения режущей кромки на режущей поверхности ${}^u A_{i+1} = {}^u A_i = \text{const}$.

Матрицы ΔA_u и ΔA_d являются функциями приращений управляемых координат q :

$$\Delta A_u = \frac{\partial {}^0 A_u}{\partial q_u} \Delta q_u = \left[\begin{bmatrix} \frac{\partial {}^0 C_{u1}}{\partial q_u} & \frac{\partial {}^0 C_{u2}}{\partial q_u} & \frac{\partial {}^0 C_{u3}}{\partial q_u} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{\partial {}^0 R_u}{\partial q_u} \right] \Delta q_u, \quad (2.66)$$

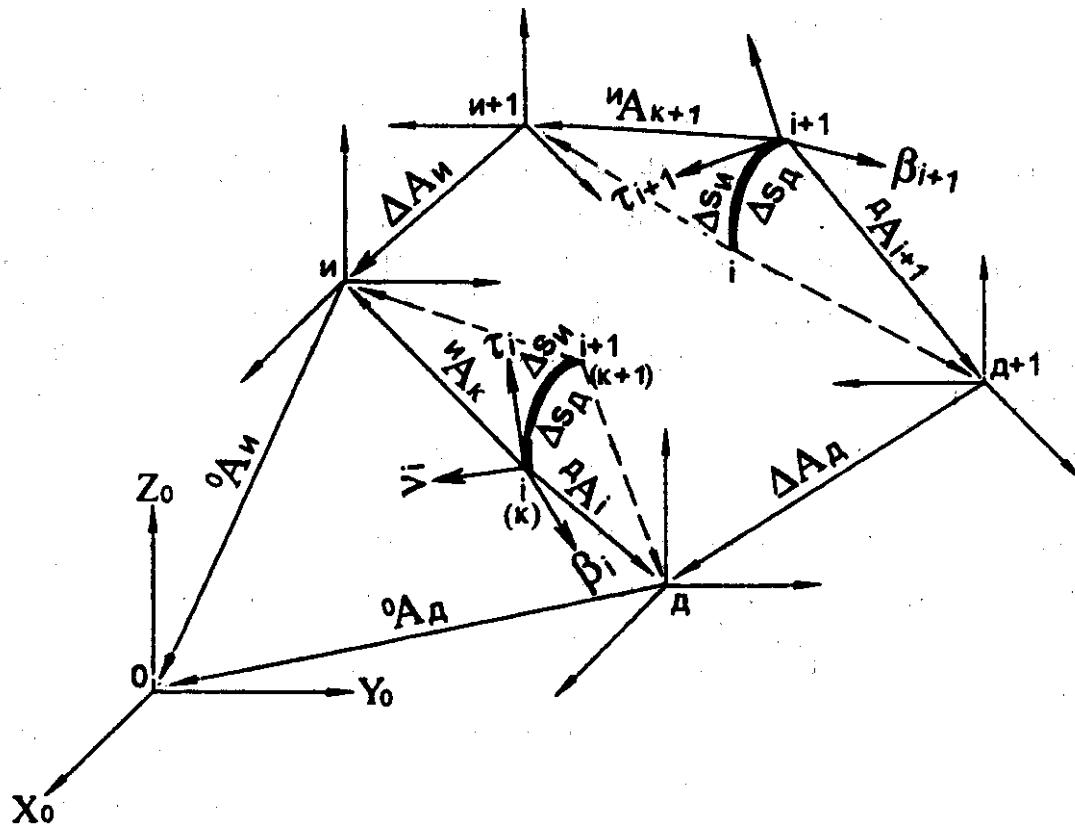


Рис. 2.17

$$\Delta A_d = \frac{\partial^0 A_d}{\partial q_d} \Delta q_d = \left[\begin{bmatrix} \frac{\partial^0 C_{d1}}{\partial q_d} & \frac{\partial^0 C_{d2}}{\partial q_d} & \frac{\partial^0 C_{d3}}{\partial q_d} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial^0 R_d}{\partial q_d} \right] \Delta q_d, \quad (2.67)$$

где $\frac{\partial^0 C_{ij}}{\partial q_i}$, $\frac{\partial^0 C_{di}}{\partial q_d}$, $\frac{\partial^0 R_d}{\partial q_d}$ и $\frac{\partial^0 R_i}{\partial q_i}$ – представляют матрицы, получаемые как производные от векторов

$${}^0 C_{ii} = {}^0 \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \end{bmatrix}_i, \quad {}^0 C_{ii2} = {}^0 \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \\ C_{32} \end{bmatrix}_i, \quad {}^0 C_{ii3} = {}^0 \begin{bmatrix} C_{13} \\ C_{23} \\ C_{33} \end{bmatrix}_i,$$

$${}^0 C_{di1} = {}^0 \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \end{bmatrix}_d, \quad {}^0 C_{di2} = {}^0 \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \\ C_{32} \end{bmatrix}_d, \quad {}^0 C_{di3} = {}^0 \begin{bmatrix} C_{13} \\ C_{23} \\ C_{33} \end{bmatrix}_d, \quad {}^0 R_d \text{ и } {}^0 R_i$$

по координатам q_d и q_i .

Значения ${}^0 A_i$, ΔA_i , ${}^0 A_d$ и ΔA_d определяются при значениях q_i в точке (i).

Из матричного уравнения (2.65) получим уравнение

$${}^0 A_i \left| \frac{\partial^0 A_i}{\partial q_i} \right|_i \Delta q_i {}^0 A_i = {}^0 A_d \left| \frac{\partial^0 A_d}{\partial q_d} \right|_i \Delta q_d {}^0 A_{i+1}, \quad (2.68)$$

которое позволяет определить Δq_i и Δq_d для заданных параметров ${}^0 A_{i+1}$. Для этого первоначально перемножаются матрицы левой и правой частей (2.68). Затем составляется система алгебраических уравнений путем приравнивания элементов четвертого столбца и трех элементов в подматрице $[3 \times 3]$ направляющих косинусов, не принадлежащих одной строке и одному столбцу. В общем виде данная система приводится к виду

$$J(q)|_i \Delta q_i = \Delta R_i, \quad (2.69)$$

где ΔR_i – вектор, составленный из элементов ${}^0 A_{i+1}$, входящих в систему уравнений при приравнивании элементов матричного уравнения (2.68); $\Delta q_i = [\Delta q_i^T, \Delta q_d^T]^T$ – приращения обобщенных координат q , необходимых для перемещения из точки (i) в точку ($i+1$); $J(q)|_i$ – Якобиан, являющийся функцией геометрических параметров механизма и определяемый в точке (i).

Решение уравнения (2.69) относительно Δq_i существует, если определитель матрицы J_i в точке (i) не равен 0 ($\det A \neq 0$).

Рассмотрим решение задачи определения приращений обобщенных координат на примере механизма относительного манипулирования (см. рис. 2.8), при обработке пера лопатки. Кинематическая схема данного механизма с указанием геометрических размеров звеньев приведена на рис. 2.18.

Пример. Вычисления управления исполнительными приводами специального робота-станка, построенного на основе механизма относительного манипулирования (рис. 2.8), при обработке пера лопатки. Кинематическая схема данного механизма с указанием геометрических размеров звеньев приведена на рис. 2.18.

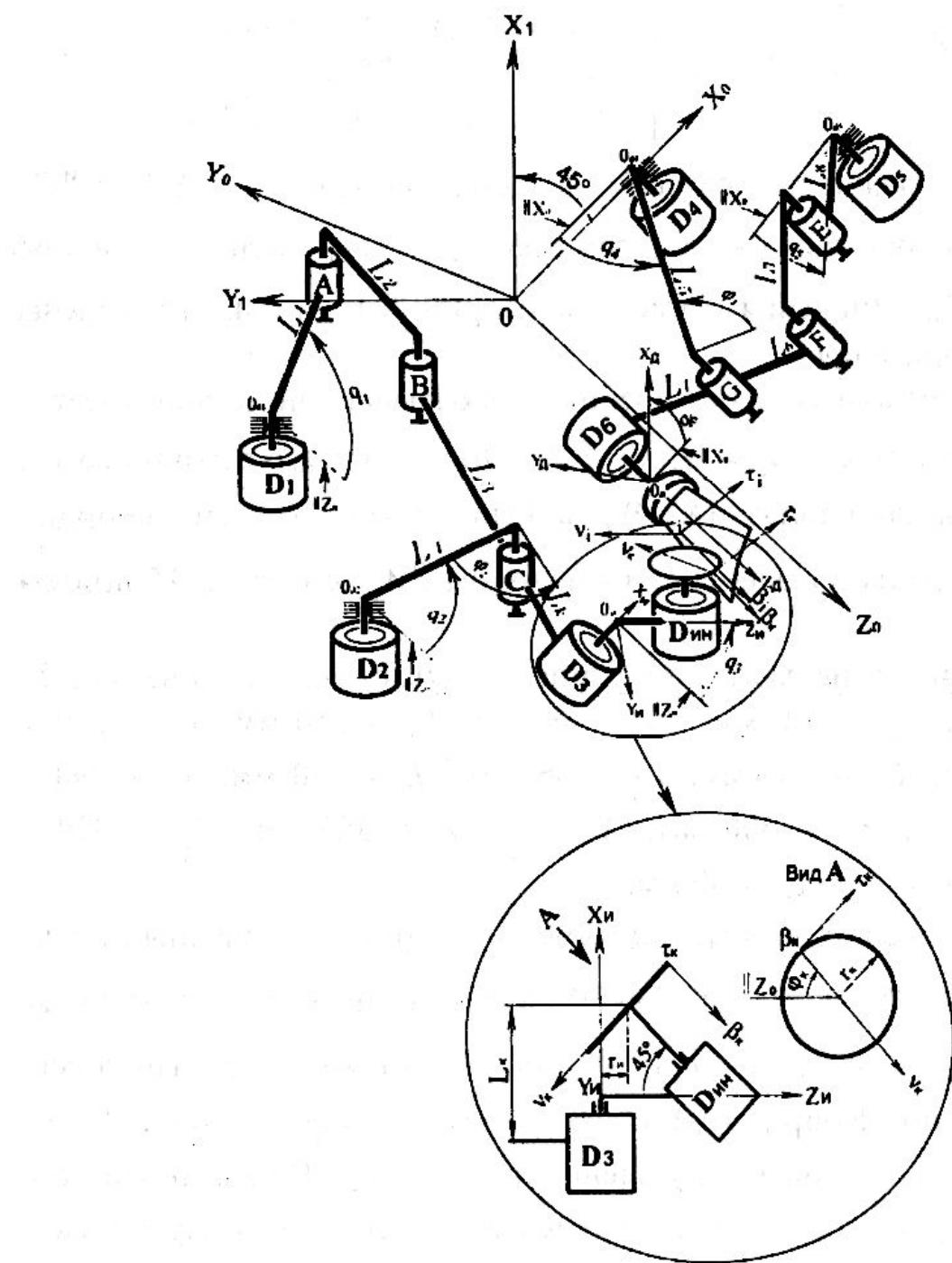


Рис. 2.18

Рассмотрим, каким образом рассчитываются законы управления исполнительными приводами механизмов относительного манипулирования для получения требуемой поверхности детали. Механизм перемещения инструмента (рис. 2.18) имеет три степени подвижности $\mathbf{q}_i = [q_1, q_2, q_3]^T$, положение его выходного звена (режущей кромки инструмента) определяется положением подвижного трехгранника ($\tau\psi\beta$)_к в системе координат (XYZ)_и и представляется матрицей [4×4]

$${}^i A_k = \left[\begin{array}{c|c} {}^i C_k & R_k \\ \hline \mathbf{0}^T & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} {}^i C_{k11} & {}^i C_{k12} & {}^i C_{k13} & x_k \\ {}^i C_{k21} & {}^i C_{k22} & {}^i C_{k23} & y_k \\ {}^i C_{k31} & {}^i C_{k32} & {}^i C_{k33} & z_k \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad (2.70)$$

где R_k – положение центра ($\tau\psi\beta$)_к в системе координат (XYZ)_и; ${}^i C_k$ – матрица направляющих косинусов осей τ_k , v_k и β_k относительно осей X_i , Y_i и Z_i . Значения элементов матриц ${}^i A_k$ и ${}^0 A_i$ приведены в табл. 15 приложения.

Второй механизм перемещения обрабатываемой детали имеет три степени подвижности $q_d = [q_4, q_5, q_6]^T$. Положение его выходного звена или системы координат (XYZ)_d в неподвижной системе координат (XYZ)₀ определяется элементами матрицы ${}^0 A_d$ (см. табл. 15 приложения).

Геометрические размеры механизма, представленного на рис. 2.18: $L_1 = 460$ мм, $L_2 = 250$ мм, $L_3 = 460$ мм, $L_4 = 250$ мм, $L_5 = 250$ мм, $L_6 = 460$ мм, $L_7 = 250$ мм, $L_8 = 460$ мм, $L_k = 290$ мм, $Y_1 = 794$ мм, $Z_2 = 435$ мм, $Y_2 = 500$ мм, $X_4 = 0$, $Z_4 = 350$ мм, $Z_5 = 320$ мм, $X_5 = 600$ мм, $r_i = 0$, $r_k = 60$ мм.

Для упрощения вычислений вместо вектора обобщенных координат $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]^T$ вводится вектор промежуточных координат $\mathbf{q}_p = [q_2, \varphi_2, q_3, q_4, \varphi_4, q_6]^T$, относительно которых выполняются все вычисления. Координата φ_2 – это угол между звеньями L_3 и L_4 (рис. 2.18), φ_4 – угол между звеньями L_5 и L_6 . Недостающие обобщенные координаты q_1 и q_5 вычисляются через промежуточные q_2 , φ_2 , q_4 и φ_4 .

Координаты q робота-станка определялись с точностью воспроизведения поверхности $\epsilon_{min} \leq 0,001$ мм. Вектор q рассчитывался при обработке поверхности пера лопатки 100×300 мм с углом закрутки 45° .

Предложенная методика вычисления обобщенных координат по линейным приращениям механизмами относительного манипулирования существенно упрощает процедуру вычисления обобщенных координат при перемещении по непрерывным траекториям. Однако для реализации данной методики необходимо задание начальной точки поверхности, для которой должны быть определены начальные абсолютные обобщенные координаты механизмов (см. параграф 2.2).

2.7. Формирование обкатывающего движения в механизмах относительного манипулирования

Механизмы относительного манипулирования позволяют выполнять обкатывающее движение инструмента относительно детали. К примеру, операция обработки зубьев шестерен. В настоящее время данная задача выполняется только на специализированных станках, в которых обкатывающее движение инструмента относительно детали обеспечивается жесткой кинематической связью через редуктор с переменным передаточным отношением.

В станочном оборудовании, построенном на механизмах относительного манипулирования (см. рис. 2.8) указанная задача выполняется за счет координированного управляемого движения манипуляторов перемещения инструмента и детали. Кроме того управляемое движение манипуляторами позволяет расширить технологические возможности данного оборудования, соединяя обкатывающее движение с управляемым движением подачи. Благодаря управляемому движению инструмента и детали сложные поверхности можно получать универсальным инструментом, не повторяющим требуемую поверхность детали.

Рассмотрим более подробно постановку данной задачи для механизма относительного манипулирования (см. рис. 2.8). При этом должны быть заданы:

1. Программная траектория движения режущей кромки инструмента по обрабатываемой поверхности детали (кривая M , рис. 2.19), что соответствует программному заданию координат $x(t)$, $y(t)$ в координатной системе $(XYZ)_d$ и аналитическому описанию данной траектории

$$F_d(xyz) = 0. \quad (2.71)$$

2. Траектория перемещения режущей кромки по режущей поверхности (кривая L , рис. 2.19), что соответствует заданию координат $x(t)$, $y(t)$ в координатной системе $(XYZ)_i$ и аналитическому описанию данной траектории

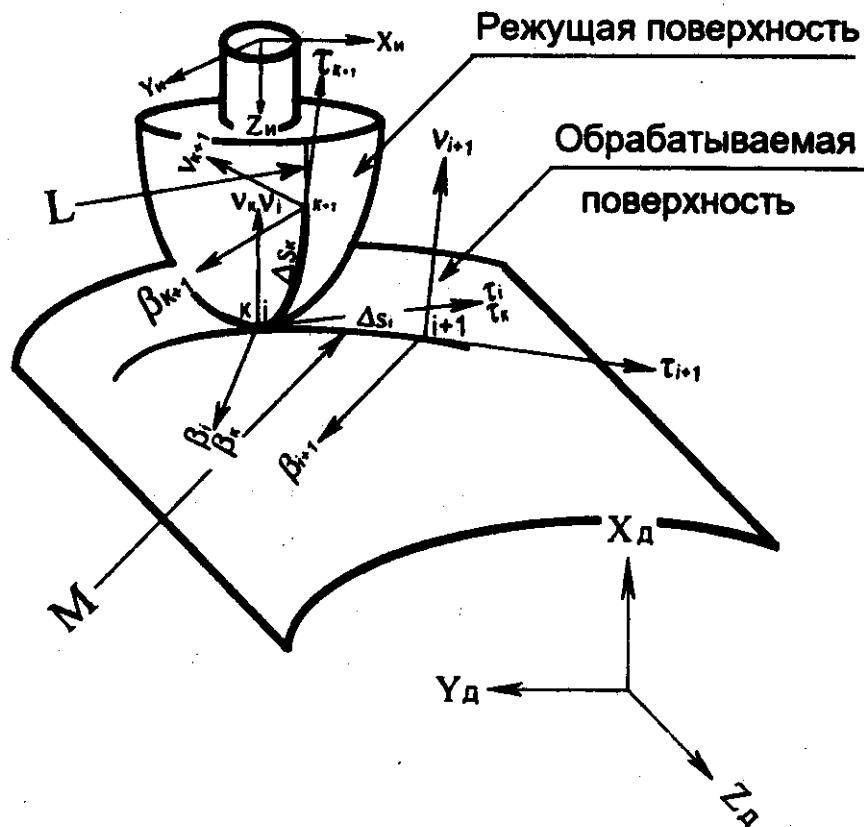


Рис. 2.19

$$F_i(x, y, z) = 0. \quad (2.72)$$

3. Линейная скорость v_n перемещения режущей кромки по касательной к обрабатываемой поверхности.

Требуется определить законы изменения управляемых координат приводов q и их скорости q' .

Рассмотрим обкатывающее движение, когда длина дуги Δs_i на поверхности детали равна длине дуги Δs_k на режущей поверхности $\Delta s_i = \Delta s_k$ (рис. 2.19) и скорость относительного движения $v_n = 0$.

Задача воспроизведения обкатывающего движения режущей кромки (трехгранника $(\tau v \beta)_i$) по режущей и обрабатываемой поверхностям и определение управляемых координат q для выполнения данного движения решается в следующей последовательности:

1. Определяется конфигурация механизма q_n для заданного начального положения режущей кромки на режущей и обрабатываемой поверхностях. (Задание элементов матриц ${}^n A_{kn}$ и ${}^n A_{in}$).

2. Задается закон перемещения $(\tau v \beta)_i$ по обрабатываемой поверхности. (Задание элементов ${}^n A_i$ и ${}^n A_{i+1}$ как функций времени t).

3. При условии обкатывающего движения задается закон перемещения $(\tau v \beta)_k$ по режущей поверхности (определение элементов " A_k " и " A_{k+1} как функций времени t).

4. Построение матричного уравнения, устанавливающего взаимосвязь между программным перемещением $(\tau v \beta)_i$ по обрабатываемой поверхности из точки (i) в точку $(i+1)$ и приращениями обобщенных координат исполнительного механизма Δq для выполнения данного движения.

5. Составление системы линейных уравнений относительно приращений обобщенных координат.

Для вывода инструмента в начальную точку обработки необходимо определять абсолютные значения обобщенных координат q для начального положения $(\tau v \beta)_i$ на обрабатываемой поверхности. Решение данной задачи возможно с использованием итерационной процедуры, изложенной в параграфе 2.2. Однако при некоторых допущениях к начальному положению инструмента относительно детали возможно решение данной задачи в явном виде. (Пример выполнения операции шлифования зубчатых колес с использованием механизмов относительного манипулирования). Методика определения положения $(\tau v \beta)_i$ относительно $(XYZ)_d$ изложена в параграфе 2.4. Аналогично определяется положение $(\tau v \beta)_k$ относительно $(XYZ)_u$.

Таким образом, для каждой i -й точки траектории имеем преобразования (см. рис. 2.17).

$${}^n A_i = \begin{bmatrix} {}^n \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}_i & {}^n \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^d A_i = \begin{bmatrix} {}^d \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}_i & {}^d \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.73)$$

В механизмах относительного манипулирования при переходе сопровождающего трехгранника $(\tau v \beta)_i$ из точки (i) в точку $(i+1)$ (см. рис. 2.17) осуществляется перемещение $(XYZ)_d$ и $(XYZ)_u$ относительно неподвижной системы координат $(XYZ)_0$ в новое положение $(XYZ)_{d+1}$ и $(XYZ)_{u+1}$. Отрезки траекторий Δs_i и Δs_k на поверхности детали и режущей поверхности инструмента при переходе точки из (i) в точку $(i+1)$ остаются постоянными относительно $(XYZ)_d$ и $(XYZ)_u$, следовательно

обеспечивается равенство преобразований $A_i = A^{d+1} A_i$ и $A_{i+1} = A^{d+1} A_{i+1}$, и $A_k = A^{n+1} A_k$ и $A_{k+1} = A^{n+1} A_{k+1}$.

Графоаналитический метод последовательных преобразований положения координатных систем и их графическое представление в виде направленного графа позволяет достаточно просто составлять матричные уравнения, являющиеся основой для составления алгебраических систем уравнений. Системы алгебраических уравнений устанавливают взаимосвязь между управляемыми и входными координатами.

Рассмотрим реализацию графоаналитического метода для определения приращений управляемых координат Δq по заданным программным приращениям ΔA_d и ΔA_u . Поэтому первоначально для значений приращений линейных координат на обрабатываемой поверхности $\Delta R_i = [\Delta x, \Delta y, \Delta z]_i^T$ определим длину дуги

$$\Delta s_i = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

или через координаты точки $(i+1)$ в системе координат сопровождающего трехгранника $(\tau v \beta)_i$

$$\Delta s_i = \sqrt{\Delta \tau^2 + \Delta v^2 + \Delta \beta^2}.$$

При обкатывающем движении $\Delta s_i = \Delta s_k$. Так как траектория перемещения режущей кромки по режущей поверхности определена, поэтому приращения координат $[\Delta x, \Delta y, \Delta z]_k^T$ определяются через Δs_i .

Но для этого, кроме Δs_k необходимо определить значение кривизны и кручения кривой перемещения режущей кромки по поверхности резания инструмента L в точке (k) (см. рис. 2.19). Представим уравнение кривой L в системе координат сопровождающего трехгранника $(\tau v \beta)_k$. Для этого, используя (2.73), преобразуем координаты x, y, z в координаты τ, v, β трехгранника $(\tau v \beta)_k$.

$$\begin{aligned} x &= C_{11k}\tau + C_{12k}v + C_{13k}\beta + x_k; \\ y &= C_{21k}\tau + C_{22k}v + C_{23k}\beta + y_k; \\ z &= C_{31k}\tau + C_{32k}v + C_{33k}\beta + z_k. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Подставив полученные выражения (2.74) в (2.72), получим уравнение кривой L в системе координат трехгранника $(\tau v \beta)_k$

$$F_u(\tau v \beta) = 0. \quad (2.75)$$

Кривизна кривой (L) в точке (к) представляет предельное положение окружности, проходящей через точку (к) в плоскости (τ к v) и две ближайшие точки (к - 1) и (к + 1) при их стремлении к точке (к). Для определения кривизны зададимся бесконечно близкими начальными значениями $\Delta\tau_h$, Δv_h , подстановкой которых в (2.75) определим $\Delta\beta_h$. Для полученных $\Delta\tau_h$, Δv_h и $\Delta\beta_h$ вычисляется начальное значение

$$\Delta s_h = \sqrt{\Delta\tau_h^2 + \Delta v_h^2 + \Delta\beta_h^2}.$$

Кривизна кривой L в точке (к) вычисляется как модуль отношения

$$K_h = \frac{1}{\rho_h} = \left| \frac{\Delta\tau_h}{\Delta s_h} \right|, \quad (2.76)$$

где ρ_k – радиус кривизны кривой L в точке (к).

В соответствии с дифференциальными уравнениями движения сопровождающего трехгранника

$$\frac{d\tau}{ds_h} = K_k v \quad (2.77)$$

радиус кривизны ρ_k направлен по оси v_k .

Кручение кривой L представляет угловую скорость вращения бинормали β_k вокруг мгновенного положения касательной к кривой L в точке (к).

$$T_k = \frac{1}{\lambda_k} = \left| \frac{\Delta\beta_h}{\Delta s_h} \right|, \quad (2.78)$$

где λ_k – радиус кручения в точке (к).

В соответствии с дифференциальными уравнениями движения сопровождающего трехгранника

$$\frac{\Delta\beta}{\Delta s_h} = -T_k v, \quad (2.79)$$

радиус кручения λ_k направлен по оси v_k .

Определив радиусы кривизны ρ_k и кручения λ_k в точке (к), вычисляются действительные приращения координат $\Delta\tau$, Δv и $\Delta\beta$, соответствующие

$$\Delta\tau = \Delta s_k K_k, \quad \Delta\beta = -\Delta s_k T_k, \quad \Delta v = \sqrt{1 - K_k^2 + T_k^2}. \quad (2.80)$$

Определив приращения на обрабатываемой $[\Delta\tau, \Delta\nu, \Delta\beta]_i^T$ и режущей $[\Delta\tau, \Delta\nu, \Delta\beta]_k^T$ поверхностях для перемещения соответственно из точки (*i*) в точку (*i*+1) и из (*k*) в (*k*+1), требуется найти элементы ${}^n A_{i+1}$ и ${}^n A_{k+1}$.

Для режущей поверхности

$${}^n A_{k+1} = {}^n A_k {}^k A_{k+1}, \quad (2.81)$$

где

$${}^k A_{k+1} = \begin{bmatrix} {}^k \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}_{k+1} & \begin{bmatrix} \Delta\tau \\ \Delta\nu \\ \Delta\beta \end{bmatrix}_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Элементы матрицы направляющих косинусов для режущей поверхности вычисляются как направляющие косинусы для нормали, касательной к кривой *L* и бинормали в точке (*k*+1).

Направляющие косинусы для нормали в точке (*k*+1)

$$C_{12} = \frac{a_\tau}{\sqrt{a_\tau^2 + a_\nu^2 + a_\beta^2}}, \quad C_{22} = \frac{a_\nu}{\sqrt{a_\tau^2 + a_\nu^2 + a_\beta^2}}, \quad C_{32} = \frac{a_\beta}{\sqrt{a_\tau^2 + a_\nu^2 + a_\beta^2}}, \quad (2.82)$$

где $a_\tau = \left. \frac{\partial F_n(\tau, \nu, \beta)}{\partial \tau} \right|_{\begin{array}{l} \tau = \Delta\tau_k \\ \nu = \Delta\nu_k \\ \beta = \Delta\beta_k \end{array}}, \quad a_\nu = \left. \frac{\partial F_n(\tau, \nu, \beta)}{\partial \nu} \right|_{\begin{array}{l} \tau = \Delta\tau_k \\ \nu = \Delta\nu_k \\ \beta = \Delta\beta_k \end{array}}, \quad a_\beta = \left. \frac{\partial F_n(\tau, \nu, \beta)}{\partial \beta} \right|_{\begin{array}{l} \tau = \Delta\tau_k \\ \nu = \Delta\nu_k \\ \beta = \Delta\beta_k \end{array}}$

вычисляемые для функции (2.75).

Направляющие косинусы для касательной кривой *L* в точке (*k*+1), вычисляются через составляющие скорости движения режущей кромки вдоль кривой *L* представленные в системе координат $(\tau \nu \beta)_k$.

$$C_{11} = \frac{\tau'}{\sqrt{\tau'^2 + \nu'^2 + \beta'^2}}, \quad C_{21} = \frac{\nu'}{\sqrt{\tau'^2 + \nu'^2 + \beta'^2}}, \quad C_{31} = \frac{\beta'}{\sqrt{\tau'^2 + \nu'^2 + \beta'^2}}, \quad (2.83)$$

где $\tau' = \frac{d\tau}{dt}, \quad \nu' = \frac{d\nu}{dt}, \quad \beta' = \frac{d\beta}{dt}.$

Следует отметить, что C_{11} , C_{21} и C_{31} могут быть определены через приращения $\Delta\tau_{k+1}$, $\Delta\nu_{k+1}$ и $\Delta\beta_{k+1}$ в точке (*k*+1), но представленные в системе координат $(\tau \nu \beta)_k$.

$$C_{11} = \frac{\Delta \tau_{k+1}}{\sqrt{\Delta \tau_{k+1}^2 + \Delta v_{k+1}^2 + \Delta \beta_{k+1}^2}}, \quad C_{21} = \frac{\Delta v_{k+1}}{\sqrt{\Delta \tau_{k+1}^2 + \Delta v_{k+1}^2 + \Delta \beta_{k+1}^2}},$$

$$C_{31} = \frac{\Delta \beta_{k+1}}{\sqrt{\Delta \tau_{k+1}^2 + \Delta v_{k+1}^2 + \Delta \beta_{k+1}^2}}.$$

Направляющие косинусы для бинормали C_{13} , C_{23} и C_{33} вычисляются из определителя

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}$$

при известных C_{11} , C_{12} , C_{21} , C_{22} , C_{31} , C_{32} , $C_{13} = C_{21}C_{32} - C_{31}C_{22}$, $C_{23} = C_{12}C_{31} - C_{11}C_{32}$, $C_{33} = C_{11}C_{22} - C_{21}C_{12}$.

Элементы матрицы ${}^d A_{i+1}$ для обрабатываемой поверхности целесообразно задавать непосредственно как положение трехгранника $(\tau v \beta)_{i+1}$ в точке $(i+1)$ кривой М (см. рис. 2.19)

$${}^d A_{i+1} = \begin{bmatrix} {}^d \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}_{i+1} & \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{i+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.84)$$

Полученные выше матричные выражения позволяют построить фундаментальное матричное уравнение для определения приращений Δq . Данное уравнение определяет положение координатной системы $(d+1)$ в системе координат (i) (рис. 2.17):

$$\Delta A_i {}^n A_{k+1} {}^d A_{i+1}^{-1} = {}^n A_k {}^d A_i^{-1} \Delta A_d. \quad (2.85)$$

Матрицы приращений ΔA_i и ΔA_d вычисляются в соответствии с (2.66) и (2.67). Выражение, данных матриц для робота-станка приведены в табл. 15 приложения. Для определения приращения обобщенных координат механизма Δq , обеспечивающих переход режущей кромки инструмента из точки (i) в точку $(i+1)$ воспользуемся методом, изложенным в параграфе 2.6, и составим из (2.85) систему линейных уравнений

$${}^d R_{i,i,i+1} = J(q) \Delta q, \quad (2.86)$$

где вектор ${}^d R_{i,i,i+1}$ определяет приращения программных координат при переходе из точки (i) точку $(i+1)$, а $J(q)$ – матрица коэффициентов при элементах вектора Δq .

Полный алгоритм формирования обкатывающего движения приведен на рис. 2.20.

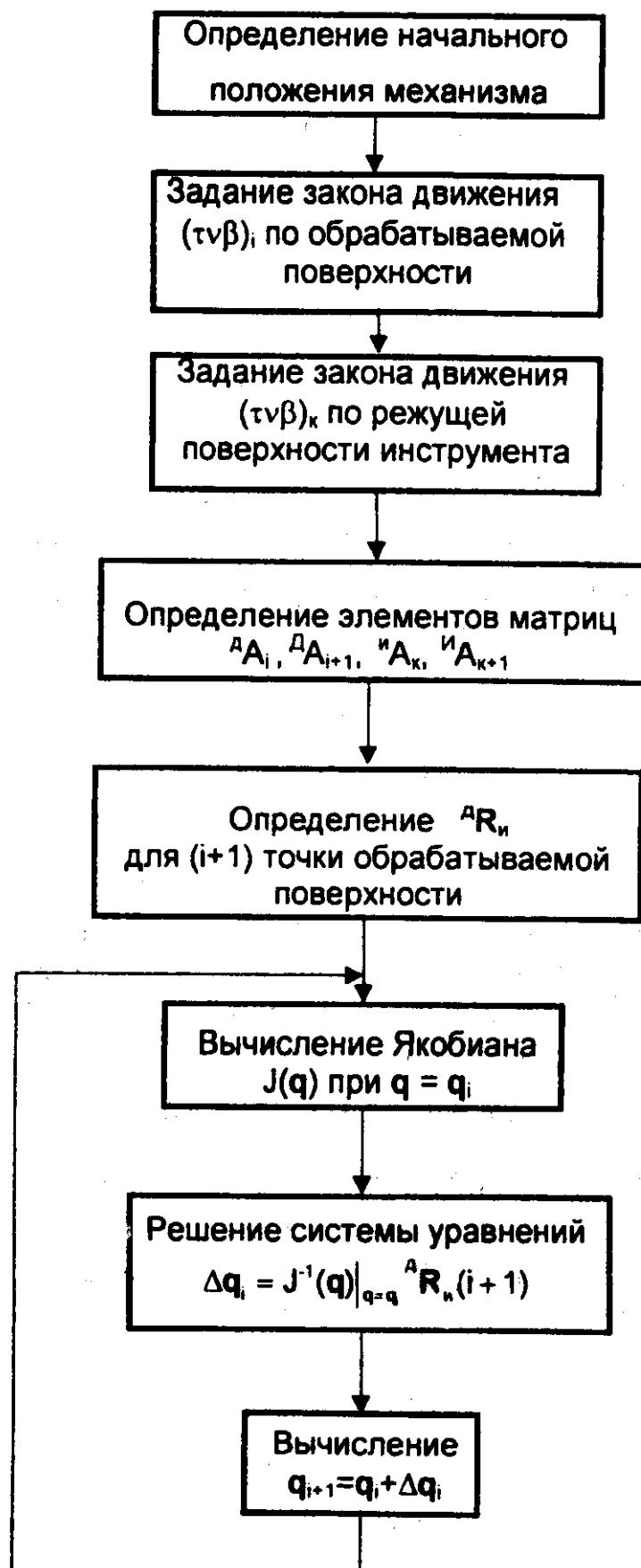


Рис. 2.20

Пример формирования обкатывающего движения инструмента относительно детали для механизма относительного манипулирования (см. рис. 2.18) при выполнении операции чистового шлифования поверхности зубчатых колес. В качестве инструмента применяется конический шлифовальный круг (ширина круга $B = 20$ мм, максимальный диаметр $d = 120$ мм). Параметры обрабатываемого прямозубого колеса модуля $m = 6$, с числом зубьев $z = 20$.

Рассмотрим обработку эвольвентного профиля. Режимы обработки: поперечная подача $h = 0,002$ мм, скорость движения шлифовального круга вдоль профиля зуба $v_p = 300$ мм/с. Начальная точка обработки зуба (i_h) (рис. 2.21) в системе координат $(XYZ)_d$ имеет следующие координаты $x_h = -56,38$ мм, $y_h = 0$, $z_h = 150$ мм.

В качестве начального расположения инструмента в точке (i_h) принято $q_{6h} = 0$ и $q_{3h} = -90^\circ$. Поэтому для вывода инструмента в начальную точку обработки необходимо определить только q_{1h} , q_{2h} , q_{4h} и q_{5h} . Так как обработка осуществляется торцом круга (рис. 2.21) режущая кромка, трехгранник $(\tau v \beta)_k$ располагается таким образом, чтобы ось v_k была направлена перпендикулярно режущей поверхности, τ_k – по касательной к окружности вращения круга и β_k – по радиусу круга.

Для рассматриваемого примера исходные матрицы, определяющие начальное положение $(\tau v \beta)_{k,\text{нач.}}$ и $(\tau v \beta)_{i,\text{нач.}}$ принимают вид

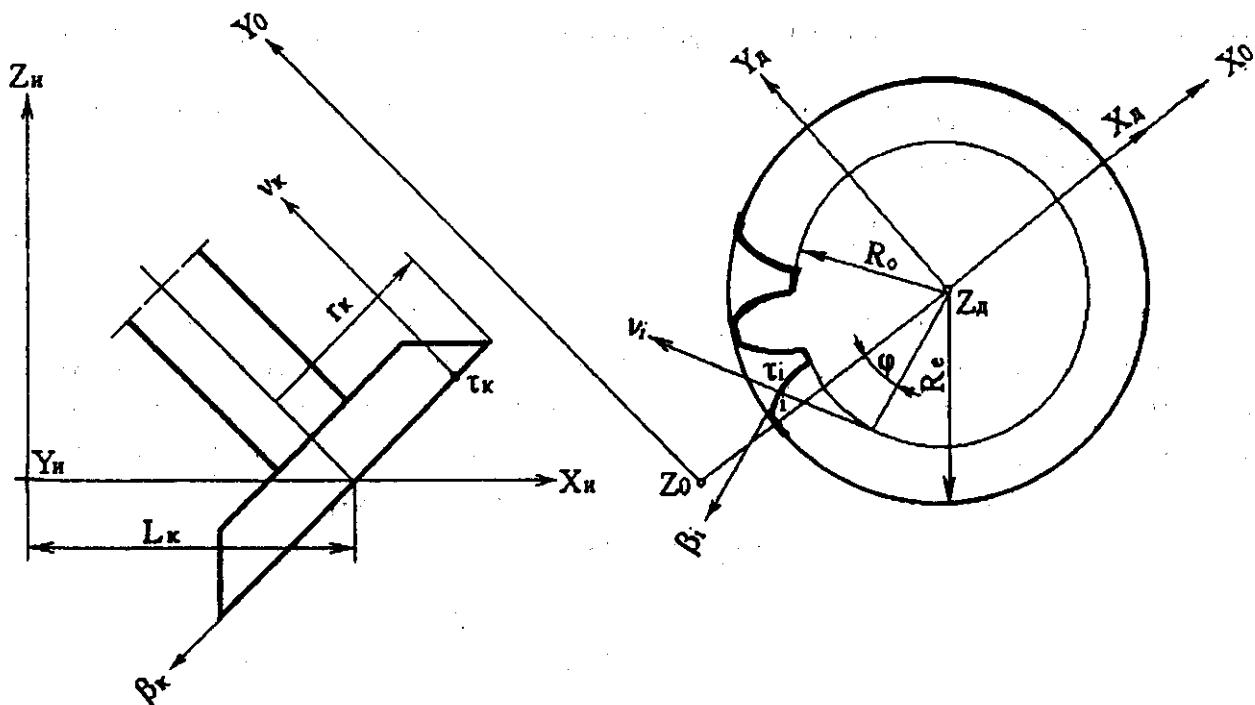


Рис. 2.21

$${}^n A_{k, \text{ нач.}} = \begin{bmatrix} 0 & -\cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & r_k \cos 45^\circ + L_k \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin 45^\circ & -\cos 45^\circ & r_k \sin 45^\circ \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^n A_{i, \text{ нач.}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -x_h \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & z_h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где $r_k = 60$ мм, $L_k = 290$ мм.

При условии $q_3 = -90^\circ$, $q_6 = 0^\circ$, $L_L = 0$ и $L_K = 0$

$${}^3 A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^6 A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрицы преобразования координат ${}^0 A_i$ и ${}^0 A_d$ (табл. 15 приложения) получаются при условии, что угол между плоскостями X_0Z_0 и Y_1Z_0 равен 135° . ${}^0 A_d$ и ${}^0 A_i$ являются функциями управляемых q_{2h} , q_{4h} и промежуточных координат φ_{2h} и φ_{4h} .

Для определения q_{2h} , φ_{2h} , q_{4h} и φ_{4h} в соответствии с графоаналитическим методом преобразования из $(\tau v \beta)_i$ в $(XYZ)_0$ и при условии, что $(\tau v \beta)_i$ и $(\tau v \beta)_k$ совпадают (рис. 2.17) составляется фундаментальное матричное уравнение

$${}^0 A_d {}^n A_{i, \text{ нач.}} = {}^0 A_i {}^n A_{k, \text{ нач..}} \quad (2.87)$$

Из (2.87) составляется система уравнений путем приравнивания элементов в левой и правой частях (три элемента четвертого столбца и один из трех диагональных элементов матрицы направляющих косинусов). Решая данную систему уравнений относительно обобщенных координат, получим значения данных координат, обеспечивающих выход инструмента в начальную точку контакта с обрабатываемой поверхностью: $q_{2h} = 57^\circ 8'$, $\varphi_{2h} = 122^\circ 52' 1''$, $q_{4h} = 106^\circ 36'$ и $\varphi_{4h} = 73^\circ 24'$.

Значения углов q_{1h} и q_{5h} определяются через q_{2h} , φ_{2h} , q_{4h} и φ_{4h} . Не приводя промежуточные выкладки, получим $q_{1h} = 102^\circ 38'$ и

$q_{5H} = 162^{\circ}55'$. Значения углов q_{4H} и q_{5H} вычисляются относительно отрицательного направления оси X_0 . Вычисленные значения обобщенных координат должны удовлетворять всем элементам матричного уравнения (2.87).

Следующим этапом является расчет обкатывающего движения инструмента относительно профиля зуба. Для обработки прямозубой шестерни инструмент должен совершать два движения относительно обрабатываемого профиля. Первое движение – вдоль зуба и второе – обкатывающее движение – по эвольвенте зуба (рис. 2.22). Движение вдоль зуба в направлении оси τ , совершается с относительной скоростью $v_p = 300$ мм/с. Обкатывающее движение по профилю в направлении оси β_i осуществляется пошаговым перемещением режущей кромки по эвольвенте. Данное движение осуществляется при относительной скорости $v_p = 0$, взаимным обкатывающим движением инструмента и детали. В целом движение инструмента относительно обрабатываемой поверхности происходит по ломанной спирали (см. рис. 2.22). Следует заметить, что способ относительного движения может быть выбран иным. В настоящем примере относительное движение выбрано только из условия простоты, чтобы продемонстрировать возможности кинематической схемы и способа расчета управления. Любой другой закон относительного движения режущей кромки инструмента по обрабатываемой поверхности детали должен быть описан в системе координат детали (XYZ_d)_d как перемещение трехгранника $(\tau v \beta)_i$.

Определим закон изменения управляемых координат при движении вдоль зуба на величину хода $L_x = 100$ мм со скоростью $v_p = 300$ мм/с. При выполнении данного движения относительное перемещение $(\tau v \beta)_k$ происходит вдоль оси Z_d и элементы dA_i , кроме z_i , остаются постоянными:

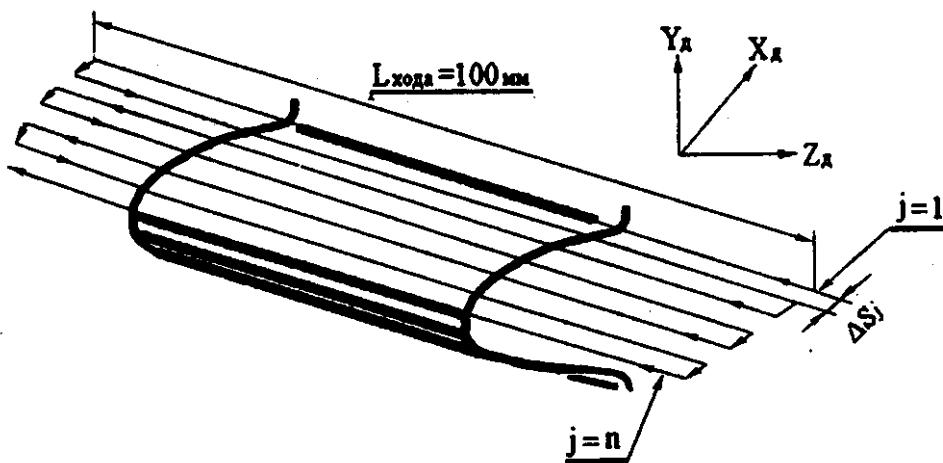


Рис. 2.22

$${}^D A_i = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \varphi_j & -\cos \varphi_j & x_j \\ 0 & \cos \varphi_j & -\sin \varphi_j & y_j \\ 1 & 0 & 0 & z_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.88)$$

В матрице (2.88) координаты φ_j , x_j , y_j и z_j определяются из уравнения эвольвенты

$$\begin{aligned} x_j &= -R_0 \cos \varphi_j - R_0 \varphi_j \sin \varphi_j, \\ y_j &= -R_0 \sin \varphi_j + R_0 \varphi_j \cos \varphi_j, \\ z_j &= z_{j \text{ нач.}} + v_p t, \end{aligned} \quad (2.89)$$

где $R_0 = 56,38$ мм – радиус образующей окружности; φ_j – угол поворота вокруг оси z_D ; t – текущее время движения по траектории от точки (i) до точки ($i+1$); j – номер линии движения вдоль зуба (см. рис. 2.22).

Координаты x_j и y_j вычисляются для каждой j -й линии по значению φ_j , которое определяется допустимой величиной

$$\Delta s_j = \sqrt{\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2}.$$

Для эвольвенты (2.89) связь между Δs_j и $\Delta \varphi_j$ выражается зависимостью

$$\Delta \varphi_j = \frac{\Delta s_j}{R_0 \varphi_j}, \quad (2.90)$$

поэтому

$$\varphi_{j+1} = \varphi_j + \frac{\Delta s_j}{R_0 \varphi_j}, \quad (2.91)$$

где $\varphi_j \neq 0$.

В рассматриваемом примере принимается минимальное значение $\Delta s_{j \min} = 0,62$ мм, которое соответствует минимальному значению $\Delta \varphi_{j \min} = 4^\circ$ на всей поверхности зуба.

Приращения управляемых координат механизма робота-станка $\Delta q = [\Delta q_u, \Delta q_d]^T$ вычисляются из матричного уравнения (2.85), которое для удобства вычисления приводится к виду

$$\Delta A_d {}^{D+1} A_{(i+1)(i+1)} = {}^D A_{u(i)} \Delta A_u, \quad (2.92)$$

где выражение для ${}^D A_{i(i)}$ приведено в табл. 15 приложения.

При движении вдоль зуба все элементы матрицы ${}^D A_{i(i)}$, кроме z_i , остаются постоянными ($i = j = \text{const}$). Движение осуществляется только в направлении координаты

$$z_i = z_{j\text{ н}} \pm v_p(\Delta t(i)),$$

где Δt – дискретность задания текущего времени t .

Для ${}^D A_{i(i+1)}$ значение координаты z в точке $(i+1)$ определяется выражением

$$z_{i+1} = z_{j\text{ н}} \pm v_p(\Delta t(i+1)).$$

Задание движения инструмента по образующей эвольвенты зуба со скоростью $v_p = 10$ мм/с осуществляется изменением координаты ϕ (см. рис. 2.21). При движении по образующей из точки (i) в точку $(i+1)$ со скоростью v_p в соответствии с (2.91) координата ϕ вычисляется из выражения

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i + \frac{v_p \Delta t}{R_0 \Phi_i}. \quad (2.93)$$

где i – изменяется в пределах $i = (j + j + 1)$, Δt – дискретность задания текущего времени t .

При движении по образующей эвольвенты зуба элементы матриц ${}^D A_{i(i)}$ и ${}^D A_{i(i+1)}$ являются функциями ϕ .

Таким образом, траектория движения инструмента по обрабатываемой поверхности определяется элементами матриц ${}^D A_{i(i)}$ и ${}^D A_{i(i+1)}$. Приращения обобщенных координат Δq , обеспечивающих данную траекторию движения, вычисляются из системы линейных уравнений, представленных в табл. 16 приложения.

Глава 3

ДИНАМИКА МНОГОПОДВИЖНЫХ И МНОГОПОТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Предметом исследования динамики подвижного стержневого механизма является математическое описание действующих на него сил и моментов в виде уравнений движения, т.е. создание и изучение динамической модели механизма. Эти уравнения требуются для решения прямой и обратной задач динамики, синтеза законов управления и оценки качества конструкции механизма.

Динамическая модель механизма может быть построена на основе известных законов ньютоновой и лагранжевой механики. Результатом применения этих законов являются уравнения, связывающие действующие в сочленениях силы и моменты с кинематическими характеристиками звеньев, а также с параметрами их движения, такими как угловые и линейные координаты, скорости и ускорения.

Известны различные методики получения и решения уравнений динамики для разомкнутых манипуляционных механизмов. Среди данных методик особенно эффективны те из них, которые приводят к универсальным процедурам составления и расчета уравнений. Такая универсальность позволяет резко сократить время на разработку уравнений динамики, а также на их решение с помощью стандартных программ на ЭВМ. Однако указанные методики не охватывают класс механизмов с замкнутой кинематической схемой.

Предлагаемая в настоящем разделе методика имеет целью построение и расчет динамических моделей для стержневых механизмов с замкнутой кинематикой. Методика предполагает пять основных последовательных этапов в решении задачи:

1) декомпозиция механизма на несколько разомкнутых кинематических цепей с приложением в точках размыкания неизвестных сил реакций связей;

2) приведение сил реакций связей и внешних возмущающих сил к основаниям разомкнутых цепей и получение тем самым эквивалентных схем с эквивалентными обобщенными моментами в сочленениях;

3) расчет эквивалентных обобщенных моментов (сил) в сочленениях разомкнутых цепей по известным законам изменения обобщенных координат, скоростей и ускорений, полученным предварительно на этапе решения обратной задачи кинематики для исходной замкнутой кинематической схемы;

4) расчет сил реакций связей в точках размыкания замкнутых кинематических цепей;

5) расчет реальных моментов (сил) приводов исходного замкнутого механизма.

3.1. Построение и расчет динамических моделей стержневых механизмов с замкнутой кинематической схемой

Класс механизмов с замкнутой кинематической схемой беспрепятственно широк, поэтому для иллюстрации принципов их расчета ниже рассмотрим решение обратной задачи динамики только для двух кинематических схем замкнутых механизмов: плоский пятизвеный механизм с двумя степенями свободы и пространственный механизм (платформа Стюарта) с шестью степенями свободы.

Механизм с двумя степенями свободы. Рассмотрим стержневой механизм с двумя степенями подвижности и пятью вращательными парами A, B, C, L, K (рис. 3.1), кинематическая схема которого замыкается через основание (звено 0).

Исходными данными для решения обратной динамической задачи являются геометрические и массовые характеристики механизма, а также рассчитанные на этапе решения обратной кинематической задачи обобщенные координаты – например, углы поворота валов приводов α_1 и α_2 , а также их первые и вторые производные по времени. Исходными величинами являются моменты T_1 и T_2 , развиваемые этими приводами, которые обеспечивают заданный закон движения механизма.

Механизм движется в горизонтальной плоскости, параллельной плоскости X0Y базовой системы координат; однако предлагаемая методика позволяет решить поставленную задачу и в случае движения механизма под произвольным углом к горизонтальной плоскости, когда на приводы действуют еще и внешние моменты от сил гравитации.

Особенностями данной схемы, по сравнению с традиционными манипуляционными схемами, являются: 1) замкнутость; 2) движущие моменты приложены только в двух из пяти сочленений.

Расчетная динамическая модель механизма, представленного на рис. 3.1, характеризуется следующими факторами:

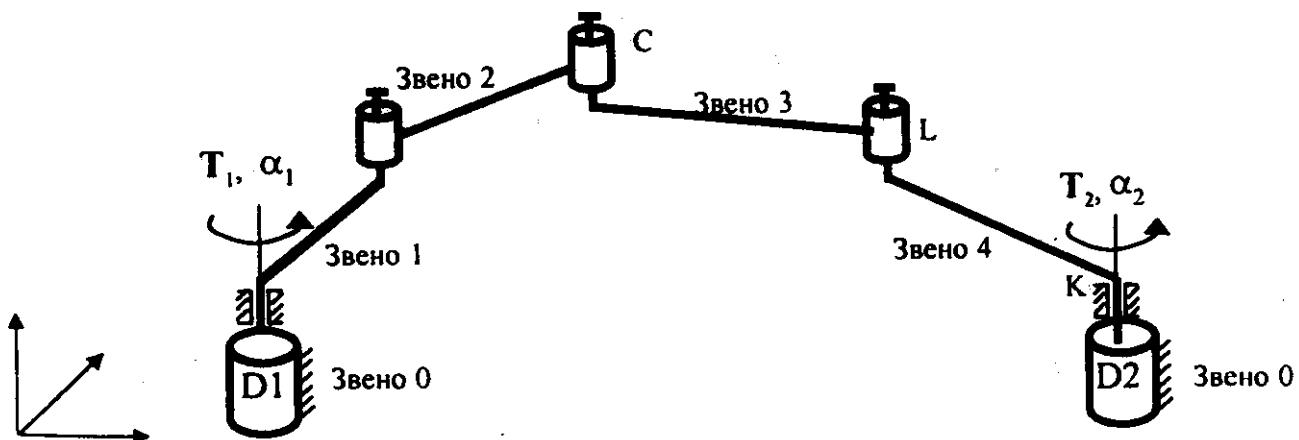


Рис. 3.1

в качестве движущих сил на механизм действуют только два приводных момента: T_1 и T_2 (в параграфе 3.3 будет показано, что методика работоспособна и при наличии других внешних сил, приложенных в произвольных точках механизма);

звенья механизма представляют собой абсолютно твердые тела;

звенья механизма представляют собой тонкие стержни с равномерно распределенной массой;

силами трения в шарнирах пренебрегаем;

все сочленения механизма являются вращательными парами пятого класса с одной степенью свободы;

звенья имеют длины L_1, L_2, L_3, L_4 , в соответствии с нумерацией звеньев на рис. 3.1.

Предлагаемая методика предполагает следующую последовательность действий в отношении механизма, представленного на рис. 3.1.

Шаг 1. Декомпозиция замкнутой кинематической цепи на две разомкнутые цепи путем размыкания механизма в одном из шарниров – в данном случае в шарнире С. Такое размыкание будет правомерным, если в шарнире С приложить к обеим цепям неизвестные силы реакций связей: силу F к цепи ABC и силу $-F$ к цепи KLC (рис. 3.2). При этом изменение знака вектора на рисунке учитывается изменением направления изображающей его стрелки.

Углы $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ являются известными функциями обобщенных α_1 и α_2 координат замкнутого механизма, рассчитанных на этапе решения обратной кинематической задачи.

Шаг 2. Приведение неизвестных сил реакций связей к основанию разомкнутых кинематических цепей.

В соответствии с принципом Даламбера, к движущимся твердым телам можно применять теоремы статики, если в дополнение к активным силам и силам реакций связей приложить к ним силы (моменты) инерции. На рис. 3.2 эти силы не показаны. Однако они учитываются при решении уравнений динамики. Вот как трактует "начало" Даламбера выдающийся русский механик, профессор В.Л. Кирпичев [12]: "Все

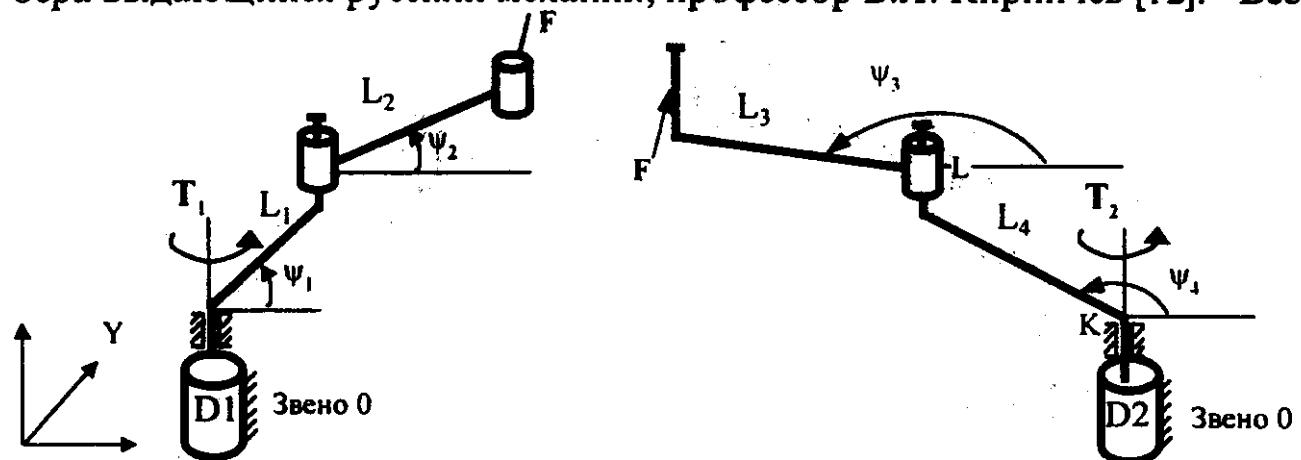


Рис. 3.2

законы равновесия, все теоремы равновесия, все уравнения равновесия могут быть применены к нахождению движения системы. Для этого нужно только в условиях равновесия прибавить силы инерции, и тогда мы получим законы, теоремы и уравнения, относящиеся к движению системы". Поэтому, мысленно приложив к звеньям механизма даламберовы силы инерции, мы получим статически равновесную механическую систему.

Согласно одной из теорем статики, система сил останется эквивалентной исходной, если силу, приложенную к какой-либо точке твердого тела, перенести параллельно самой себе и приложить к другой точке этого тела, приложив одновременно момент этой силы относительно новой точки приложения. Поскольку мы приняли, что звенья механизма представляют собой абсолютно твердые тела, то схему, изображенную на рис. 3.2, можно привести на первом этапе к схеме на рис. 3.3, где T_{FB} – момент силы реакции связи F , приложенной в шарнире С к двухзвеннику ABC, относительно оси шарнира B, T_{FL} – момент силы реакции связи, $-F$, приложенной в шарнире C к двухзвеннику KLC, относительно оси шарнира L. Моменты сил T_{FB} и T_{FL} действуют только на соответственно звено L_2 , L_3 и не передаются через цилиндрические шарниры B и L.

В расчетной схеме моментов разомкнутой кинематической цепи методом Лагранжа-Эйлера [36] предполагается, что моменты в шарнирах реализуются с помощью встроенных в эти шарниры приводных двигателей, которые также воздействуют и на ведущее звено, создавая реактивный момент, обратный по знаку приводному моменту ведомого звена. Поэтому для того, чтобы воспользоваться данной схемой расчета, требуется "встроить" в шарниры B и L гипотетические двигатели для реализации моментов T_{FB} и T_{FL} . Однако для сохранения эквивалентности преобразований следует компенсировать их влияние на ведущие звенья 1 и 4 (поскольку, в действительности моменты через шарниры B и L не передаются) путем вычитания реактивного момента из

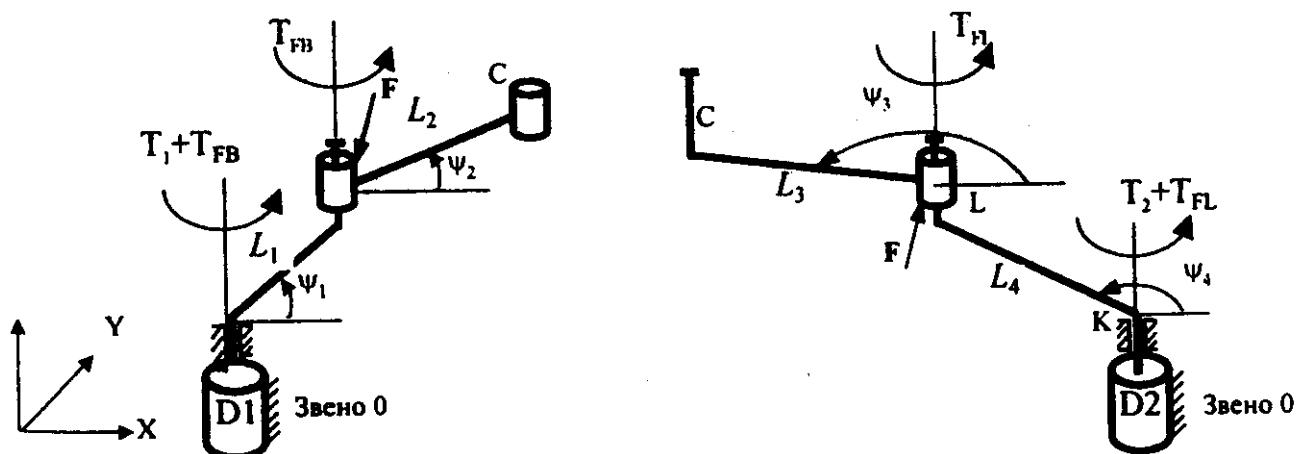


Рис. 3.3

приводного момента ведущего звена, что и отражено на рис. 3.3 прибавлением момента T_{FB} к моменту T_1 и момента T_{FL} к моменту T_2 .

Схемы, изображенные на рис. 3.2 и 3.3 эквивалентны между собой в том смысле, что в них обеспечиваются одинаковые законы движения звеньев механизма в пространстве и времени.

Разложим векторы силы F и силы $-F$ по осям базовой системы координат OX и OY:

$$F = (F_x, F_y)^T, \quad -F = (-F_x, -F_y)^T.$$

При выводе формул моментов следует учитывать, что знак составляющей силы F или силы $-F$ по той или иной оси базовой системы координат определяется только направлением стрелок соответствующих составляющих векторов F_x, F_y и $-F_x, -F_y$. Тогда величины эквивалентных моментов T_{FB} и T_{FL} , приложенных в шарнирах B и L соответственно, выражаются через проекции силы F и силы $-F$ следующим образом:

$$T_{FB} = F_x L_2 \sin(\psi_2) - F_y L_2 \cos(\psi_2), \quad (3.1)$$

$$T_{FL} = -F_x L_3 \sin(\psi_3) + F_y L_3 \cos(\psi_3). \quad (3.2)$$

Сила F (рис. 3.3) теперь приложена к концу звена L_1 в шарнире B, и на основании теоремы статики для твердого тела, каковым является звено L_1 , с учетом даламберовых сил инерции может быть перенесена параллельно самой себе в шарнир A при одновременном приложении создаваемого ею момента относительно шарнира A. Аналогичные рассуждения справедливы и в отношении силы $-F$ для двухзвенника KLC: сила $-F$ может быть перенесена параллельно самой себе в шарнир K при одновременном приложении создаваемого ею момента относительно шарнира K.

Таким образом, на следующем этапе перенесем силу F из шарнира B в шарнир A для двухзвенника ABC и перенесем силу $-F$ из шарнира L в шарнир K для двухзвенника KLC (рис. 3.4), где T_{FA} – момент силы F , приложенной в шарнире B относительно шарнира A, T_{FK} – момент силы $-F$, приложенной в шарнире L относительно шарнира K.

Величины эквивалентных моментов T_{FA} и T_{FK} , приложенные в шарнирах A и K, соответственно, рассчитываются по формулам:

$$T_{FA} = F_x L_1 \sin(\psi_1) - F_y L_1 \cos(\psi_1), \quad (3.3)$$

$$T_{FK} = -F_x L_4 \sin(\psi_4) + F_y L_4 \cos(\psi_4). \quad (3.4)$$

В результате этих преобразований мы получили две разомкнутые кинематические цепи с двумя степенями подвижности, эквивалентные, в смысле динамики, исходной замкнутой цепи (рис. 3.1). Силы F и $-F$,

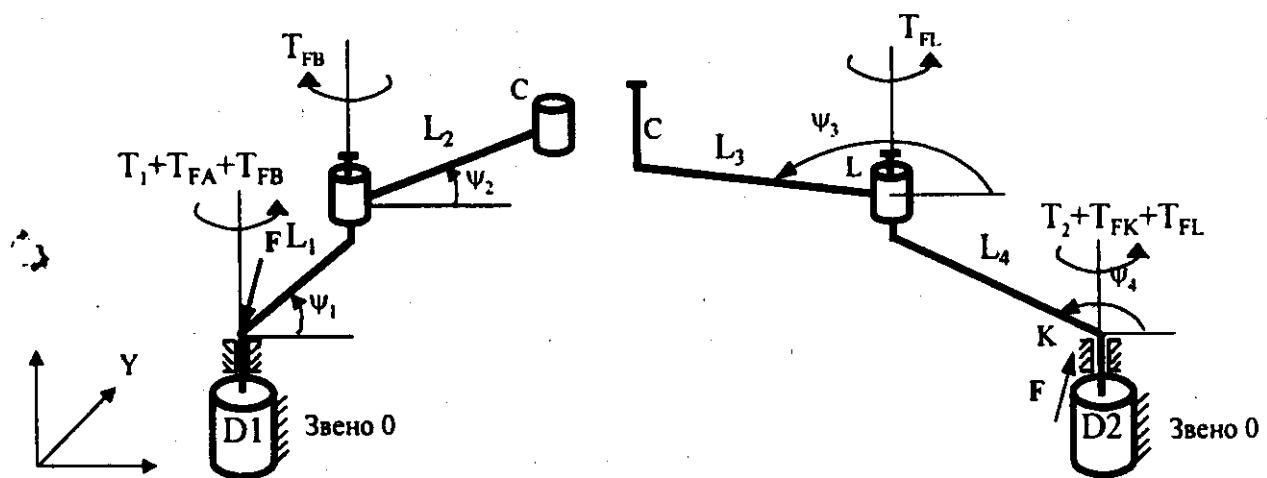


Рис. 3.4

приведенные к основанию, не влияют на динамику и могут быть отброшены в расчетах обобщенных моментов в шарнирах эквивалентных разомкнутых цепей. Таким образом, полученные кинематические схемы попадают в разряд традиционных манипуляционных схем с разомкнутой кинематикой, с действующим в каждом шарнире индивидуальным приводом при отсутствии внешних возмущающих сил. Для таких механизмов разработаны различные способы расчета приводных моментов и сил, среди которых выделяется своей универсальностью матричный способ [36, 41], который будет описан в параграфе 3.2.

Шаг 3. Расчет эквивалентных обобщенных моментов в сочленениях разомкнутых кинематических цепей.

Методика такого расчета подробно приведена в параграфе 3.2. Отметим лишь искомые величины, а также исходные параметры и функции для расчета этих величин. Будем обозначать эквивалентные обобщенные моменты в шарнирах разомкнутых кинематических цепей символом τ .

Тогда для цепи ABC обобщенные моменты выражаются в виде:

$$\tau_1 = T_1 + T_{FA} + T_{FB} = T_{\mathcal{E}1}, \quad (3.5)$$

$$\tau_2 = T_{FB}, \quad (3.6)$$

где τ_1 – эквивалентный обобщенный момент в шарнире A, τ_2 – эквивалентный обобщенный момент в шарнире B разомкнутой цепи ABC.

Для цепи KLC обобщенные моменты выражаются в виде:

$$\tau_1 = T_2 + T_{FK} + T_{FL} = T_{\mathcal{E}2}, \quad (3.7)$$

$$\tau_2 = T_{FL}, \quad (3.8)$$

где τ_1 – эквивалентный обобщенный момент в шарнире K, τ_2 – эквивалентный обобщенный момент в шарнире L разомкнутой цепи KLC.

Исходными данными для расчета обобщенных моментов в сочленениях незамкнутого двухзвенного стержневого механизма являются

геометрические и массовые характеристики звеньев, а также присоединенные переменные (особый набор обобщенных координат разомкнутой кинематической цепи – см. параграф 3.2) – скорости и ускорения:

$$q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i, \quad (i = 1, 2),$$

которые определяются по предварительно рассчитанным обобщенным координатам замкнутого механизма на этапе решения обратной задачи кинематики. Для замкнутой схемы, изображенной на рис. 3.1, такими обобщенными координатами являются углы α_1 и α_2 в шарнирах А и К соответственно. Тогда присоединенные переменные q_i ($i = 1, 2$) в разомкнутых эквивалентных схемах (рис. 3.4) могут быть вычислены на основании рассчитанных обобщенных координат α_1 и α_2 после построения систем координат звеньев по методу Денавита-Хартенберга [42]. Присоединенные скорости и ускорения вычисляются путем дифференцирования присоединенных переменных по времени. Зависимость присоединенной переменной от времени представляется как последовательность значений

$$q_{i1}, q_{i2}, \dots, q_{ik}, \dots$$

для моментов времени $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$ соответственно. Тогда присоединенные скорости и ускорения можно приближенно рассчитать либо по формулам:

$$\dot{q}_{ik} = \left(q_{i(k+1)} - q_{ik} \right) / (t_{k+1} - t_k),$$

$$\ddot{q}_{ik} = \left(\dot{q}_{ik} - \dot{q}_{i(k-1)} \right) / (t_{k+1} - t_k),$$

где $i = 1, 2$, либо с использованием интерполяционной формулы Лагранжа.

Теперь, если подставить в формулы Лагранжа-Эйлера [36] геометрические и массовые параметры звеньев, а также присоединенные переменные, скорости и ускорения, то можно рассчитать обобщенные моменты в сочленениях τ_1 и τ_2 для каждого из двухзвенников (рис. 3.4).

Данные моменты не являются реально действующими активными моментами в сочленениях механизма. На самом деле – это эквивалентные приводные моменты в сочленениях разомкнутых механизмов, которые обеспечивают такие же законы движения звеньев, что и реальные приводные моменты T_1 и T_2 в замкнутой кинематической цепи ABCKL (рис. 3.1).

Шаг 4. Расчет силы реакции связи F в точке размыкания замкнутой кинематической цепи.

Подставим в (3.1) значение T_{FB} , которое, согласно (3.6), равно вычисленному значению обобщенного момента τ_2 для разомкнутой цепи ABC, и подставим в (3.2) значение T_{FL} , которое, согласно (3.8), равно вычисленному значению обобщенного момента τ_2 для разомкнутой цепи KLC. Решая совместно систему уравнений относительно F_x и F_y , получим

$$F_x = \frac{T_{FL}L_2 \cos \psi_2 + T_{FB}L_3 \cos \psi_3}{L_2 L_3 \sin(\psi_2 - \psi_3)},$$

$$F_y = \frac{T_{FL} + F_x L_3 \sin \psi_3}{L_3 \cos \psi_3}. \quad (3.9)$$

Шаг 5. Расчет реальных моментов, развивающихся приводами механизма.

Используя решение (3.9), определим на основании (3.3) и (3.4) моменты T_{FA} и T_{FK} . Зная обобщенный момент τ_1 , обозначаемый как $T_{\mathcal{E}1}$ для разомкнутой цепи ABC, и зная обобщенный момент τ_2 , обозначаемый как $T_{\mathcal{E}2}$ для разомкнутой цепи KLC, можно получить с помощью формул (3.5) и (3.7) искомое решение задачи в виде:

$$\tau_1 = T_{\mathcal{E}1} - T_{FA} - T_{FB}, \quad (3.10)$$

$$\tau_2 = T_{\mathcal{E}2} - T_{FK} - T_{FL}.$$

Механизм с шестью степенями свободы. Важе была решена обратная задача динамики для стержневого механизма с замкнутой кинематической схемой, имеющего две степени подвижности. Теперь оценим работоспособность предложенного метода декомпозиции в решении аналогичной задачи применительно к механизму с шестью степенями подвижности – так называемой, платформе Стюарта (рис. 3.5).

Механизм имеет шесть линейных приводов, реализующих управление шестью обобщенными координатами $q_1 \div q_6$. Каждая из шести опор платформы связана нижним концом со сферическим шарниром на основании и верхним концом – со сферическим шарниром на

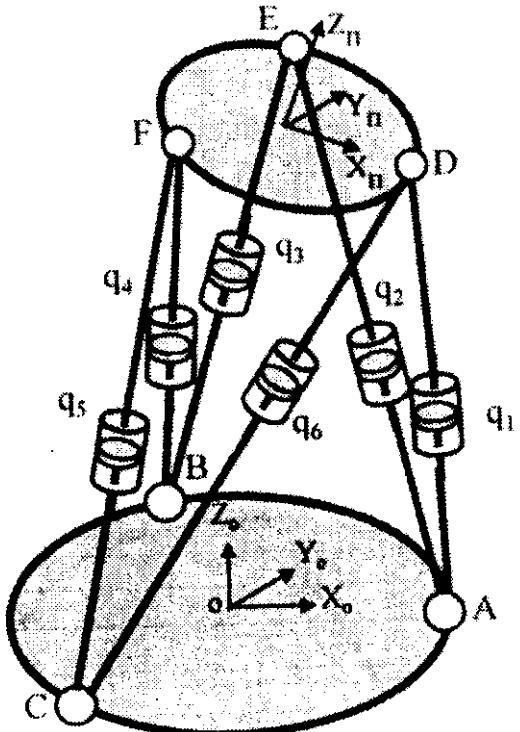


Рис. 3.5

платформе.

Расчетная динамическая модель механизма, представленного на рис. 3.5, характеризуется следующими факторами:

в качестве внешних сил на механизм действуют только шесть сил линейных приводов N_{PQi} , $i = 1, 2, \dots, 6$;

звенья механизма представляют собой абсолютно твердые тела;

звенья механизма представляются тонкими стержнями с равномерно распределенной массой;

силами трения в шарнирах пренебрегаем;

сочленения механизма на его основании и на платформе в общем случае являются сферическими шарнирами;

поскольку любая пара сочленений механизма, расположенных одно на основании и другое на платформе и связанных общей опорой, имеют по одной общей степени свободы, а именно - вращение вокруг геометрической оси этой опоры, то в одном из сферических шарниров этой пары данную степень свободы можно исключить как избыточную;

геометрические параметры механизма заданы.

Решение обратной задачи динамики для такого механизма предполагает более сложную декомпозицию, нежели описанная выше, так как он, во-первых, состоит из трех двухподвижных замкнутых пятизвенных механизмов, а во-вторых, эти три механизма связаны между собой перемещаемой ими платформой. Однако, несмотря на сложность, решим задачу по схеме, включающей пять шагов.

Шаг 1. На первом этапе декомпозиции отсоединим платформу от механизма, приложив к опорам в точках разрыва, а именно, в шарнирах D, E и F, соответствующие векторы сил реакций связей N_D , N_E и N_F (рис. 3.6).

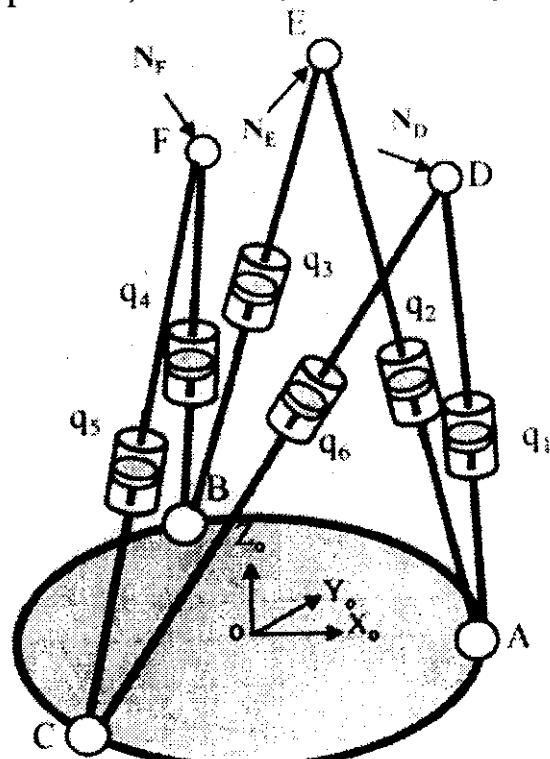


Рис. 3.6

Для определения этих сил рассмотрим динамику самой платформы, приложив к ней в точках разрыва соответствующие векторы сил реакций связей $N_1 = -N_D$, $N_2 = -N_E$, $N_3 = -N_F$ (рис. 3.7).

Без знания этих сил решить обратную задачу динамики невозможно. Движение свободного твердого тела можно рассматривать как совокупность двух его движений: поступательного вместе с центром масс и сферического вокруг центра масс.

Рассмотрим движение платформы под действием внешних сил N_1 , N_2 и N_3 . Проведем через центр масс C,

имеющего координаты x_c, y_c, z_c в неподвижной системе отсчета, оси ξ, η, ζ , связанные с платформой, направив их по главным центральным осям инерции тела, а также оси x_1, y_1, z_1 , движущиеся поступательно, т.е. остающиеся параллельными неподвижным осям x_0, y_0, z_0 . Для определения сил реакций связей N_1, N_2 и N_3 разложим эти силы на составляющие вдоль осей x_0, y_0, z_0 :

$$\mathbf{N}_1 = (N_{1x}, N_{1y}, N_{1z}),$$

$$\mathbf{N}_2 = (N_{2x}, N_{2y}, N_{2z}),$$

$$\mathbf{N}_3 = (N_{3x}, N_{3y}, N_{3z})$$

и составим шесть уравнений движения свободного твердого тела [36]:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x}_c = N_{1x} + N_{2x} + N_{3x} = N_x, \\ m\ddot{y}_c = N_{1y} + N_{2y} + N_{3y} = N_y, \\ m\ddot{z}_c = N_{1z} + N_{2z} + N_{3z} = N_z, \\ J_\xi \omega_\xi + \omega_\eta \omega_\zeta (J_\zeta - J_\eta) = \sum_{i=1}^3 (N_{ix} l_{ix}^\xi + N_{iy} l_{iy}^\xi + N_{iz} l_{iz}^\xi) = T_\xi, \\ J_\eta \omega_\eta + \omega_\zeta \omega_\xi (J_\xi - J_\zeta) = \sum_{i=1}^3 (N_{ix} l_{ix}^\eta + N_{iy} l_{iy}^\eta + N_{iz} l_{iz}^\eta) = T_\eta, \\ J_\zeta \omega_\zeta + \omega_\xi \omega_\eta (J_\eta - J_\xi) = \sum_{i=1}^3 (N_{ix} l_{ix}^\zeta + N_{iy} l_{iy}^\zeta + N_{iz} l_{iz}^\zeta) = T_\zeta, \end{array} \right. \quad (3.11)$$

где N_x, N_y, N_z – проекции главного вектора внешних по отношению к платформе сил на оси неподвижной системы координат; T_ξ, T_η, T_ζ – главные моменты внешних по отношению к платформе сил, приложенных к телу, относительно осей ξ, η, ζ .

В формулах (3.11) заранее известными величинами или величинами, рассчитанными на этапе решения кинематических задач, являются:

m – масса платформы;

J_ξ, J_η, J_ζ – моменты инерции тела относительно главных центральных осей инерции;

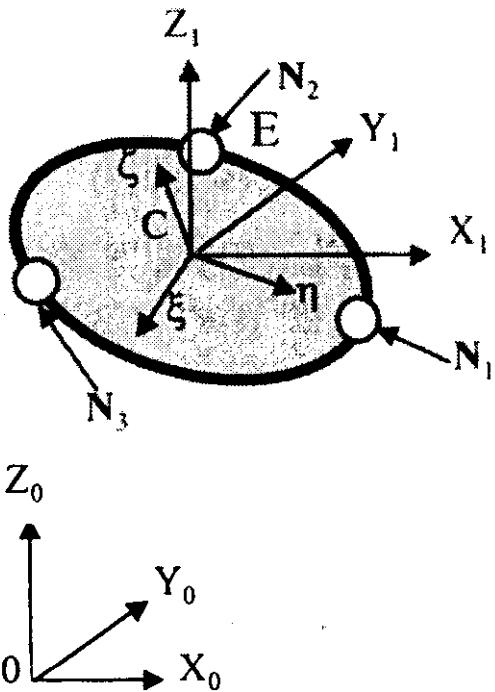


Рис. 3.7

$l_{ix}^\xi, l_{iy}^\xi, l_{iz}^\xi$ ($i = 1, 2, 3$) – плечи составляющих по осям x_0, y_0, z_0 сил $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ и \mathbf{N}_3 относительно оси ξ ;

$l_{ix}^\eta, l_{iy}^\eta, l_{iz}^\eta$ ($i = 1, 2, 3$) – плечи составляющих по осям x_0, y_0, z_0 сил $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ и \mathbf{N}_3 относительно оси η ;

$l_{ix}^\zeta, l_{iy}^\zeta, l_{iz}^\zeta$ ($i = 1, 2, 3$) – плечи составляющих по осям x_0, y_0, z_0 сил $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ и \mathbf{N}_3 относительно оси ζ ;

$\ddot{x}_c, \ddot{y}_c, \ddot{z}_c$ – ускорения центра масс платформы по осям неподвижной системы координат;

$\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ – угловые скорости платформы относительно центральных осей инерции;

$\dot{\omega}_\xi, \dot{\omega}_\eta, \dot{\omega}_\zeta$ – угловые ускорения платформы относительно центральных осей инерции.

Таким образом, (3.11) представляет собой систему из шести линейных алгебраических уравнений относительно девяти неизвестных: $N_{1x}, N_{1y}, N_{1z}, N_{2x}, N_{2y}, N_{2z}, N_{3x}, N_{3y}, N_{3z}$. Следовательно, задача имеет бесчисленное множество решений, обеспечивающих одни и те же законы движения платформы Стюарта. Для однозначности, зададимся значениями каких-нибудь трех неизвестных – например, составляющими силы \mathbf{N}_3 , приравняв их нулю, т.е. $N_{3x} = 0, N_{3y} = 0, N_{3z} = 0$. Это позволяет решить систему из шести линейных алгебраических уравнений (3.11) относительно шести неизвестных составляющих $N_{1x}, N_{1y}, N_{1z}, N_{2x}, N_{2y}, N_{2z}$.

Возвращаясь к рис. 3.6, получаем три замкнутых пятизвенных механизма:

1) механизм CDA, совершающий движение под действием двух линейных приводов и известной внешней силы $\mathbf{N}_D = -\mathbf{N}_1$;

2) механизм AEB, совершающий движение под действием двух линейных приводов и известной внешней силы $\mathbf{N}_E = -\mathbf{N}_2$;

3) механизм BFC, совершающий движение под действием двух линейных приводов и известной внешней силы $\mathbf{N}_F = 0$.

Следующим этапом декомпозиции будет размыкание трех замкнутых механизмов в шарнирах D, E и F. Рассмотрим дальнейшие шаги расчета усилий приводов на примере одного механизма CDA. Решение для остальных двух механизмов будет аналогичным.

Шаг 2. Приведение неизвестных сил реакций связей и внешних сил к основанию разомкнутых кинематических цепей.

Рассмотрим две разомкнутые цепи механизма CDA (рис. 3.8), приложив к левому двухзвеннику внешнюю силу $P = N_D$ и силу реакции связи F , а к правому двухзвеннику – силу реакции связи $-F$.

Особенность данных двухзвенных кинематических цепей заключается в том, что связанный с основанием сферический шарнир обеспечивает три степени свободы, в то время как алгоритм расчета моментов методом Лагранжа-Эйлера предполагает наличие в механизме только кинематических пар пятого класса, обеспечивающих только одну степень свободы.

Рассмотрим кинематическую цепь, содержащую сферическое сочленение, под номером i (рис. 3.9). Попытаемся построить системы координат звеньев по методу Денавита-Хартенберга [42]. Однако в случае сферического сочленения i , вдоль оси которого следует провести ось Z_{i-1} звена $i-1$, мы сталкиваемся с проблемой, состоящей в том, что сферический шарнир имеет бесконечное множество осей вращения. Попробуем провести ось Z_{i-1} произвольным образом. Пусть для некоторой конфигурации механизма, изображенной на рис. 3.9, ось Z_{i-1} занимает положение, при котором она параллельна оси Z_{i-2} .

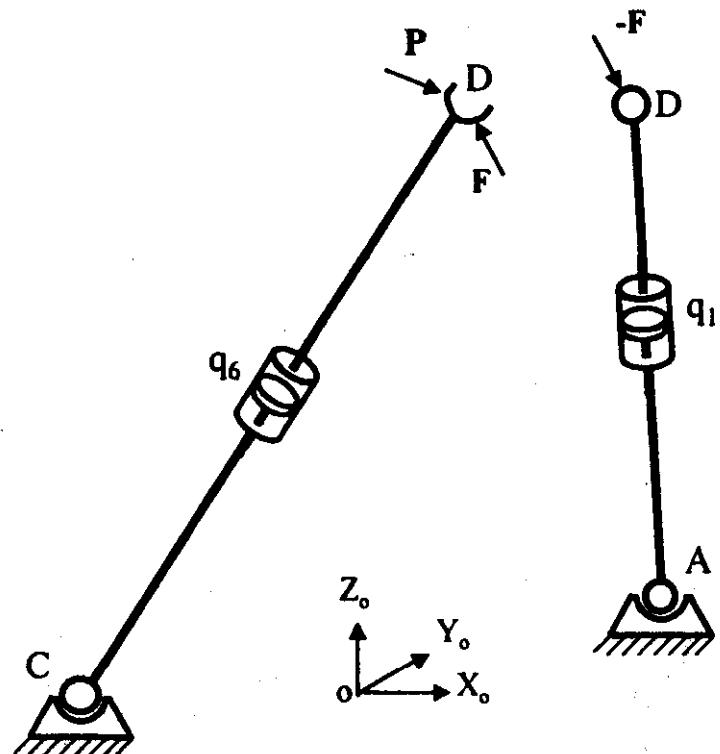


Рис. 3.8

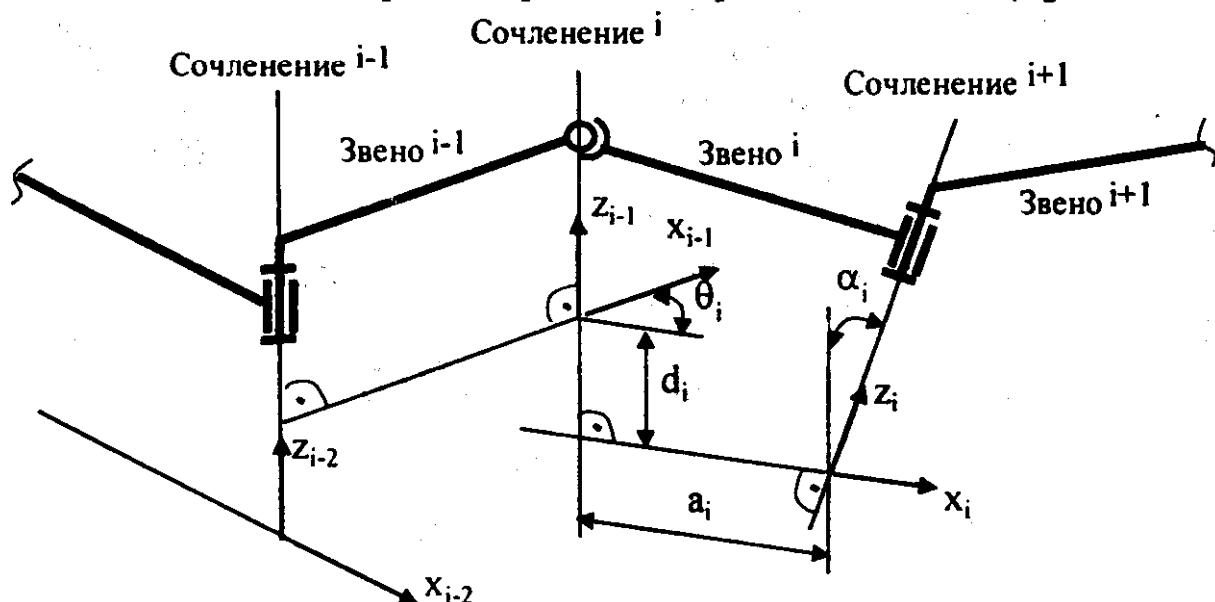


Рис. 3.9

При последующем движении механизма положение оси Z_i , относительно оси Z_{i-1} будет изменяться, вследствие сферического движения в шарнире i . Это приведет к изменению не только присоединенной переменной θ_i , но и присоединенных параметров i -го сочленения d_i, a_i, α_i . Следовательно, производная от матрицы ${}^{i-1}A_i$ по координате $q_i = \theta_i$ уже не равна произведению матрицы Q_i на матрицу ${}^{i-1}A_i$. Система координат i -го звена будет менять свое положение относительно i -го звена при движении механизма, а значит, будут меняться координаты его точек iR_i и момент инерции J_i в системе координат i -го звена. Из этих рассуждений следует вывод, что метод построения систем координат звеньев механизма по методу Денавита-Хартенберга и расчет обобщенных моментов методом Лагранжа-Эйлера, здесь непосредственно не применим.

Однако данная задача может быть решена этими методами, если принять во внимание следующие два соображения. Первое заключается в том, что обычно шаровые сочленения на практике реализуются с помощью трех вращательных сочленений C_1, C_2 и C_3 с осями, пересекающимися в одной точке (рис. 3.10).

Такая кинематическая цепь позволяет легко применить рассматриваемые методы построения систем координат и расчета обобщенных моментов. Второе соображение состоит в том, что если все-таки шаровой шарнир действительно реализован в виде сочленения шаровых поверхностей, то его можно искусственным способом представить в виде трех вращательных сочленений, имеющих суммарную массу и общие габариты, равные аналогичным характеристикам шарового шарнира.

Таким образом, двухзвенный механизм CD (см. рис. 3.8), опирающийся на шаровой шарнир, можно представить четырехзвенным механизмом, содержащим только сочленения с одной степенью свободы (рис. 3.11).

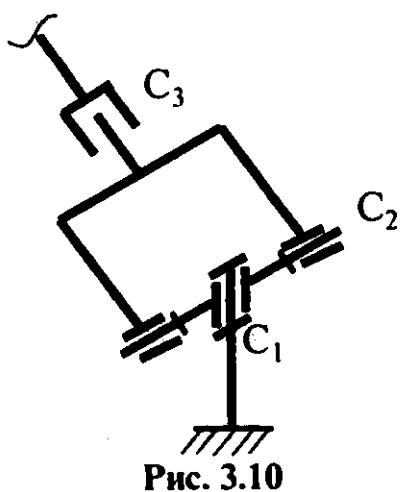


Рис. 3.10

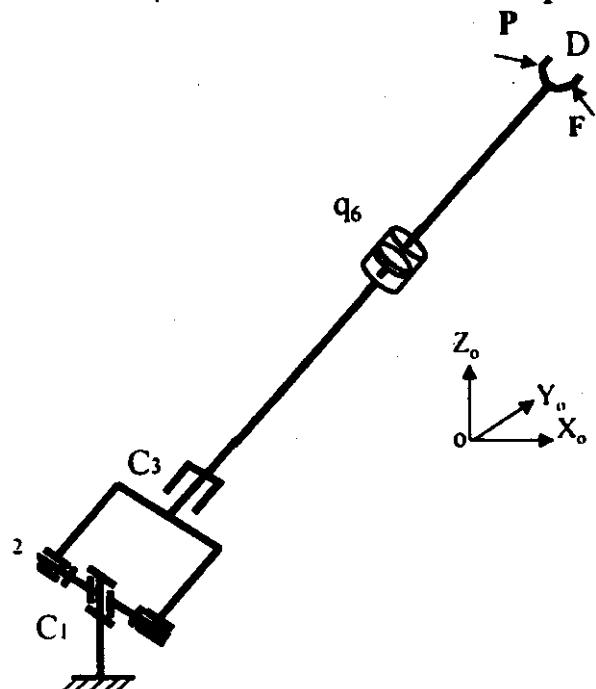


Рис. 3.11

Упростим схему на рис. 3.11 путем задания шарниру D трех степеней свободы. Тогда, исходя из соображений, изложенных выше, можно исключить шарнир C_3 , с учетом того, что сферический шарнир D обеспечивает соответствующую степень свободы (рис. 3.12).

В отличие от схемы, изображенной на рис. 3.2, непосредственное приведение сил P и F к основанию в общем случае здесь невозможно, так как теорема о параллельном переносе силы касается только абсолютно твердых тел, а между шарнирами D и C_2 расположено поступательное сочленение с встроенным линейным приводом. Параллельный перенос силы здесь допустим только в том случае, если эта сила перпендикулярна опоре C_2D .

В связи с этим предлагается следующий путь решения задачи.

1) Разложим каждый из векторов P и F на три составляющие (рис. 3.13):

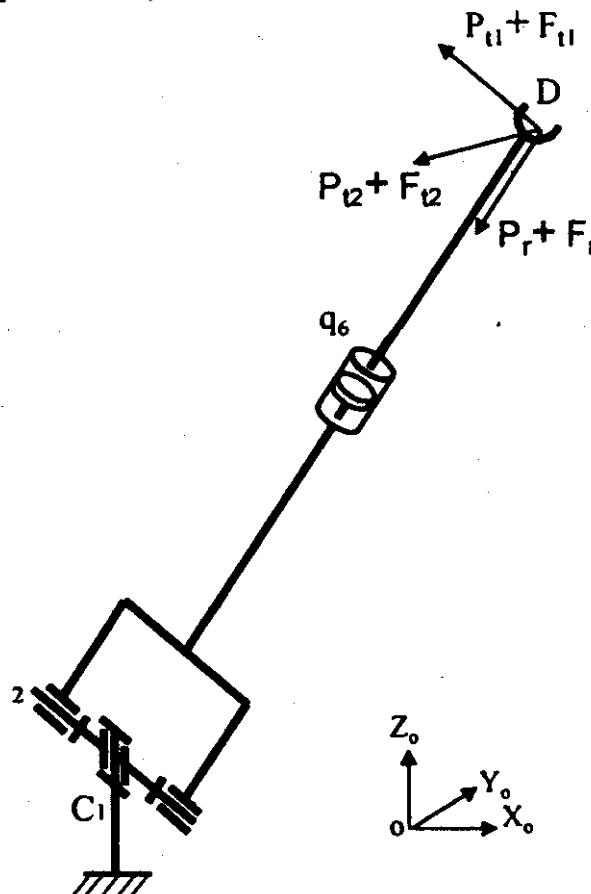


Рис. 3.13

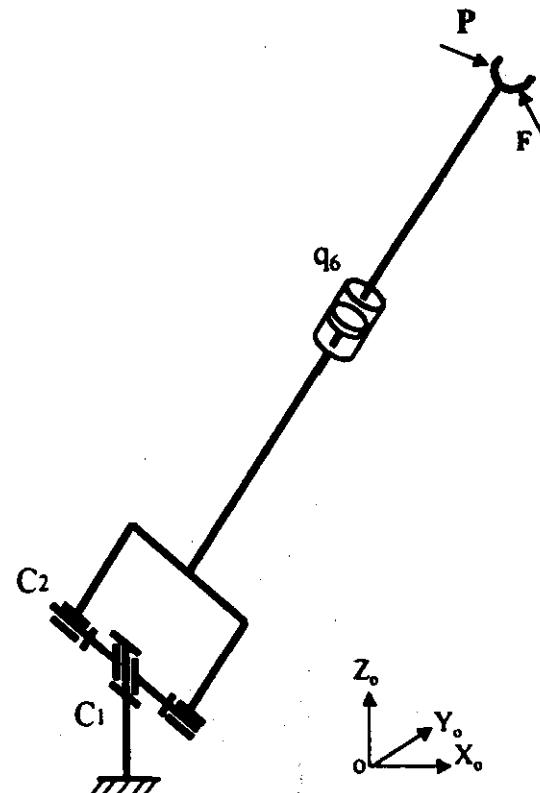


Рис. 3.12

– радиальные составляющие P_r и F_r , направленные вдоль опоры C_2D ;

– тангенциальные составляющие P_{\perp} и F_{\perp} , направленные перпендикулярно опоре C_2D и параллельно оси шарнира C_2 ;

– тангенциальные составляющие P_{t2} и F_{t2} , направленные перпендикулярно опоре C_2D и перпендикулярно оси шарнира C_2 .

Радиальную составляющую $P_r + F_r$, которая пересекает оси шарниров C_1 и C_2 и не создает в них врачающих моментов, включим в состав эквивалентного усилия линейного привода $N_{\text{Э6}}$:

$$N_{36} = N_{\text{ПР6}} + P_r + F_r,$$

(3.12)

где $N_{\text{ПР6}}$ – искомая реальная сила, развивающаяся линейным приводом шестой опоры платформы Стюарта.

Для тангенциальных составляющих опору платформы можно рассматривать как абсолютно твердое тело. Поэтому эти составляющие можно привести к основанию, приложив эквивалентные моменты вокруг осей шарниров C_1 и C_2 (рис. 3.14).

При этом задача упрощается в связи с тем, что тангенциальная составляющая

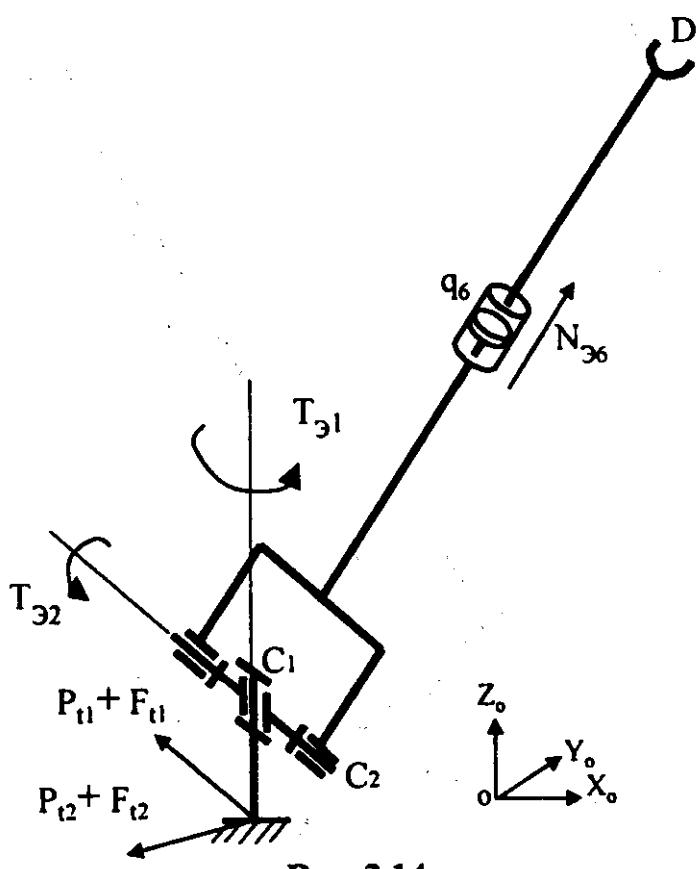


Рис. 3.14

$P_{t1} + F_{t1}$ создает момент только вокруг оси шарнира C_1 и не создает момента вокруг оси шарнира C_2 . В свою очередь, составляющая $P_{t2} + F_{t2}$ создает момент только вокруг оси шарнира C_2 и не создает момента вокруг оси шарнира C_1 . В связи с этим значения эквивалентных моментов в шарнирах C_1 и C_2 выражаются формулами

$$T_{31} = (P_{t1} + F_{t1})L_1, \quad (3.13)$$

$$T_{32} = (P_{t2} + F_{t2})L_2, \quad (3.14)$$

где L_1 – плечо силы $P_{t1} + F_{t1}$ относительно оси шарнира C_1 ; L_2 – плечо силы $P_{t2} + F_{t2}$ относительно оси шарнира C_2 .

Аналогично приведем к основанию силу реакции связи $-F$, действующую на опору AD (см. рис. 3.8). В результате получим эквивалентную трехзвенную кинематическую схему опоры AD , изображенную на рис. 3.15.

Здесь вращательные шарниры A_1 и A_2 заменяют сферический шарнир A (третий вращательный шарнир A_3 здесь так же избытен, как и в случае шарнира C_3 для опоры CD); f_{t1} – составляющая силы $-F$, перпендикулярная опоре AD и параллельная оси шарнира A_2 , создающая момент T_{33} вокруг оси шарнира A_1 ; f_{t2} – составляющая

силы $-F$, перпендикулярная опоре AD и перпендикулярная оси шарнира A_2 , создающая момент T_{34} вокруг оси шарнира A_2 ; f_r – радиальная составляющая силы $-F$, действующая вдоль опоры AD и поэтому создающая эквивалентное усилие $N_{\text{Э1}}$ привода 1 совместно с реальным его усилием $N_{\text{ПР1}}$:

$$N_{\text{Э1}} = N_{\text{ПР1}} + f_r. \quad (3.15)$$

Значения эквивалентных моментов в шарнирах A_1 и A_2 выражаются формулами

$$T_{\text{Э3}} = f_{11}L_3, \quad (3.16)$$

$$T_{\text{Э4}} = f_{12}L_4, \quad (3.17)$$

где L_3 – плечо силы f_{11} относительно оси шарнира A_1 , L_4 – плечо силы f_{12} относительно оси шарнира A_2 .

В результате приведения внешних сил к основанию опор CD и AD мы получаем две трехзвенные кинематические цепи при отсутствии внешних сил, имеющие соединения только с одной степенью свободы, в каждом из которых действует свой обобщенный момент (сила). В результате решения обратной кинематической задачи, которая предваряет решение обратной динамической задачи, все угловые и линейные координаты звеньев в базовой системе отсчета должны быть заранее определены. Поэтому плечи сил, создающих эквивалентные моменты в уравнениях (3.13), (3.14), (3.16), (3.17), а именно, значения L_1 , L_2 , L_3 и L_4 считаются известными.

Шаг 3. Расчет эквивалентных обобщенных сил (моментов) в сочленениях разомкнутых кинематических цепей.

Как и в предыдущем примере воспользуемся для решения задачи на данном шаге методом Лагранжа-Эйлера. В результате решения находим три обобщенных момента (силы) T_1 , T_2 , T_3 , для кинематической цепи CD , которым соответствуют эквивалентные моменты (силы):

$$T_{\text{Э1}} = T_1 = (P_{11} + F_{11})L_1, \quad (3.18)$$

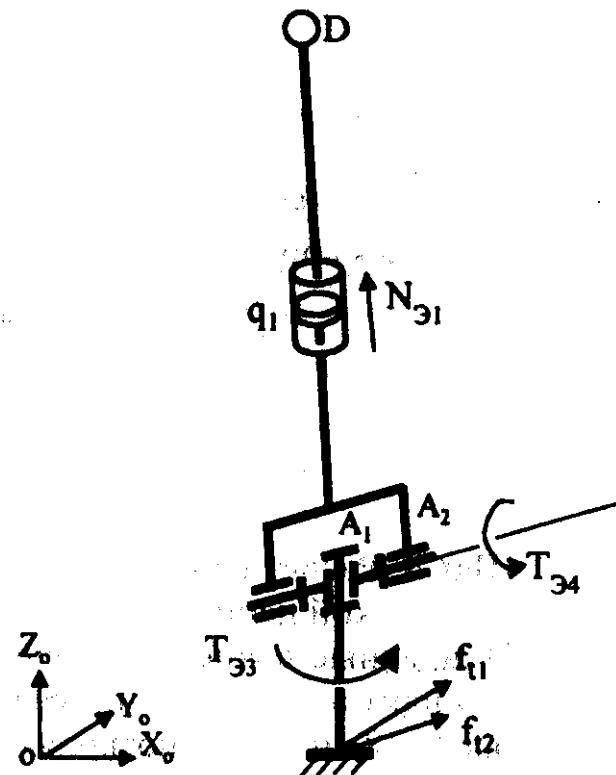


Рис. 3.15

$$T_{\mathcal{E}2} = T_2 = (P_{t2} + F_{t2})L_2, \quad (3.19)$$

$$N_{\mathcal{E}6} = T_3 = N_{\text{ПР6}} + P_r + F_r \quad (3.20)$$

и три обобщенных момента (силы) τ_1, τ_2, τ_3 для кинематической цепи AD, которым соответствуют эквивалентные моменты (силы):

$$T_{\mathcal{E}3} = \tau_1 = f_{ll}L_3, \quad (3.21)$$

$$T_{\mathcal{E}4} = \tau_2 = f_{t2}L_4, \quad (3.22)$$

$$N_{\mathcal{E}1} = \tau_3 = N_{\text{ПР1}} + f_r. \quad (3.23)$$

Шаг 4. Расчет сил реакций связей в точках размыкания замкнутой кинематической цепи.

Найденные выше обобщенные моменты (силы) не позволяют напрямую найти силу реакции связи F в шарнире D на опору CD. Равенства (3.18) и (3.19) позволяют непосредственно определить две составляющие этой силы F_{ll} и F_{t2} :

$$F_{ll} = T_{\mathcal{E}1} / L_1 - P_{ll},$$

$$F_{t2} = T_{\mathcal{E}2} / L_2 - P_{t2}.$$

Однако третья составляющая, F_r , остается неизвестной, так как равенство (3.20) содержит две неизвестные силы: $N_{\text{ПР6}}$ и F_r .

Аналогично не дают решения уравнения (3.21), (3.22) и (3.23) относительно составляющих f_{ll}, f_{t2} и f_r силы реакции связи $-F$, действующую на опору AD.

Для решения задачи необходимо силу F и $-F$ выразить через проекции на оси неподвижной системы координат:

$$\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z), \quad (3.24)$$

$$-\mathbf{F} = (-F_x, -F_y, -F_z). \quad (3.25)$$

В этом случае мы имеем дело только с тремя неизвестными при наличии четырех уравнений. Выразим составляющие F_{ll} и F_{t2} через проекции F_x, F_y, F_z , а также выразим составляющую f_{ll} через проекции $-F_x, -F_y, -F_z$:

$$F_{ll} = k_{1x}F_x + k_{1y}F_y + k_{1z}F_z, \quad (3.26)$$

$$F_{t2} = k_{2x}F_x + k_{2y}F_y + k_{2z}F_z, \quad (3.27)$$

$$f_{11} = -k_{3x}F_x - k_{3y}F_y - k_{3z}F_z, \quad (3.28)$$

где k_{ix} , k_{iy} , k_{iz} ($i = 1, 2, 3$) – это известные коэффициенты, вычисляемые по известным линейным и угловым координатам опор платформы. Подставив (3.26), (3.27) и (3.28) в уравнения (3.18), (3.19) и (3.20) соответственно, получим систему из трех линейных алгебраических уравнений относительно координат вектора силы реакции связи \mathbf{F} в неподвижной системе отсчета:

$$\begin{cases} k_{1x}F_x + k_{1y}F_y + k_{1z}F_z = T_{\mathcal{E}1} / L_1 - P_{11}, \\ k_{2x}F_x + k_{2y}F_y + k_{2z}F_z = T_{\mathcal{E}2} / L_2 - P_{12}, \\ k_{3x}F_x + k_{3y}F_y + k_{3z}F_z = -T_{\mathcal{E}3}, \end{cases} \quad (3.29)$$

решая которую, определим вектор $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$.

Шаг 5. Расчет искомых моментов (усилий), развиваемых приводами механизма.

После решения (3.29) можно найти проекцию F_r вектора \mathbf{F} на направление действия линейного привода в опоре CD:

$$F_r = k_4F_x + k_5F_y + k_6F_z, \quad (3.30)$$

где k_4, k_5, k_6 есть направляющие косинусы векторов F_x, F_y и F_z на линию опоры CD, а также найти проекцию f_r вектора $-F$ на направления действия линейного привода в опоре AD:

$$f_r = -k_7F_x - k_8F_y - k_9F_z, \quad (3.31)$$

где k_7, k_8 и k_9 есть направляющие косинусы векторов F_x, F_y и F_z на линию опоры AD.

Подставляя (3.30) в (3.20) и (3.31) в (3.23), определим усилия в приводах, требуемые для реализации законов движения опор платформы. Для опоры CD такое усилие равно

$$N_{\text{ПР6}} = N_{\mathcal{E}6} - P_r - F_r,$$

а для опоры AD

$$N_{\text{ПР1}} = N_{\mathcal{E}1} - F_r.$$

Для других четырех опор платформы задача об усилиях приводов решается аналогичным образом.

Таким образом, с помощью декомпозиции механизма нам удалось применить метод Лагранжа-Эйлера, опирающийся на матричное представление кинематики в форме Денавита-Хартеберга, и решить обратную задачу динамики для платформы Стюарта.

3.2. Построение динамической модели стержневых механизмов с разомкнутой кинематической схемой

В основу различных способов построения динамических моделей механизмов обычно закладывается один из двух традиционных методов: метод Лагранжа-Эйлера или метод Ньютона-Эйлера. Обоим этим методам присущи свои достоинства и недостатки.

Для вывода уравнений движения, основанных на уравнении Лагранжа второго рода для неконсервативных систем, Бьеци [41] предложил использовать математический аппарат однородных матриц преобразования, разработанный Денавитом и Хартенбергом [42]. Данный способ построения динамической модели отличается универсальностью, простотой и единством подхода. Получаемые уравнения в ясной форме отражают влияние отдельных параметров многозвенного механизма на его динамику, что позволяет разрабатывать усовершенствованные законы управления в пространстве присоединенных переменных. При решении обратной задачи динамики N-звенного механизма этот способ приводит к вычислению N стандартных матричных алгебраических выражений, не требующих дифференцирования и удобных для программирования на ЭВМ. Недостатком данного способа является невысокая эффективность в вычислительном плане, поскольку здесь требуется выполнение большого объема арифметических операций над матрицами размерностью 4×4 , что затрудняет его применение для управления в реальном времени.

В целях повышения вычислительной эффективности ряд исследователей воспользовались подходом, основанным на применении второго закона Ньютона. Ими были получены [40, 43] различные формы уравнений Ньютона-Эйлера для описания разомкнутых кинематических цепей. Данный подход, основанный на принципе Даламбера, приводит к системе прямых и обратных рекуррентных уравнений, что позволяет сократить затраты времени на расчет моментов и сил, развиваемых приводами, до пределов, допускающих реализацию управления механизмом в реальном масштабе времени. Однако вывод этих уравнений весьма трудоемок, а сами уравнения не отражают в явной форме взаимосвязь координат и усилий механизма с параметрами его звеньев.

При построении динамических моделей и решении задач динамики стержневых механизмов, рассматриваемых в настоящей монографии, используется первый из отмеченных выше подходов, т.е. метод Лагранжа-Эйлера в сочетании с матричным представлением Денавита-Хартенberга. Этот выбор обусловлен следующими соображениями. Во-первых, при проектировании машины быстродействие алгоритма решения динамической задачи на ЭВМ не имеет значения, а на первый план выходят чисто человеческие факторы: трудоемкость разработки алгоритма, его наглядность с точки зрения оптимального выбора параметров механизма и законов управления. Во-вторых, влияние факто-

ра быстродействия алгоритма неуклонно падает вместе с ростом производительности компьютеров, в то время как человеческие факторы остаются практически неизменными.

Системы координат звеньев механизма и присоединенные координаты. Помимо описания взаимного положения звеньев механизма с помощью однородных матриц преобразования, Денавит и Хартенберг [42] предложили универсальный способ формирования систем координат каждого звена, при котором матрица ${}^{i-1}A_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, зависит только от четырех стандартных параметров. Этот способ предполагает, что механический манипулятор состоит из звеньев, соединенных между собой либо вращательными, либо поступательными сочленениями, которые создают лишь одну степень свободы. Именно такие два типа сочленений обычно используются в манипуляторах с разомкнутой кинематической схемой. Следовательно, манипулятор с n степенями свободы содержит n пар звено-сочленение. Звено 0 – это основание манипулятора, где размещается инерциальная система координат. Звенья и сочленения нумеруются по возрастанию от основания к охвату манипулятора. Соединением i является сочленение звена i с основанием. Каждое звено соединено не более чем с двумя другими таким образом, чтобы не образовывалось замкнутых кинематических цепей.

Рассмотрим формирование системы координат i -го звена. В месте соединения $i-1$ -го звена с i -м звеном определяется ось i -го сочленения. В качестве примера рассмотрим звенья вращательными сочленениями (рис. 3.16).

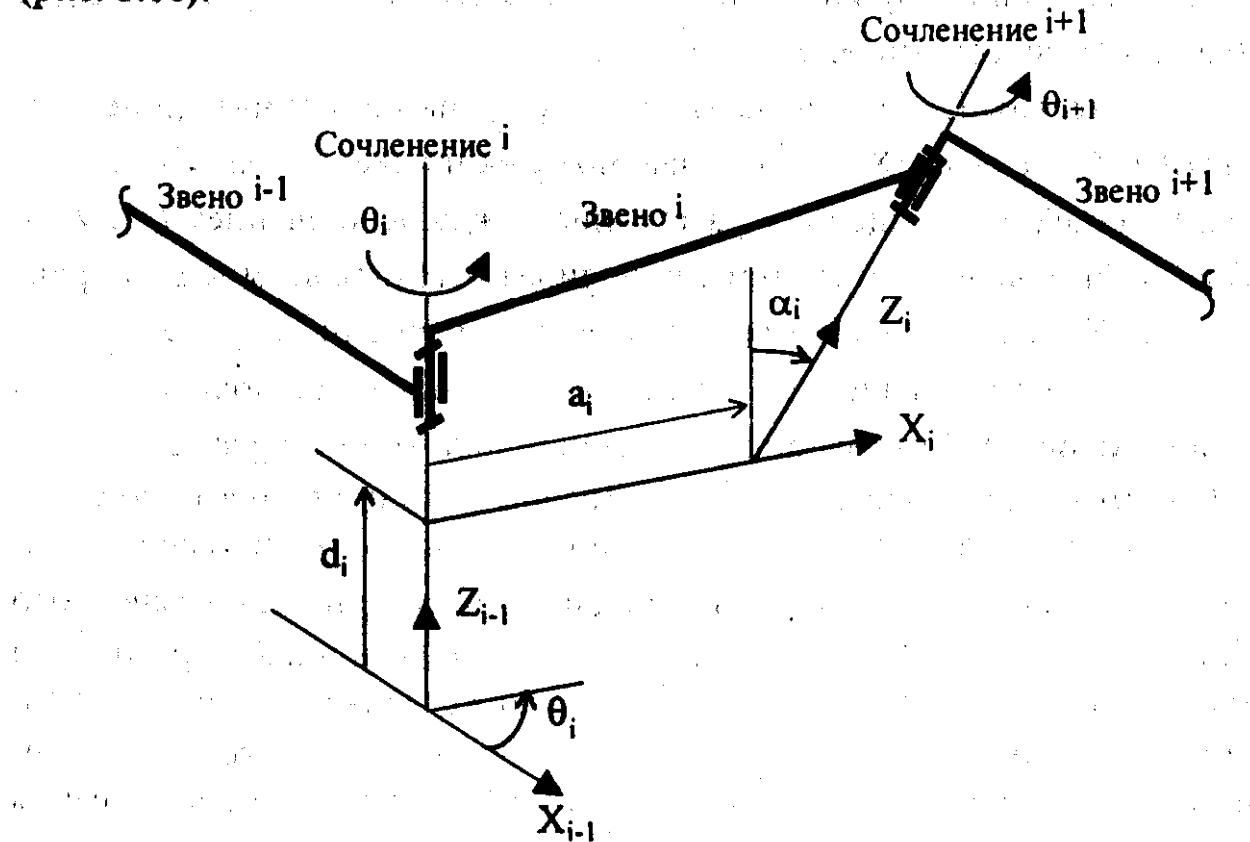


Рис. 3.16

Каждая система координат (СК) формируется на основе следующих правил:

1. Ось Z_{i-1} направлена вдоль оси i -го сочленения.

2. Начало i -й СК располагается на пересечении общей нормали к осям Z_{i-1} и Z_i с осью Z .

3. Ось X_i направлена от оси Z_{i-1} к оси Z_i вдоль общей нормали к этим осям, т.е. единичный вектор X_i определяется выражением:
 $X_i = \pm (Z_{i-1} \times Z_i) / \| (Z_{i-1} \times Z_i) \|$.

4. Ось Y_i дополняет оси X_i и Z_i до правой декартовой системы координат.

Эти правила оставляют свободу в выборе нулевой системы координат при условии, что ось Z_0 направлена вдоль оси первого сочленения. Последняя, n -я система координат, также может быть выбрана в произвольной точке n -го звена при условии, что ось X_n перпендикулярна оси Z_{i-1} .

В результате такого принципа построения систем координат звеньев манипулятора число параметров, полностью характеризующих взаимное положение двух сопряженных звеньев, сокращается до четырех, причем только один из них является переменным при движении звена:

θ_i – угол, на который нужно повернуть ось X_{i-1} вокруг оси Z_{i-1} , чтобы она стала сонаправлена с осью X_i ;

d_i – расстояние от начала $(i-1)$ -й системы координат до пересечения оси Z_{i-1} с осью X_i , отсчитываемое в направлении оси Z_{i-1} ;

a_i – линейное смещение – расстояние между пересечением оси Z_{i-1} с осью X_i и началом i -й системы координат, отсчитываемое в направлении оси X_i , т.е. кратчайшее расстояние между осями Z_{i-1} и Z_i ;

α_i – угловое смещение – угол, на который надо повернуть ось Z_{i-1} вокруг оси X_i , чтобы она стала сонаправленной с осью Z_i .

Одним из преимуществ такого способа формирования систем координат звеньев является то, что линейное смещение a_i и угловое смещение α_i остаются неизменными при движении механизма, независимо от типа сочленений. Их называют присоединенными параметрами. Для вращательных сочленений величина d_i также является присоединенным параметром, так как она не меняется в процессе движения, а величина θ_i является присоединенной переменной, потому что она меняется при движении механизма. Для поступательных сочленений – наоборот:

величина d_i является присоединенной переменной, в то время как угол θ_i – присоединенным параметром.

Итак, в более сжатом виде запишем:

- для вращательных сочленений $d_i = \text{const}$, $a_i = \text{const}$, $\alpha_i = \text{const}$ – присоединенные параметры, θ_i – присоединенная переменная;
- для поступательных сочленений $\theta_i = \text{const}$, $a_i = \text{const}$, $\alpha_i = \text{const}$ – присоединенные параметры, d_i – присоединенная переменная.

Таким образом, присоединенные переменные манипулятора есть специальным образом выбранный набор обобщенных координат, позволяющий оптимизировать решение кинематических и динамических задач манипулятора. Смысл представления Денавита-Хартенберга состоит в формировании однородных матриц преобразования, имеющих размерность 4×4 и описывающих положение системы координат каждого i -го звена относительно системы координат предыдущего, ($i-1$)-го, звена в виде четырех стандартных элементарных операций. Из рис. 3.16 видно, что координаты любой точки R_i , заданные в i -й системе координат, можно преобразовать в координаты R_{i-1} этой же точки относительно ($i-1$)-й системы координат, выполняя следующие четыре операции, каждая из которых описывается однородной матрицей преобразования элементарного поворота-сдвига:

- 1) поворот вокруг оси Z_{i-1} на угол θ_i , чтобы ось X_{i-1} стала сопряженной с осью X_i (описывается матрицей элементарного поворота $A_{z,\theta}$);
- 2) сдвиг вдоль оси Z_{i-1} на расстояние d_i до совмещения осей X_{i-1} и X_i (описывается матрицей элементарного сдвига $A_{z,d}$);
- 3) сдвиг вдоль оси X_i на расстояние a_i , чтобы совместить начала обеих систем координат (описывается матрицей элементарного сдвига $A_{x,a}$);
- 4) поворот вокруг оси X_i на угол α_i до совмещения осей Z_{i-1} и Z_i , в результате чего i -я система координат совместится с ($i-1$)-й системой координат (описывается матрицей элементарного поворота $A_{x,\alpha}$).

Произведение однородных матриц элементарного поворота-сдвига дает однородную матрицу сложного преобразования ${}^{i-1}A_i$ из i -й в ($i-1$)-ю систему координат:

$${}^{i-1}A_i = A_{z,d} A_{z,\theta} A_{x,a} A_{x,\alpha}. \quad (3.32)$$

Порядок следования сомножителей в (3.32) определяется следующими правилами:

1) если элементарный поворот-сдвиг происходит относительно одной из основных осей системы координат ведущего звена, то матрицу предыдущего результирующего преобразования надо умножить слева на соответствующую матрицу элементарного поворота-сдвига; 2) если элементарный поворот-сдвиг происходит относительно одной из собственных основных осей системы координат данного звена, то матрицу предыдущего результирующего преобразования надо умножить справа на соответствующую матрицу элементарного поворота-сдвига.

Примечательно, что элементарные матрицы и результирующая матрица получают стандартный вид для всех сочленений механизма:

$$\begin{aligned}
 A_{z,d} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & A_{z,\theta} &= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 A_{x,a} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & A_{x,\alpha} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 {}^{i-1}A_i &= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. & & (3.33)
 \end{aligned}$$

Однородная матрица преобразования для i -го звена относительно базовой системы координат определяется выражением:

$${}^0A_i = {}^0A_1^{-1}A_2 \dots {}^{i-1}A_i. \quad (3.34)$$

Решение обратной задачи динамики для стержневых механизмов с разомкнутой кинематической схемой методом Лагранжа-Эйлера. Сочетание метода Лагранжа-Эйлера с представлением Денавита-Хартенберга приводит к компактной стандартной векторно-матричной форме уравнений движения, удобной для реализации на ЭВМ.

Запишем уравнение динамики механизма с n степенями подвижности в форме уравнения Лагранжа-Эйлера для неконсервативной системы:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.35)$$

где L – функция Лагранжа: $L = K - P$; K – полная кинетическая энергия механизма; P – полная потенциальная энергия механизма; q_i – обобщенные координаты механизма; \dot{q}_i – обобщенные скорости; τ_i – обобщенные силы (моменты), создаваемые в i -м сочленении для реализации заданного движения i -го звена.

В качестве обобщенных координат выберем присоединенные переменные подвижного стержневого механизма. При этом $d_i = \theta_i$, если i -е сочленение – вращательное и $q_i = d_i$, если i -е сочленение – поступательное.

Скорость произвольной точки звена стержневого механизма. Для решения уравнения (3.35) необходимо знать кинетическую энергию системы, а следовательно, и скорости всех ее точек. Рассмотрим произвольную точку i -го звена (т.е. неподвижную относительно i -го звена), заданную в системе координат i -го звена однородными координатами ${}^i\mathbf{R}_i$:

$${}^i\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = (x_i \ y_i \ z_i \ 1)^T. \quad (3.36)$$

Обозначим через ${}^0\mathbf{R}_i$ координаты этой же точки относительно базовой системы координат. Тогда связь между ${}^0\mathbf{R}_i$ и ${}^i\mathbf{R}_i$ определяется соотношением

$${}^0\mathbf{R}_i = {}^0A_i \ {}^i\mathbf{R}_i, \quad (3.37)$$

где 0A_i определяется соотношением (3.34). Как следует из (3.33) и (3.34), все ненулевые элементы матрицы 0A_i являются функциями величин θ_j , d_j , a_j и \dot{a}_j ($j = 1, 2, \dots, i$). При выводе уравнений движения, описывающих как вращательные, так и поступательные сочленения, будем в дальнейшем использовать для j -й присоединенной переменной обозначение обобщенной координаты q_j , имея при этом в виду, что $q_j = \theta_j$ для вращательного сочленения и $q_j = d_j$ для поступательного сочленения.

Из предположения, что звенья стержневого механизма представляют собой твердые тела, следует, что любая точка ${}^i\mathbf{R}_i$ i -го звена имеет нулевую скорость относительно i -ой системы координат. Скорость точки ${}^i\mathbf{R}_i$ относительно базовой системы координат может быть представлена следующим образом:

$$\begin{aligned}
 {}^0 v_i = v_i &= \frac{d}{dt} ({}^0 R_i) = \frac{d}{dt} ({}^0 A_i {}^i R_i) = {}^0 A_1^{-1} A_2 \dots {}^{i-1} A_i {}^i R_i + \\
 &+ {}^0 A_1^{-1} A_2 \dots {}^{i-1} A_i {}^i R_i + \dots + {}^0 A_1^{-1} A_2 \dots {}^{i-1} A_i {}^i R_i + {}^0 A_i {}^i \dot{R}_i = \left[\sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0 A_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right] {}^i R_i. \\
 (3.38)
 \end{aligned}$$

Конечное выражение для скорости точки звена в базовой системе координат (3.13) получено из условия

$${}^i \dot{R}_i = 0.$$

Частные производные матрицы ${}^0 A_i$ по переменным q_i легко определяются с помощью матрицы Q_i , которая для вращательного сочленения имеет вид:

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.39)$$

а для поступательного сочленения

$$Q_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

Используя эти матрицы, можно записать общее выражение для производной от однородной матрицы преобразования по обобщенной координате q_i в i -м сочленении:

$$\frac{\partial {}^{i-1} A_i}{\partial q_i} = Q_i^{i-1} A_i.$$

Например, для вращательного сочленения, с учетом (3.33), (3.39) и условия $q_i = \theta_i$, можно записать:

$$\frac{\partial {}^{i-1} A_i}{\partial \theta_i} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_i & -\cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i & -a_i \sin \theta_i \\ \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = Q_i^{j-1} A_i.$$

Таким образом, для $i = 1, 2, \dots, n$:

$$\frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} = \begin{cases} {}^0 A_1^1 A_2 \dots {}^{j-2} A_{j-1} Q_j^{j-1} A_j \dots {}^{i-1} A_i, & \text{если } j \leq i; \\ 0, & \text{если } j > i. \end{cases} \quad (3.42)$$

Равенство (3.42) описывает изменение положения точек i -го звена, вызванное движением в j -м сочленении механизма. С целью упрощения формул введем обозначение

$$U_{ij} = \frac{\partial^0 A_i}{\partial q_j} \quad (3.43)$$

с учетом которого равенство (3.42) можно представить в следующем виде для $i = 1, 2, \dots, n$:

$$U_{ij} = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i, & \text{если } j \leq i; \\ 0, & \text{если } j > i. \end{cases} \quad (3.44)$$

Используя введенное обозначение (3.43), формулу для v_i (3.38) можно представить в виде

$$v_i = \left[\sum_{j=1}^i U_{ij} \dot{q}_j \right] i \mathbf{R}_i. \quad (3.45)$$

Определим величину, характеризующую взаимодействие сочленений i, j, k в виде:

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} = U_{ijk} = \begin{cases} {}^0 A_{j-1} Q_j^{j-1} A_{k-1} Q_k^{k-1} A_i, & \text{если } i \geq k \geq j; \\ {}^0 A_{k-1} Q_k^{k-1} A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i, & \text{если } i \geq j \geq k; \\ 0, & \text{если } i > j \text{ или } i < k. \end{cases}$$

Кинетическая энергия стержневого механизма. Найдем кинетическую энергию i -го звена, зная скорость произвольной точки каждого звена манипулятора. Обозначим через K_i кинетическую энергию i -го звена ($i = 1, 2, \dots, n$). Пусть dK_i обозначает кинетическую энергию элемента массы dm i -го звена. Тогда

$$dK_i = \frac{1}{2} (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) dm = \frac{1}{2} \text{след}(\mathbf{U}_i \mathbf{U}_i^T) dm = \frac{1}{2} Tr(\mathbf{U}_i \mathbf{U}_i^T) dm. \quad (3.46)$$

Здесь вместо скалярного произведения используется оператор Tr – след матрицы. Напомним, что след матрицы равен сумме ее диагональных элементов:

$$Tr A = \sum_{i=1}^n a_{ii},$$

подставляя в выражение (3.46) значение скорости v_i из равенства (3.45), получим выражение для кинетической энергии элемента массой dm :

$$\begin{aligned} dK_i &= \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i \mathbf{U}_{ip} \dot{q}_p^T \mathbf{R}_i \left[\sum_{r=1}^i \mathbf{U}_{ir} \dot{q}_r^T \mathbf{R}_i \right]^T \right] dm = \\ &= \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \mathbf{U}_{ip}^T \mathbf{R}_i^T \mathbf{R}_i^T \mathbf{U}_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] dm = \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \mathbf{U}_{ip} \left(\mathbf{R}_i^T dm \mathbf{R}_i^T \right) \mathbf{U}_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] dm \end{aligned} \quad (3.47)$$

Матрица \mathbf{U}_{ij} характеризует изменение положения точки i -го звена относительно базовой системы координат, обусловленное изменением координаты q_i . Данная матрица одинакова для всех точек i -го звена и не зависит от распределения массы в этом звене. Обобщенные скорости также не зависят от распределения массы. С учетом этого можно записать:

$$dK_i = \int dK_i = \frac{1}{2} Tr \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \mathbf{U}_{ip} \left(\int \mathbf{R}_i^T dm \mathbf{R}_i^T \right) \mathbf{U}_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] dm \quad (3.48)$$

Интегральный член в скобках представляет собой матрицу инерции J_i i -го звена

$$J_i = \int \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i^T dm = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i y_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Таким образом, полная кинетическая энергия стержневого механизма равна:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Tr} \left[\sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \mathbf{U}_{ip} J_i \mathbf{U}_{ir}^T \dot{q}_p \dot{q}_r \right] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^i \sum_{r=1}^i \left[\text{Tr} \left(\mathbf{U}_{ip} J_i \mathbf{U}_{ir}^T \right) \dot{q}_p \dot{q}_r \right]. \quad (3.50)$$

Следует отметить, что матрицы инерции J_i ($i = 1, 2, \dots, n$) зависят только от распределения массы i -го звена в i -й системе координат и не зависят ни от положения, ни от скорости звеньев. Поэтому однажды вычисленные матрицы J_i можно использовать в дальнейшем для расчета кинетической энергии стержневого механизма.

Потенциальная энергия стержневого механизма. Обозначив полную потенциальную энергию механизма через P , а потенциальную энергию i -го звена – через P_i запишем:

$$P_i = -m_i \mathbf{g}^0 \bar{\mathbf{r}}_i = -m_i \mathbf{g} \left({}^0 A_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i \right), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.51)$$

Здесь вектор ${}^i \bar{\mathbf{r}}_i = (\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, 1)^T$ представляет собой однородные координаты центра масс i -го звена в i -й системе координат. Тогда полная потенциальная энергия механизма выражается суммой:

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n -m_i \mathbf{g} \left({}^0 A_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i \right). \quad (3.52)$$

Здесь вектор-строка $\mathbf{g} = [g_x, g_y, g_z, 0]$ описывает гравитационное ускорение в базовой системе координат. В земной системе координат $\mathbf{g} = [0, 0, -|g|, 0]$, а g – ускорение свободного падения на поверхности Земли ($g = 9,8062 \text{ м/с}^2$).

Результирующие уравнения движения. Подставим в функцию Лагранжа выражения для кинетической и потенциальной энергии в матричном представлении (3.50) и (3.52), тогда:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \left[\text{Tr} \left(\mathbf{U}_{ij} J_i \mathbf{U}_{ik}^T \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \right] + \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{g} \left({}^0 A_i {}^i \bar{\mathbf{r}}_i \right). \quad (3.53)$$

Подставив (3.53) в уравнение Лагранжа, получим выражение для обобщенной силы τ_i , которую должен развивать силовой привод i -го сочленения, чтобы реализовать заданное движение i -го звена стержневого механизма

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j \text{Tr} \left(\mathbf{U}_{jk} J_j \mathbf{U}_{ji}^T \right) \ddot{q}_k +$$

$$+ \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j \operatorname{Tr} \left(\mathbf{U}_{jkm} J_j \mathbf{U}_{ji}^T \right) \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{j=i}^n m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{ji}^T \bar{\mathbf{r}}_k, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.54)$$

Запишем выражение (3.54) в более простой форме (3.55), которая представляет итоговые выражения для расчета обобщенных моментов стержневого механизма с незамкнутой кинематической схемой

$$\tau_i = \sum_{k=1}^n D_{ik} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m + C_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.55)$$

где

$$D_{ik} = \sum_{j=\max(i,k)}^n \operatorname{Tr} \left(\mathbf{U}_{jk} J_j \mathbf{U}_{ji}^T \right), \quad k = 1, 2, \dots, n; \\ h_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \operatorname{Tr} \left(\mathbf{U}_{jkm} J_j \mathbf{U}_{ji}^T \right), \quad i, k, m = 1, 2, \dots, n; \\ C_i = \sum_{j=1}^n \left(-m_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{ji}^T \bar{\mathbf{r}}_j \right), \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$\mathbf{U}_{ij} = \partial^0 A_i / \partial q_j;$$

$$\mathbf{U}_{ijk} = \partial \mathbf{U}_{ij} / \partial q_k;$$

$${}^i \bar{\mathbf{r}}_j = (\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, 1)^T;$$

$$\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z, 0).$$

Здесь q_i – присоединенные переменные (обобщенные координаты); $\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z, 0)$ – вектор-строка, описывающая ускорение силы тяжести в базовой системе координат; ${}^i \bar{\mathbf{r}}_j$ – радиус-вектор центра масс j -го звена в системе координат i -го звена; ${}^0 A_i$ – однородная матрица преобразования из неподвижной системы координат в систему координат i -го звена; m_j – масса j -го звена; J_j – матрица инерции j -го звена.

Коэффициенты в (3.55) имеют ясный физический смысл: коэффициенты D_{ik} устанавливают связь действующих в сочленениях сил и моментов с ускорениями присоединенных переменных;

коэффициенты h_{ikm} увязывают силы и моменты в сочленениях со скоростями изменения присоединенных переменных;

коэффициенты C_i учитывают силу тяжести каждого звена манипулятора.

3.3. Пример решения обратной задачи динамики робота-станка для полирования лопаток турбин

В качестве примера рассмотрим решение обратной динамической задачи для робота-станка для полирования лопаток турбин, разработанного в ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН. Кинематическая схема станка изображена на рис. 3.17.

Робот-станок состоит из двух манипуляторов – манипулятора инструмента и манипулятора детали – каждый из которых представляет собой замкнутую кинематическую цепь. Шесть степеней подвижности станка распределены между двумя манипуляторами следующим образом. Манипулятор инструмента приводится в движение двигателями

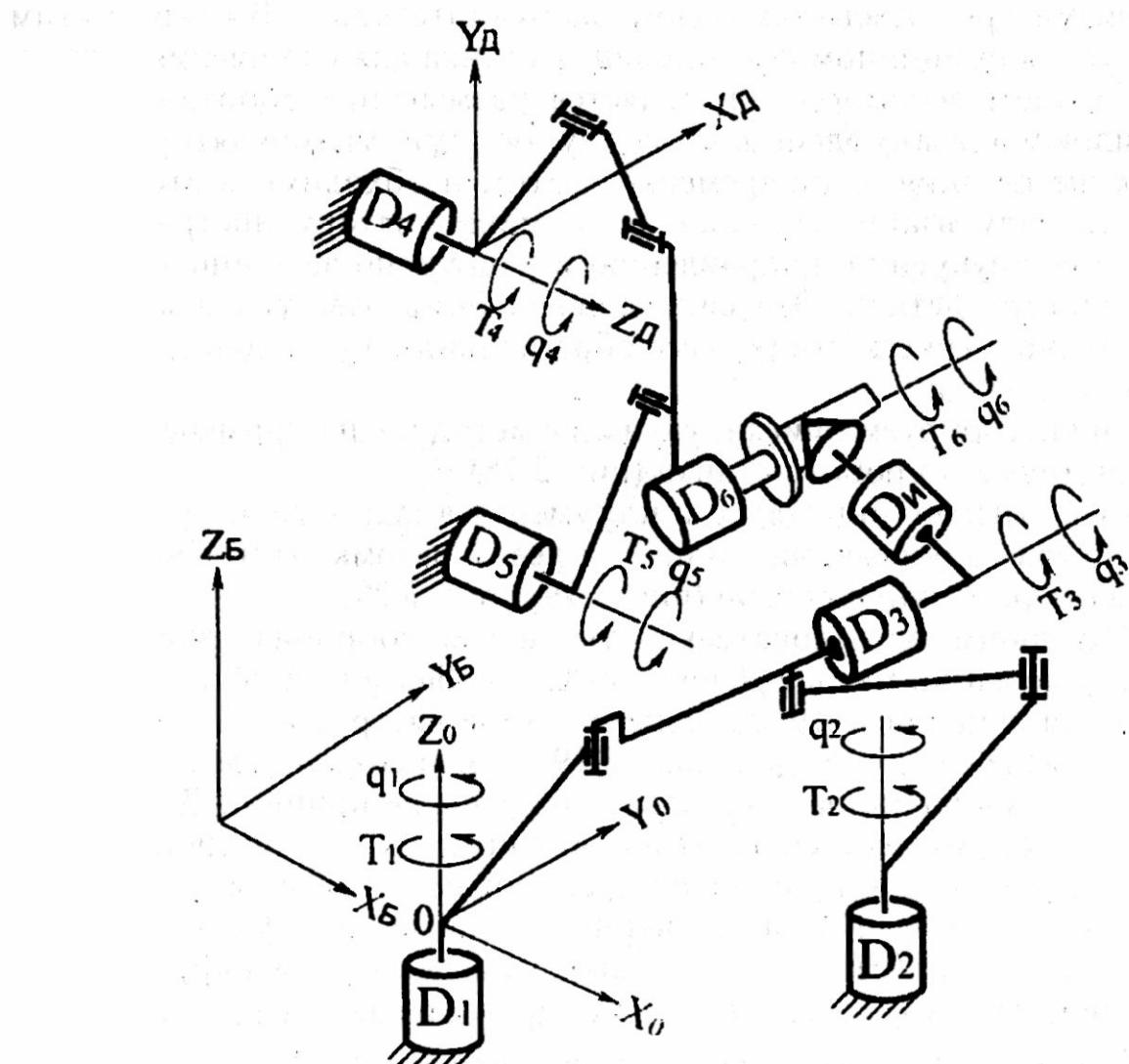


Рис. 3.17

D_1 , D_2 и D_3 и перемещается в горизонтальной плоскости X_0OY_0 связанной с ним системы отсчета. Кроме того, на выходном звене манипулятора установлен двигатель D_4 с приводимым им инструментом (полировальным кругом). Двигатель D_4 не участвует в перемещении какого-либо звена станка и поэтому в расчетах динамики рассматривается только в качестве дополнительной массы.

Манипулятор детали приводится в движение двигателями D_5 и D_6 и перемещается в вертикальной плоскости X_DOY_D связанной с ним системы отсчета.

Согласованное управление манипуляторами производится в базовой системе координат $OX_BY_BZ_B$.

В процессе механической обработки детали между двумя манипуляторами происходит силовое взаимодействие для обеспечения необходимой силы резания. Поэтому качественный расчет динамики робота-станка и управление им не возможны без учета этой силы. Однако решение обратной задачи динамики для робота-станка как единого целого механизма представляется весьма затруднительным. В связи с этим воспользуемся принципом декомпозиции станка для упрощения задачи. Первым этапом декомпозиции является размыкание робота-станка в точке силового взаимодействия между обоими манипуляторами, то есть в точке резания. Одновременно с этим необходимо в этой точке приложить силу взаимодействия N к манипулятору инструмента и противоположную ей по направлению и равную по величине силу $-N$ к манипулятору детали. Эта сила должна быть известна и выдерживаться в технологическом процессе обработки детали, в данном случае турбинной лопатки.

Проиллюстрируем описанную выше методику на примере манипулятора инструмента робота-станка (рис. 3.18):

1) Разомкнем манипулятор инструмента в шарнире 4, приложив в месте разрыва силу реакции связи F к левой разомкнутой цепи и силу $-F$ к правой разомкнутой цепи (рис. 3.19 и рис. 3.20);

2) Построим последовательность систем координат звеньев разомкнутых цепей по методу Денавита-Хартенберга (эта последовательность показана на рис. 3.19 для манипулятора инструмента);

3) Приведем силу N (см. рис. 3.19) к эквивалентным составляющим моментов в шарнирах, опираясь при этом на принцип Даламбера, согласно которому теоремы статики можно применять к движущимся твердым телам, если в дополнение к активным силам и силам реакций связей приложить к ним силы инерции; данные силы учитываются в уравнениях (3.54, 3.55). С этой целью сначала сделаем параллельный перенос силы N вдоль звена L_k в шарнир 3 (считаем звенья манипулятора абсолютно твердыми телами), добавив момент T_{N3} силы N вокруг оси Z_2 . Далее осуществим параллельный перенос силы N вдоль

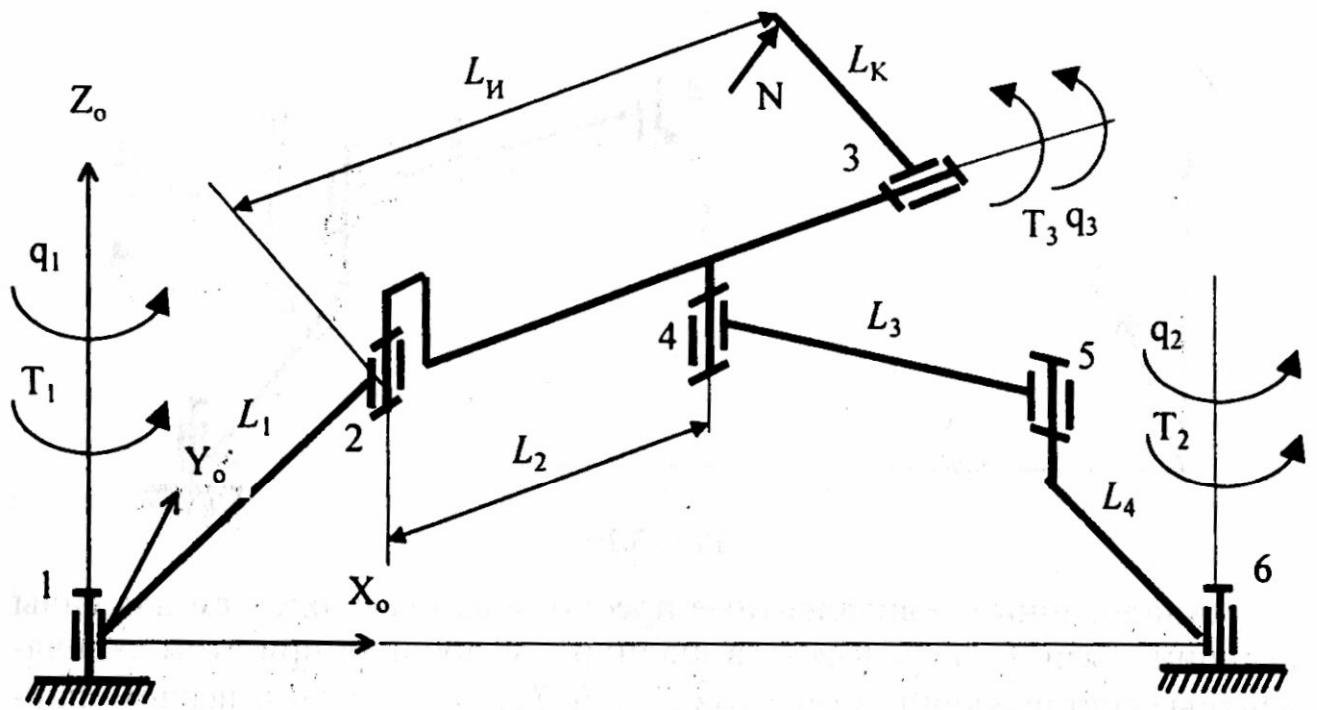


Рис. 3.18

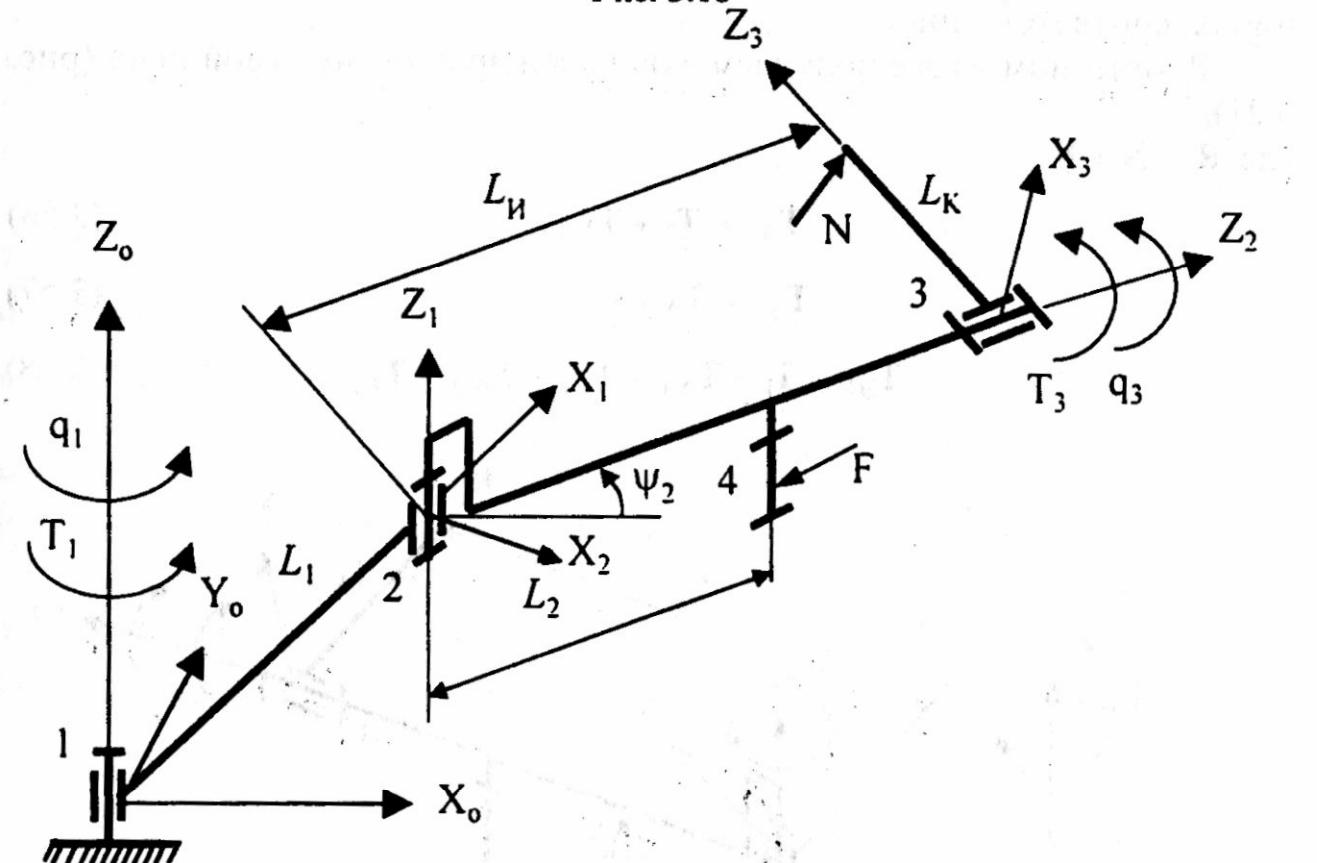


Рис. 3.19

звена L_4 в шарнир 2, добавив ее момент T_{N2} вокруг оси Z_1 (очевидно, что при вычислении момента T_{N2} полагаем, что сила N приложена уже к шарниру 3, а не к концевой точке манипулятора). Наконец, выполним параллельный перенос силы N вдоль звена L_1 в шарнир 1, добавив ее момент T_{N1} вокруг оси Z_0 .

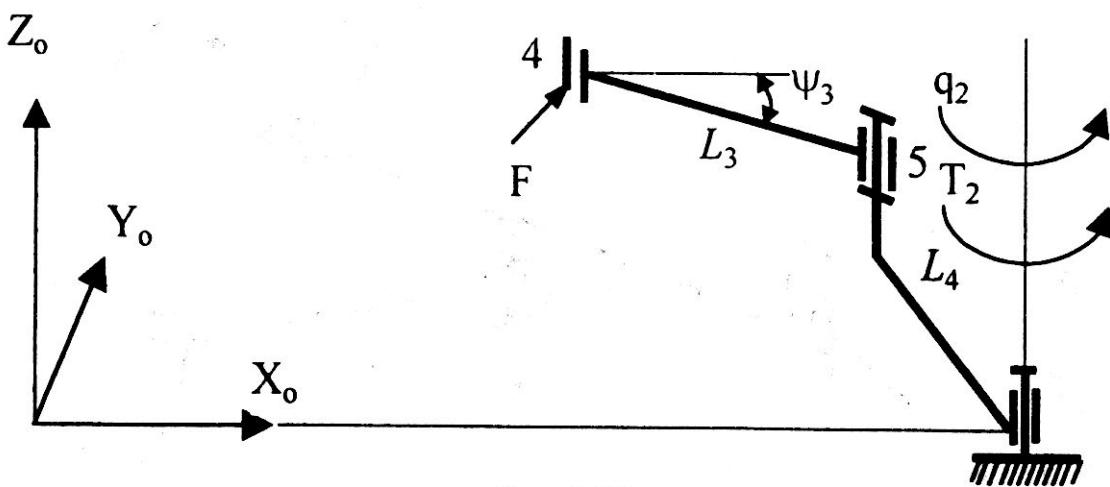


Рис. 3.20

Аналогичные эквивалентные преобразования проделаем для силы реакции связи F , перенеся ее в шарнир 1 и добавив при этом эквивалентные составляющие моментов T_{F2} и T_{F1} во втором и первом шарнирах, соответственно.

В конечном итоге получаем эквивалентную схему левой цепи (рис. 3.21),
где $R = N + F$,

$$T_{\Theta 3} = T_3 + T_{N3}, \quad (3.56)$$

$$T_{\Theta 2} = T_{N2} + T_{F2}, \quad (3.57)$$

$$T_{\Theta 1} = T_1 + T_{N1} + T_{F1} + T_{N2} + T_{F2}. \quad (3.58)$$

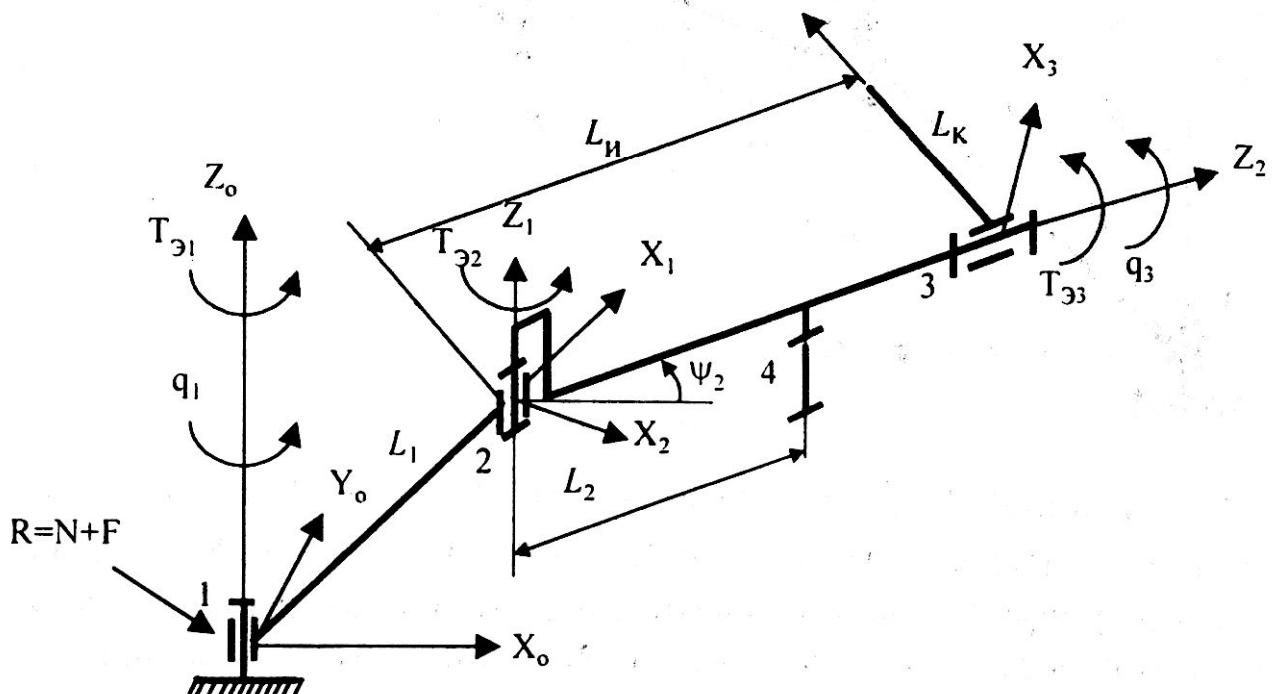


Рис. 3.21

Наличие составляющих T_{N2} и T_{F2} в (3.58) объясняется тем, что в расчетной схеме обобщенных моментов (3.55) данные моменты реализуются не внешними силами, а встроенным в шарнир 2 двигателем, который оказывает на первое звено реактивный момент той же величины, но с обратным знаком: $-(T_{N2} + T_{F2})$. Поскольку реально в шарнире 2 двигатель отсутствует, то этот реактивный момент следует вычесть из общего момента $T_{\mathcal{E}1}$.

Сила R , действующая в неподвижном основании манипулятора, не оказывает влияния на его динамику и может быть отброшена при расчёте эквивалентных суммарных моментов $T_{\mathcal{E}1}$, $T_{\mathcal{E}2}$ и $T_{\mathcal{E}3}$, действующих в шарнирах трехзвенника.

4) Рассчитаем по формуле (3.55) эквивалентные суммарные моменты $T_{\mathcal{E}1}$, $T_{\mathcal{E}2}$ и $T_{\mathcal{E}3}$, принимая их за обобщенные: $\tau_1 = T_{\mathcal{E}1}$, $\tau_2 = T_{\mathcal{E}2}$, $\tau_3 = T_{\mathcal{E}3}$.

При этом исходными данными являются геометрические и массовые характеристики звеньев, угол наклона плоскости манипулятора инструмента к горизонту (для учета гравитационных сил), а также рассчитанные на этапе решения обратной кинематической задачи обобщенные координаты, скорости и ускорения: $q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1$ и $q_3, \dot{q}_3, \ddot{q}_3$ робота-станка соответственно в шарнирах 1 и 3 и промежуточная координата и ее производные в шарнире 2: $\psi_2, \dot{\psi}_2, \ddot{\psi}_2$, которые являются известными функциями координат q_1 и q_2 (т.е. присоединенные координаты в формулах (2.2) являются известными функциями углов q_1 , ψ_2 и q_3).

Пункты 2)*, 3)* и 4)*: повторим действия в соответствии с пунктами 2, 3 и 4, но уже для правой разомкнутой цепи манипулятора инструмента (рис. 3.22). В этом случае внешней силой является только сила $-F$, которая приводится к основанию с добавлением моментов T_{F5} и T_{F6} вокруг шарниров 5 и 6, соответственно. Тогда эквивалентные суммарные моменты в этих шарнирах, рассчитанные по (3.55), равны:

$$T_{\mathcal{E}5} = T_{F5}, \quad (3.59)$$

$$T_{\mathcal{E}6} = T_2 + T_{F6} + T_{F5}, \quad (3.60)$$

где наличие составляющей $T_{\mathcal{E}5}$ в (3.60) объясняется теми же соображениями, что и для формулы (3.58), описанными выше.

5) Исключим из эквивалентных суммарных моментов в шарнирах левого трехзвенника известные моменты от силы N (их легко рассчитать, поскольку известна по определению сама сила N и плечи этой силы относительно шарниров) и запишем с учетом (3.56, 3.57, 3.58):

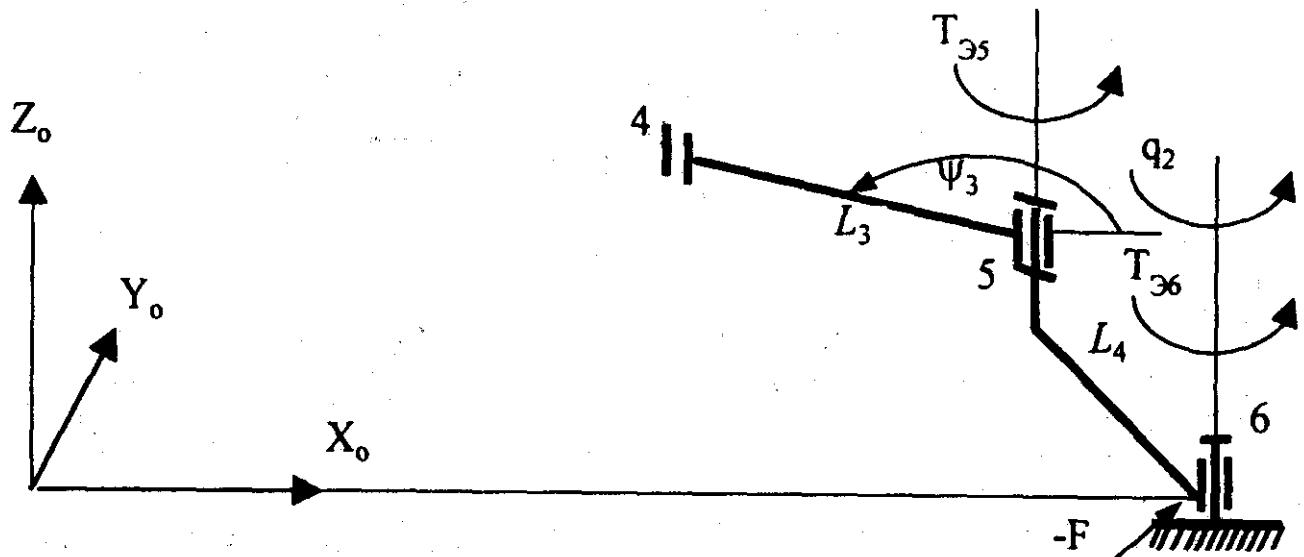


Рис. 3.22

$$T'_{\mathcal{E}3} = T_{\mathcal{E}3} - T_{N3} = T_3, \quad (3.61)$$

$$T'_{\mathcal{E}2} = T_{\mathcal{E}2} - T_{N2} = T_{F2}, \quad (3.62)$$

$$T'_{\mathcal{E}1} = T_{\mathcal{E}1} - T_{N1} - T_{N2} = T_1 - T_{F1} - T_{F2}. \quad (3.63)$$

6) На основании уравнений (3.59), (3.60) (см. рис. 3.19, 3.20) рассчитаем силу реакции связи F , решая систему из двух уравнений:

$$\begin{aligned} F_x L_2 \sin \psi_2 - F_y L_2 \cos \psi_2 &= T'_{\mathcal{E}2}, \\ -F_x L_3 \sin \psi_3 + F_y L_3 \cos \psi_3 &= T'_{\mathcal{E}5}, \end{aligned} \quad (3.64)$$

где F_x и F_y – искомые проекции силы F на оси X_0 и Y_0 системы координат манипулятора инструмента; ψ_2 и ψ_3 – известные функции обобщенных координат q_1 и q_2 . Решение найдем в соответствии с формулами (3.9):

$$F_x = \frac{T'_{\mathcal{E}5} L_2 \cos \psi_2 + T'_{\mathcal{E}2} L_3 \cos \psi_3}{L_2 L_3 \sin(\psi_2 - \psi_3)}, \quad (3.65)$$

$$F_y = \frac{T'_{\mathcal{E}5} + F_x L_3 \sin \psi_3}{L_3 \cos \psi_3}. \quad (3.66)$$

7) Зная проекции силы F , можно легко определить составляющую T_{F1} от ее действия в первом шарнире:

$$T_{F1} = F_x L_1 \sin q_1 - F_y L_1 \sin q_1,$$

и вычислить на основании (3.63) момент привода 1:

$$T_1 = T'_{\mathcal{E}1} - T_{F1} - T_{F2}. \quad (3.67)$$

Далее на основании (3.60) найдем момент привода T_2 в шарнире 6:

$$T_2 = T'_{\mathcal{E}6} - T_{F6} - T_{F5}, \quad (3.68)$$

где составляющая T_{F6} эквивалентного момента $T_{\mathcal{E}6}$ в шестом шарнире от действия силы $-F$ определяется выражением

$$T_{F6} = -F_x L_4 \sin q_2 + F_y L_4 \cos q_2.$$

Момент привода T_3 в шарнире 3 определяется непосредственно равенством (3.61), так как в нем не входит составляющая от силы F .

Аналогично вышеизложенному можно определить моменты приводов для манипулятора детали T_4, T_5, T_6 , имея в виду при этом, что на деталь действует внешняя сила со стороны инструмента, а также то обстоятельство, что манипулятор детали движется в вертикальной плоскости $-N$ поэтому при расчете моментов необходимо учитывать в формуле (3.55) силы тяжести звеньев.

Итак, применяя способ декомпозиции, можно решить обратную задачу динамики для механизма относительного манипулирования с замкнутыми кинематическими цепями, воспользовавшись стандартной методикой, разработанной для разомкнутых манипуляторов и основанной на методе Лагранжа-Эйлера.

В общем случае, для выбора приводов требуется знать не только развиваемые ими моменты, но и мощности, которые рассчитываются по формуле:

$$P_i = T_i q_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Кроме того, для гарантированного определения максимальных требуемых моментов и мощностей приводов необходимо произвести их расчет для всех точек, описывающих поверхность детали, и для различных маршрутов обработки.

Такая задача расчета параметров приводов была решена применительно к роботу-станку для полирования лопаток турбин, кинематика которого представлена на рис. 3.17. В качестве детали рассматривалась лопатка паровой турбины с сильно закрученным профилем. Поверхность лопатки включает две стороны - так называемые "корыто" и "спинку", каждая из которых задавалась сеткой из 25×7 точек. Рассматривались два маршрута обработки: вдоль оси и поперек оси лопатки. В процессе декомпозиции робот был разбит на четыре разомкнутых манипулятора, для каждого из которых методом Лагранжа-Эйлера рассчитывались обобщенные моменты в шарнирах с последующим расчетом реальных приводных моментов робота-станка. Задача решалась с учетом силового взаимодействия между полировальным кругом и лопatkой. Таким образом, для определения диапазонов

развиваемых моментов и мощностей приводов потребовалось решить, используя формулу (3.54), обратную динамическую задачу m число раз:

$$m = 25 \times 7 \times 2 \times 2 \times 4 = 2800 \text{ (раз)}.$$

Конечно, такой объем вычислений немыслимо проводить без применения ЭВМ. В связи с этим авторами разработаны универсальные программы, реализующие указанный объем вычислений за несколько секунд на IBM PC с микропроцессором Pentium-II.

Рассмотренный выше способ декомпозиции механизмов относительного манипулирования с замкнутой кинематической схемой позволяет применить для них при решении обратной задачи динамики стандартные формулы, полученные для разомкнутых манипуляторов и реализующие метод Лагранжа-Эйлера [39, 41]. Методика реализована в виде стандартных алгоритмов и программ, что обеспечивается, во-первых, стандартным описанием систем координат звеньев в представлении Денавита-Хартенберга [42], и, во-вторых, применением аппарата однородных матриц преобразования систем координат. Данная методика значительно сокращает затраты времени на исследование динамики механизмов рассматриваемого класса.

Глава 4

ПРИВОДЫ СТЕРЖНЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Под приводом технологической машины понимают устройство, осуществляющее преобразование входного задающего сигнала в круговое или линейное перемещение исполнительного органа.

Длительное время в технологических машинах широко использовались гидроприводы [24, 25], которые при хороших массогабаритных показателях обеспечивают высокую точность и быстродействие. Однако ряд существенных недостатков гидроприводов — необходимость использования гидростанции, сложность эксплуатации, возможность загрязнения окружающей среды — привели к тому, что в настоящее время гидроприводы повсеместно вытесняются электроприводами (ЭП). Использование ЭП обеспечивает следующие *основные преимущества* [33]:

- малые затраты на обслуживание при эксплуатации;
- высокий КПД;
- отсутствие фактора загрязнения окружающей среды;
- низкий уровень шума.

4.1. Общие положения

Современный электропривод технологических машин выполняется по схеме с подчиненным регулированием параметров [37], функциональная схема которой представлена на рис. 4.1.

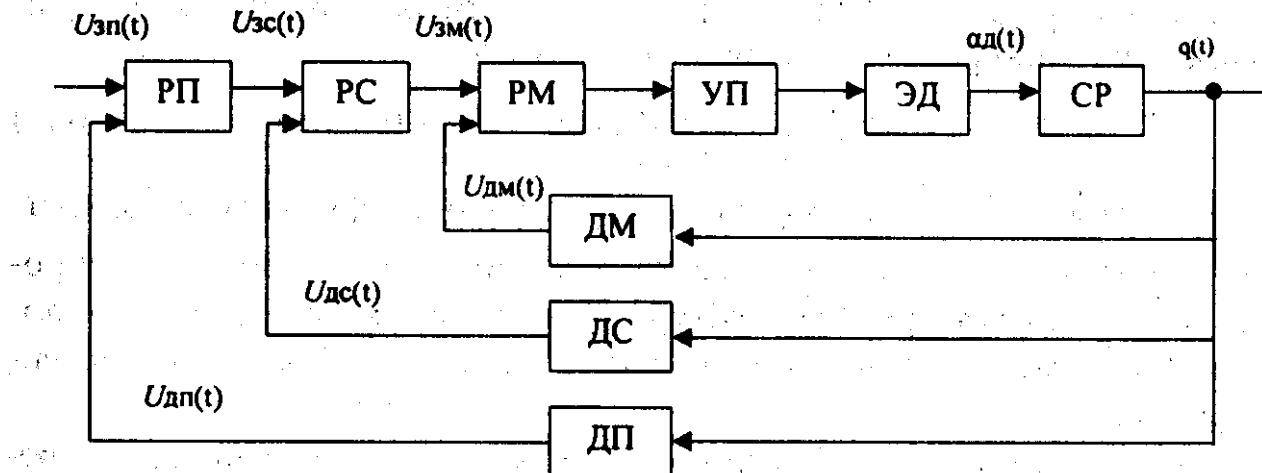


Рис. 4.1. Функциональная схема электропривода с подчиненным регулированием параметров:

- РП, РС, РМ — соответственно регуляторы положения, скорости и момента;
- ДП, ДС, ДМ — соответственно датчики положения, скорости и момента;
- УП — усилитель-преобразователь; ЭД — электродвигатель; СР — силовой редуктор; $U_{зп}(t)$, $U_{зс}(t)$, $U_{зм}(t)$ — соответственно сигналы задания положения, скорости и момента; $\alpha_d(t)$, $q_n(t)$ — угловые положения валов электродвигателя и силового редуктора (нагрузки); $U_{дп}(t)$, $U_{дс}(t)$, $U_{дм}(t)$ — соответственно сигналы с датчиков положения, скорости и момента

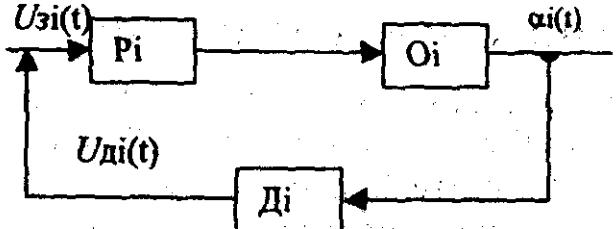


Рис. 4.2. Функциональная схема i -го контура электропривода:

$U_{zi}(t)$ — сигнал задания i -го параметра;
 $U_{di}(t)$ — сигнал с датчика i -го параметра;
 $\alpha_i(t)$ — i -й параметр; P_i — регулятор i -го параметра; O_i — объект регулирования i -го параметра; D_i — датчик i -го параметра.

Любого из контуров электропривода, построенного по схеме с подчиненным регулированием параметров, можно представить как на рис. 4.2.

В настоящее время на практике используют две основные настройки контуров [27]:

- на оптимум по модулю;
- на симметричный оптимум.

При настройке на оптимум по модулю стремятся получить передаточную функцию разомкнутого контура в виде:

$$W_{om}(p) = W_{pi}(p) W_{oi}(p) W_{di}(p) = 1/[2\tau p(1 + \tau p)], \quad (4.1)$$

где $W_{om}(p), W_{pi}(p), W_{oi}(p), W_{di}(p)$ — передаточные функции соответственно контура, регулятора, объекта и датчика; τ — нескомпенсированная постоянная времени контура (равна минимальной из всех постоянных времени элементов контура); $p = d/dt$ — оператор дифференцирования.

При настройке на симметричный оптимум стремятся получить передаточную функцию разомкнутого контура в виде:

$$W_{co}(p) = W_{pi}(p) W_{oi}(p) W_{di}(p) = (1 + 4\tau p)/[8\tau^2 p^2(1 + \tau p)]. \quad (4.2)$$

Такие настройки позволяют унифицировать передаточные функции контуров, т.е. статические и динамические характеристики, что существенно упрощает их проектирование и эксплуатацию.

В зависимости от вида главной обратной связи (по положению или по скорости) различают следящие электроприводы (СЭП) и регулируемые электроприводы (РЭП).

Особенностью схемы является ее построение в виде ряда подчиненных друг другу контуров регулирования основных параметров электропривода — момента, скорости и положения. Основными достоинствами такого построения электроприводов являются:

унификация схем построения;

унификация технических характеристик;

возможность независимой регулировки отдельных контуров электропривода.

Функциональную схему

любого из контуров электропривода, построенного по схеме с подчиненным регулированием параметров, можно представить как на рис. 4.2.

В настоящее время на практике используют две основные настройки контуров [27]:

- на оптимум по модулю;
- на симметричный оптимум.

При настройке на оптимум по модулю стремятся получить передаточную функцию разомкнутого контура в виде:

$$W_{om}(p) = W_{pi}(p) W_{oi}(p) W_{di}(p) = 1/[2\tau p(1 + \tau p)], \quad (4.1)$$

где $W_{om}(p), W_{pi}(p), W_{oi}(p), W_{di}(p)$ — передаточные функции соответственно контура, регулятора, объекта и датчика; τ — нескомпенсированная постоянная времени контура (равна минимальной из всех постоянных времени элементов контура); $p = d/dt$ — оператор дифференцирования.

При настройке на симметричный оптимум стремятся получить передаточную функцию разомкнутого контура в виде:

$$W_{co}(p) = W_{pi}(p) W_{oi}(p) W_{di}(p) = (1 + 4\tau p)/[8\tau^2 p^2(1 + \tau p)]. \quad (4.2)$$

Такие настройки позволяют унифицировать передаточные функции контуров, т.е. статические и динамические характеристики, что существенно упрощает их проектирование и эксплуатацию.

В зависимости от вида главной обратной связи (по положению или по скорости) различают следящие электроприводы (СЭП) и регулируемые электроприводы (РЭП).

ГОСТ 27803-88 [38] регламентирует основные технические характеристики электроприводов подачи станков и промышленных роботов: полоса пропускания СЭИ должна быть не менее 20 Гц;

статическая ошибка СЭП при моменте нагрузки на валу двигателя, равном номинальному, не должна превышать двух дискрет датчика положения;

полоса пропускания РЭП должна быть не менее 100 Гц;
диапазон регулирования скорости должен быть не менее 10000.

Конструктивно электроприводы выполняют в виде функционально и конструктивно законченных модулей:

электромеханического модуля (ЭММ), включающего в себя электродвигатель, датчики скорости и положения, иногда температурный датчик и силовой редуктор;

преобразователя, включающего в себя регуляторы и усилитель мощности с датчиками токов.

4.2. Перспективные двигатели

Характерной особенностью приводов стержневых технологических машин (СТМ) является отказ от редукторов с большим передаточным отношением, что приводит к необходимости отказа от высокооборотных и среднеоборотных и использованию низкооборотных двигателей (до 1000 мин⁻¹).

До недавнего времени в технологических машинах применялись в основном электродвигатели постоянного тока (ДПТ) с возбуждением от постоянных магнитов. Такие двигатели обладают высокими техническими характеристиками при сравнительно простых преобразователях, но требуют проведения периодических профилактических работ в процессе эксплуатации [31].

Для анализа характеристик ДПТ применяют его различные математические модели, из которых наиболее наглядной и удобной для исследований является структурная схема, представленная на рис. 4.3, где

$$K_M = T_{dn} / I_{yan}, \quad (4.3)$$
$$K_\omega = (U_{yan} - I_{yan} R_y) / \Omega_{dn}.$$

Здесь индекс «н» относится к номинальным значениям соответствующих параметров, которые как и остальные параметры структурной схемы являются паспортными данными.

В последнее время в технологических машинах все чаще стали применяться асинхронные (АД) и вентильные (ВД) электродвигатели, имеющие лучшие по сравнению с ДПТ массогабаритные показатели, что особенно важно для СТМ.

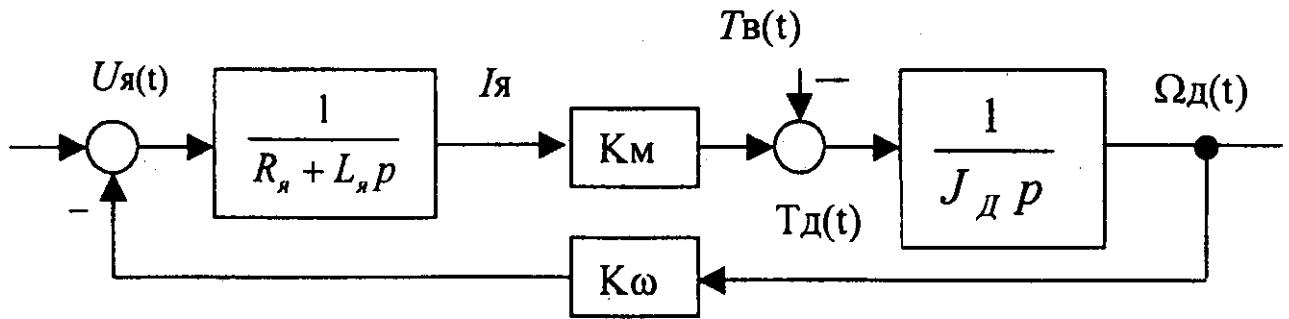


Рис. 4.3. Структурная схема ДПТ:

$U_{я}(t), I_{я}(t)$ — соответственно напряжение и ток в якорной цепи;
 $T_d(t), \Omega_d(t)$ — соответственно момент и угловая скорость; $T_B(t)$ — возмущающий момент; $R_{я}, L_{я}$ — соответственно активное сопротивление и индуктивность якорной цепи; J_d — момент инерции двигателя, K_M, K_ω — соответственно коэффициенты передачи по моменту и противоЭДС

В России особенную популярность приобретает трехфазный АД с короткозамкнутым ротором ввиду его дешевизны, освоенности серийного выпуска, высокой надежности, удобства при эксплуатации [26].

В настоящее время стали широко применяться в технологических устройствах, особенно в зарубежных образцах, вентильные двигатели, имеющие наилучшие массогабаритные показатели по сравнению с другими двигателями. Так как ВД по своему принципу работы и характеристикам аналогичен ДПТ, в котором механический коллектор заменен электронным, то при динамических расчетах можно использовать модель электродвигателя, представленную на рис. 4.3 [34].

Основные технические характеристики современных электродвигателей представлены в табл. 4.1.

4.1. Основные технические характеристики современных электродвигателей

Обозначение	Номинальная мощность, кВт	Номинальный момент, Н·м	Номинальная частота вращения, мин ⁻¹	КПД, %	Наработка на отказ, ч	Масса, кг	Тип	Изготовитель
ПБСТ-23	0,55	5,26	1000	70	8000	75	ДПТ	Россия
ВЭМ-110	0,55	5,2	1000	80	10000	21	ДПТ	Россия
SHAT-90S	0,5	10	500	—	—	—	ДПТ	Чехия
A1110	0,72	7,3	1000	—	—	19	ДПТ	Англия

4A71A4УЗ	0,55	3,67	1500	—	10000	15	АД	Россия
ДВУ165М	1,0	10	1000	—	8000	—	ВД	Россия
DS56S	0,64	3,2	2000	—	—	6,6	ВД	Австрия
РКР11	0,52	2,6	2000	85	—	6,7	ВД	Германия

4.3 Преобразователи движения в стержневых технологических машинах

Преобразователи движения служат для преобразования движения (вращения) от электродвигателей к исполнительным механизмам.

Одним из важнейших механизмов таких преобразователей движения являются силовые редукторы, которые в зависимости от исполнения обладают различными характеристиками [29].

Зубчатые цилиндрические редукторы имеют хорошие показатели по КПД, жесткости, долговечности и технологичности. Высокий КПД передачи позволяет без больших потерь применять специальные меры по устранению зазоров, которые в зубчатых редукторах могут достигать значительных величин и таким образом влиять на точность и устойчивость работы. Наиболее слабыми сторонами зубчатых цилиндрических редукторов по сравнению с другими являются их высокая инерционность из-за больших диаметров колес, сложность конструкции и связанные с этим габаритные размеры передачи. При этом наиболее компактные конструкции получаются при применении планетарных передач.

К коническим передачам относится все вышеизложенное, однако к их недостаткам надо добавить сложность регулировки при сборке, а также повышенный уровень шума при работе.

Червячные редукторы отличаются большой жесткостью, малой инерционностью, благодаря малому диаметру червяка и большому передаточному числу, малым уровнем шума, относительной простотой конструкции, возможностью самоторможения. К основным недостаткам червячных редукторов следует отнести низкий КПД и связанную с этим сложность устранения зазоров в силовых передачах.

Большое распространение получили *волновые редукторы*, обладающие рядом достоинств — простотой конструкции, возможностью получения больших передаточных чисел на одну ступень, малыми габаритными размерами, отсутствием зазоров, высоким КПД. К недостаткам волновых редукторов относят их пониженную жесткость, а также сложность изготовления.

В последнее время стали применять *планетарные редукторы с циклоидальным зацеплением*, близкие по своим характеристикам к волновым, но обладающими большей жесткостью, однако такие редукторы очень дороги.

Для преобразования вращательного движения в поступательное применяют:

сочетания цилиндрических, конических, червячных редукторов с реечной передачей;

винтовые передачи — скольжения, шариковинтовые, роликовинтовые передачи качения планетарного типа.

Винтовые передачи скольжения по своим характеристикам соответствуют червячным передачам — низкий КПД, трудность выбора люфта.

Шариковинтовые и роликовинтовые передачи имеют высокий КПД, могут быть беззазорными, но они не обладают самоторможением и имеют невысокую жесткость.

Характерной особенностью передающих устройств СТМ является их упругость и многомассовость. Математическую модель таких устройств можно представить в виде структурной схемы в виде структурной схемы (см. рис. 4.4) [10, 22].

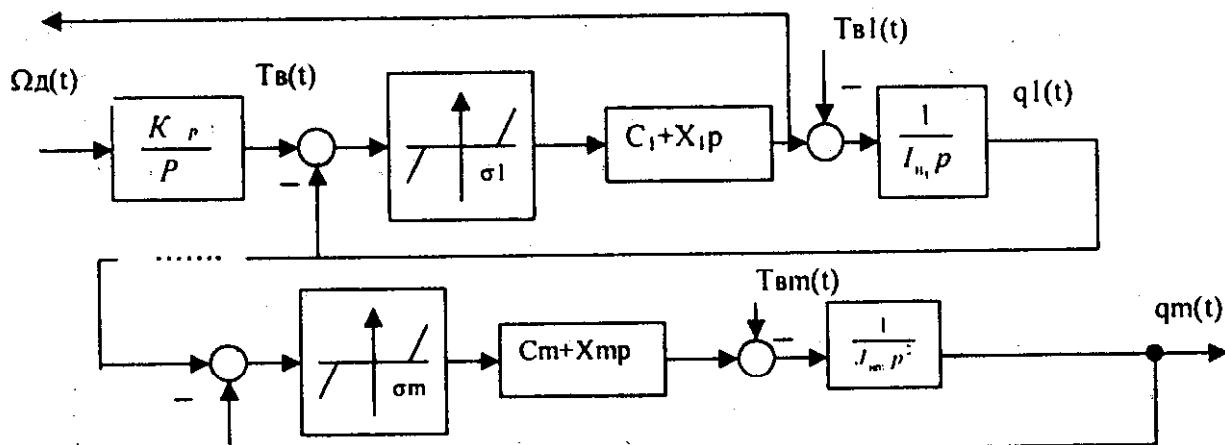


Рис. 4.4. Структурная схема m -массового передающего устройства:

C_j — коэффициент упругости передачи; χ_j — коэффициент потерь на деформацию; σ_j — величина зазора передачи; K_p — передаточное число редуктора; j — номер передачи; m — общее количество ступеней редуктора; T_{Bj} — внешний возмущающий момент

Технические характеристики некоторых серийно выпускаемых редукторов приведены в табл. 4.2.

4.2. Технические характеристики редукторов серийно выпускаемых фирмой «Stober» (Германия)

Тип редуктора	Диапазон мощностей, кВт	Диапазон вы- ходных частот вращения, мин ⁻¹	Диапазон выходных моментов, Н·м	КПД, %
Червячный	0,12-37	0,6-675	15-4000	90
Зубчатый	0,18-37	0,2-950	50-6000	90

4.4. Выбор электродвигателя и передаточного отношения преобразователя движения

От правильного выбора электродвигателя зависит надежность работы и энергетические показатели технологической машины. Для обоснованного выбора электродвигателя необходимо знать характер изменения нагрузки во времени, т.е. зависимость от времени мощности и момента [16], что на самом деле бывает нечасто.

Различают следующие основные режимы работы ЭД [30]:

режим продолжительной нагрузки (S_1) — работа при постоянной нагрузке, достаточно длительная для достижения теплового равновесия;

режим кратковременной нагрузки (S_2) — работа при постоянной нагрузке в течение времени, меньшем чем требуется для достижения теплового равновесия с последующим отключением, достаточным для достижения двигателем температуры окружающей среды;

режим повторно-кратковременной нагрузки (S_3) — работа с последовательностью рабочих циклов, аналогичных режиму S_2 ;

режим повторно-кратковременной нагрузки, включая пуск (S_4) — работа с последовательностью рабочих циклов, аналогичных режиму S_3 но при этом добавлены пусковые периоды; режим повторно-кратковременной нагрузки, включая торможение (S_5) — работа с последовательностью рабочих циклов, аналогичных режиму S_4 но при этом добавлены тормозные периоды;

режим продолжительной работы при переменной нагрузке (S_6) — работа с последовательностью рабочих циклов, состоящих из периодов работы при постоянной нагрузке и на холостом ходу без достижения теплового равновесия;

режим продолжительной нагрузки, включая электрическое торможение (S_7) — работа с последовательностью рабочих циклов, состоя-

щих из периодов пуска, работы при постоянной нагрузке и электрического торможения без достижения теплового равновесия;

режим работы при периодическом изменении частоты вращения и нагрузки (S_8) — работа с последовательностью рабочих циклов, состоящих из периодов ускорения, работы при постоянной нагрузке на разных частотах вращения без достижения теплового равновесия.

При расчетах практически невозможно рассчитать диаграммы изменения моментов, скоростей и ускорений механизма, поэтому мощность электродвигателя и передаточное число передающего механизма определяют приближенными методами.

Выбор ЭД обычно проводится в следующем порядке [30].

1. Определяется расчетный момент на валу нагрузки по формуле

$$T_{\text{нр}} = K_3 T_{\text{эмн}}, \quad (4.4)$$

где $T_{\text{нр}}$ — расчетный момент на валу нагрузки; $K_3 = (1,1 \div 1,3)$ — коэффициент запаса, учитывающий динамические режимы; $T_{\text{эмн}}$ — эквивалентный момент нагрузки, если момент меняется на расчетном интервале t_u , т.е. принимает значение T_{hi} на интервалах t_i , то $T_{\text{эмн}}$ можно рассчитать по формуле

$$T_{\text{эмн}} = \sqrt{\sum_i T_{hi}^2 \left(\frac{t_i}{t_u}\right)}. \quad (4.5)$$

2. Определяется расчетная мощность на валу нагрузки по формуле:

$$P_{\text{нр}} = T_{\text{нр}} \Omega_n (1/\eta), \quad (4.6)$$

где η — коэффициент полезного действия преобразователя движения (предварительно его можно выбрать равным 0,8).

3. Выбирается по каталогу тип электродвигателя по условию равенства мощностей, определяются номинальные значения следующих параметров — $P_{\text{дн}}$ (номинальная мощность), $T_{\text{дн}}$ (номинальный момент), $\Omega_{\text{дн}}$ (номинальная частота вращения), $J_{\text{дн}}$ (номинальный момент инерции).

4. Определяется расчетное передаточное число преобразователя движения по формуле

$$K_p = \Omega_{\text{дн}} / \Omega_n. \quad (4.7)$$

5. Выбирается по каталогу тип редуктора, при этом определяются его K_p (передаточное число) и J_p (момент инерции).

6. Проверяется выполнение условия по формуле

$$T_{\text{дн}} \geq \sqrt{\left(\frac{T_{\text{эмн}}}{K_p \eta}\right)^2 + \varepsilon_h^2 K_p^2 \left(J_d + J_p + \frac{J_h}{K_p^2 \eta^2}\right)^2}, \quad (4.8)$$

где ε_h , J_h — соответственно ускорение и момент инерции на валу нагрузки.

Если это условие выполняется, то электродвигатель выбран правильно, если нет — то пункты 3, 4, 5, 6 необходимо повторить, выбрав двигатель большей мощности.

4.5. Расчет усилителей-преобразователей электропривода

В современных электроприводах применяют, как правило, транзисторные усилители-преобразователи. Такие усилители-преобразователи строятся по мостовым схемам — однофазной или трехфазной, представленной на рис. 4.5.

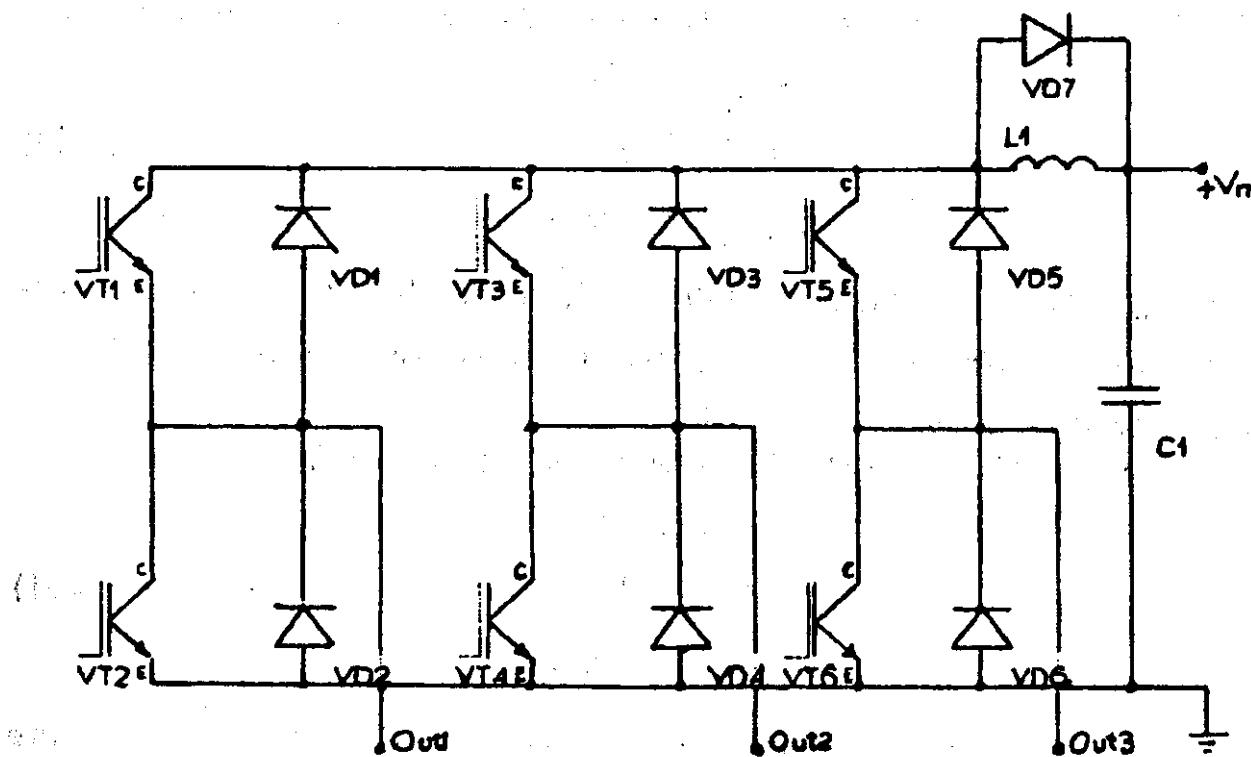


Рис. 4.5. Принципиальная электрическая схема усилителя мощности:
 VT1, ..., VT6 — силовые транзисторы; VD1, ..., VD7 — обратные диоды;
 L1 — дроссель; C1 — конденсатор; Out1...Out3 — выходные клеммы УМ;
 U_n — питающее постоянное напряжение

Схема УП работает следующим образом. С помощью силовых транзисторов VT1...VT6 выходы УП оказываются подключенными к питающему напряжению U_n , что позволяет формировать на нагрузке сигналы любой формы, зависящие от времени и частоты включения транзисторов. Обратные диоды VT1...VT6 защищают схему от перенапряжений. Индуктивность L1 служит для ограничения скорости нарастания тока. Конденсатор C1 служит для сброса энергии, выделяющейся при торможении ЭД. Диод VD7 препятствует ограничению скорости протекания токов при торможении.

В таких транзисторных УП используется принцип широтно-импульсной модуляции [6, 23], что позволяет формировать на выходе напряжения любой формы.

Выбор элементов УП следует проводить следующим образом [18].

1. Определяется частота коммутации f_k по формуле

$$f_k \geq 3 R_\phi / L_\phi, \quad (4.9)$$

где R_ϕ , L_ϕ — соответственно активное сопротивление и индуктивность фазной обмотки ЭД.

2. Определяются параметры силовых транзисторов по формулам:

$$\begin{aligned} U_{k\max} &\geq 2 U_n, \\ I_{k\max} &\geq 4 I_{dn}, \\ T_{выкл} &\leq 0,002/f_k, \end{aligned} \quad (4.10)$$

где $U_{k\max}$, $I_{k\max}$ — максимальные напряжение и сила тока на переходе коллектор-эмиттер; $T_{выкл}$ — время выключения транзистора; I_{dn} — номинальная сила тока в фазе ЭД.

3. Определяются параметры обратных диодов по формулам:

$$\begin{aligned} U_{d\text{обр}} &\geq 2 U_n \\ I_{d\text{пр}} &\geq 4 I_{dn}, \\ T_{рас} &\leq 0,005/f_k, \end{aligned} \quad (4.11)$$

где $U_{d\text{обр}}$ — обратное допустимое напряжение на диоде; $I_{d\text{пр}}$ — сила прямого тока через диод; $T_{рас}$ — время рассасывания зарядов в диоде.

4. Определяются параметры дросселя по формулам:

$$\begin{aligned} L_d &\geq U_n T_{выкл} / (I_{k\max} - I_3), \\ I_d &\geq 4 I_{dn}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

где L_d — индуктивность дросселя; I_d — допустимая сила тока через

дроссель; I_3 — сила тока срабатывания защиты, обычно выбирают из условия:

$$I_3 = (0,7 \div 0,8) I_{\text{к. max}}. \quad (4.13)$$

5. Определяются параметры конденсатора по формулам:

$$\begin{aligned} U_c &\geq U_n + \Delta U_n, \\ C &\geq 0,01 \times \Omega_n \times \sqrt{J_d} / \Delta U_n, \end{aligned} \quad (4.14)$$

где U_c — допустимое напряжение на конденсаторе; ΔU_n — допустимое приращение напряжения питания; C — емкость конденсатора.

Эти формулы являются эмпирическими, проверенными практикой.

Математическая модель усилителя-преобразователя, представленная в виде структурной схемы, изображена на рис. 4.6.

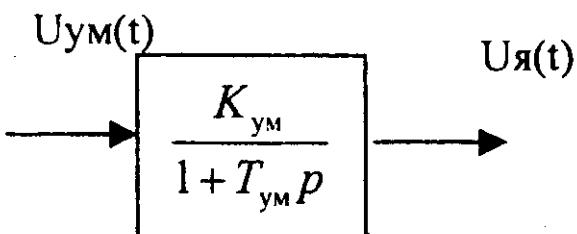


Рис. 4.6. Структурная схема УМ:
 $K_{\text{ум}}$, $T_{\text{ум}}$ — соответственно коэффициент
 усиления и постоянная времени
 усилителя-преобразователя

4.6. Датчики параметров электроприводов

В электроприводах в качестве датчиков параметров используются в основном датчики положения, скорости и момента.

В качестве датчиков положения чаще всего используют фотоимпульсные, кодовые фотодатчики, вращающиеся трансформаторы [20]. У вращающихся трансформаторов напряжение на выходе пропорционально тригонометрическим функциям угла поворота или самому углу. Разрешающая способность таких датчиков достигает 0,02 %.

Фотоимпульсные датчики фиксируют приращения угла поворота — для получения абсолютного значения угла необходим реверсивный счетчик импульсов. Разрешающая способность таких датчиков достигает 50".

Кодовые фотодатчики фиксируют абсолютную величину угла поворота, их разрешающая способность достигает 20".

Математическую модель обобщенного датчика положения без учета эффекта квантования по уровню, можно представить в виде структурной схемы, представленной на рис. 4.7.

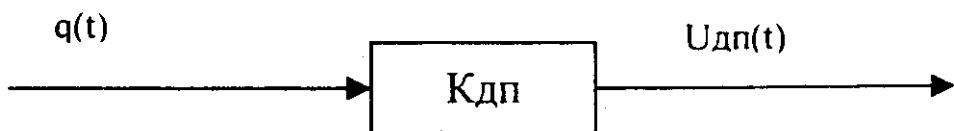


Рис. 4.7. Структурная схема датчика положения:
 $K_{\text{дп}}$ — коэффициент передачи датчика положения

В качестве датчиков скорости в электроприводах применяют, как правило, тахогенераторы постоянного тока или фотоимпульсные датчики [32]. Тахогенераторы постоянного тока представляют собой электрическую машину, напряжение на выходе которой прямо пропорционально частоте вращения вала ротора. Разрешающая способность тахогенераторов может достигать 0,003 %.

При использовании фотоимпульсных датчиков в качестве датчиков скорости либо ведут подсчет числа импульсов за единицу времени, либо определяют длительность времени между импульсами [28].

Математическая модель обобщенного датчика скорости может быть представлена в виде структурной схемы как на рис. 4.8.

В качестве датчиков момента (тока) в электроприводах применяют токовые шунты с устройствами модуляции-демодуляции, а также устройства на основе датчиков Холла [21]. Такие датчики имеют аналоговый выход, но в необходимых случаях их дополняют низкочастотными фильтрами с аналого-цифровыми преобразователями. Математическая модель обобщенного датчика тока может быть представлена в виде структурной схемы (см. рис. 4.9).

Основные характеристики некоторых датчиков параметров представлены в табл. 4.3.

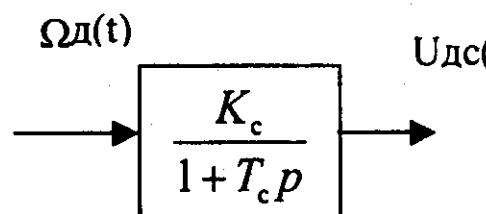


Рис. 4.8. Структурная схема датчика скорости:

K_c, T_c — соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика скорости

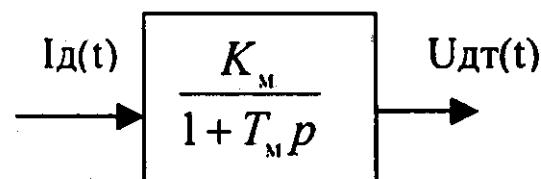


Рис. 4.9. Структурная схема датчика момента:

K_m, T_m — соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика момента

4.3. Основные характеристики датчиков

Обозначение	Назначение	Коэффициент передачи	Страна-изготовитель
ФЭП-15	ДП	2048 дискрет/оборот	Россия
ПИКП2-	ДП, ДС	5000 импульсов/оборот	Россия
ТП-80-20-02	ДС	0,02 (В·с/оборот)	Россия
ROD 700	ДП, ДС	9000 импульсов/оборот	Германия
ФРП-7	ДП, ДС	2500 импульсов/оборот	Венгрия
0,05 Ом+(РГ-7АИ)	ДТ	1 В/А	Россия

4.7. Регуляторы параметров электроприводов

Регуляторы параметров обеспечивают требуемые показатели качества электроприводов (быстродействие, точность) и рассчитываются из условий настройки контуров регулирования параметров на соответствующий оптимум. Результаты расчета обычно представляются в виде передаточных функций, которые для большинства применяемых объектов имеют вид:

$$\text{для П-регулятора: } W_p(p) = K_p, \quad (4.15)$$

$$\text{для ПИ-регулятора: } W_p(p) = K_p(1 + T_{p1}p)/p, \quad (4.16)$$

$$\text{для ПИД-регулятора: } W_p(p) = K_p(1 + T_{p1}p)(1 + T_{p2}p)/p \quad (4.17)$$

где K_p — коэффициент передачи, а T_{p1} , T_{p2} — постоянные времени регуляторов.

Регуляторы параметров могут быть выполнены в аналоговом (например на операционных усилителях) или цифровом (например на однокристальной микроЭВМ) виде.

При выполнении регуляторов в аналоговом виде, динамика их работы может быть полностью описана передаточными функциями типа (4.15, ... 4.17), а при исполнении регуляторов в цифровом виде, динамика их работы может быть описана соответствующими разностными уравнениями [11].

Преобразователь сигналов с выхода регулятора в сигналы управления силовыми ключами, включающий в себя широтно-импульсный модулятор, является практически безинерционным устройством, так как работает на высокой несущей частоте (≥ 10 кГц).

В случае выполнения регуляторов в цифровом виде для исключения влияния на работу электропривода эффектов квантования сигналов по уровню и по времени необходимо обеспечить выполнение следующих условий:

$$N \geq 4\alpha_{\max}/\delta_\Sigma, \quad (4.18)$$

$$f_{\text{ком}} \geq 5/T_{\min}, \quad (4.19)$$

где N — число дискрет датчика параметра; α_{\max} — максимальное значение параметра контура; δ_Σ — допустимая ошибка контура; T_{\min} — минимальная из постоянных времен контура; $f_{\text{ком}}$ — частота выдачи установок в контуре.

В этом случае структурную схему регулятора положения можно считать линейной.

4.8. Учет влияния упругих механических передач

Особенностью стержневых технологических машин является наличие в них упругих многомассовых передач, устранение влияния которых на качество работы всего устройства является чрезвычайно сложной задачей. В настоящее время разработаны следующие основные методы ее решения [7]:

1. Ограничение интенсивности разгона и торможения механизма с помощью специальных задатчиков интенсивности, представляющих собой нелинейные фильтры низких частот. Это достаточно эффективный метод при воздействии управляющих сигналов, но он неэффективен при воздействии возмущающих моментов.

2. Использование идентификаторов состояния упругой системы с целью дальнейшего активного гашения колебаний и прогибов упругого механизма [9]. Метод эффективен, но требует периодической корректировки моделей состояния, что связано с временным изменением параметров самого упругого механизма.

3. Использование дополнительных датчиков положения с целью получения дополнительной информации об упругом механизме и активного гашения колебаний и деформаций [17]. Метод эффективен, но требует применения дополнительного оборудования.

Анализируя все вышеназванные методы следует отметить, что с учетом особенностей стержневых технологических машин (необходимость высокодинамичной работы, сложность корректировки моделей в условиях серийного производства) наиболее эффективным методом является применение дополнительных датчиков положения. Проанализируем его возможности. Рассмотрим структурную схему электропривода с упругой одномассовой передачей. Структурная схема контура тока представлена на рис. 4.10.

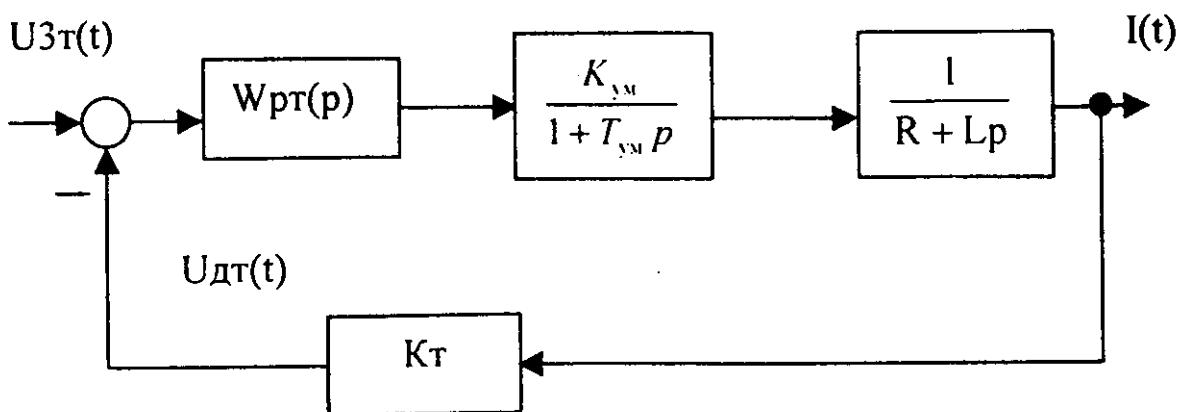


Рис. 4.10. Структурная схема контура тока

При настройке контура тока на технический оптимум в случае пренебрежения противоЭДС двигателя и постоянной времени датчика тока можно написать:

$$W_{pt}(p) K_{ym} K_T \left[(R + L p)(1 + T_{ym} p) \right] = 1 / [2\tau_T p(1 + \tau_T p)]. \quad (4.20)$$

Так как $T_{ym} \leq L/R$, то $\tau_T = T_{ym}$, тогда из уравнения (4.20) можно получить:

$$W_{pt}(p) = [R(1 + L p/R)] / [2K_{ym} K_T T_{ym} p] = K_{pt} (1 + T_{pt} p)/p. \quad (4.21)$$

Передаточную функцию замкнутого контура тока $\Phi_T(p)$ приближенно можно представить в следующем виде

$$\Phi_T(p) \approx 1/K_T (1 + 2T_{ym} p). \quad (4.22)$$

Структурная схема контура скорости представлена на рис. 4.11.

При настройке контура скорости на симметричный оптимум можно написать:

$$\begin{aligned} W_{pc}(p) K_M K_c / & \left[K_T J_d p (1 + T_c p) (1 + 2T_{ym} p) \right] = \\ & = (1 + 4\tau_c p) / \left[8(1 + \tau_c) \tau_c^2 p^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Так как обычно $T_c \geq 2T_{ym}$, то $\tau_c = 2T_{ym}$, тогда можно получить:

$$\begin{aligned} W_{pc}(p) = K_T J_d (1 + 8T_{ym} p) (1 + T_c p) / (8K_M K_c T_{ym} p) = \\ = K_{pc} (1 + T_{pc1} p) (1 + T_{pc2} p) / p. \end{aligned} \quad (4.24)$$

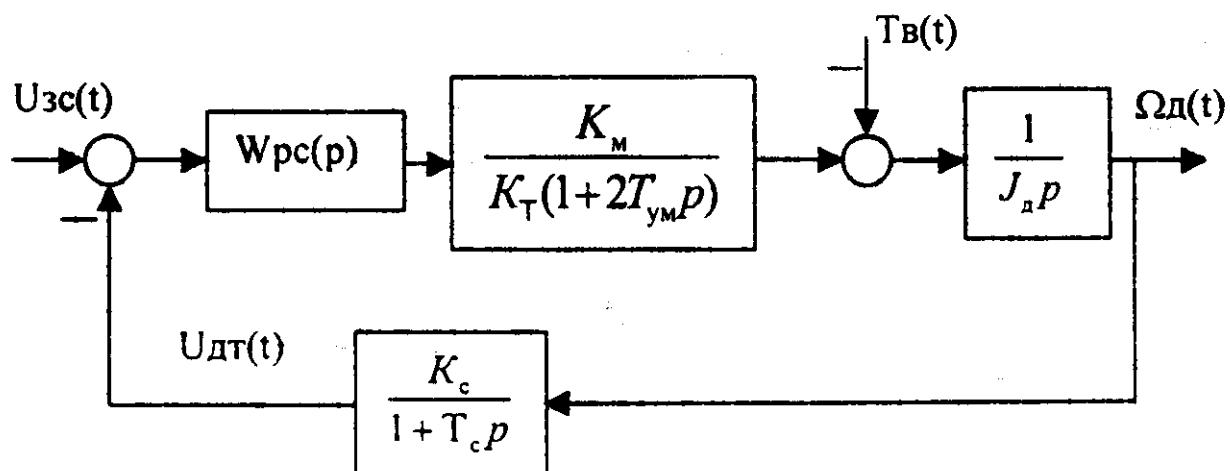


Рис. 4.11. Структурная схема контура скорости

Передаточную функцию замкнутого контура скорости $\Phi_c(p)$ приближенно можно представить в следующем виде:

$$\Phi_c(p) = 1/[K_c(1 + 4T_{ym} p)]. \quad (4.25)$$

Структурная схема контура положения представлена на рис. 4.12. При настройке контура положения электропривода на оптимум по модулю (технический оптимум) можно написать:

$$W_{pp}(p) K_{dp}/[K_c K_p p (1 + 4T_{ym} p)] = 1/[2\tau_{pp} p (1 + \tau_{pp} p)]. \quad (4.26)$$

Так как $\tau_{pp} = 4T_{ym}$, то из уравнения (4.26) можно получить:

$$W_{pp}(p) = K_c K_p / (8 K_{dp} T_{ym}) = K_{pp}. \quad (4.27)$$

В этом случае структурную схему (рис. 4.12) можно преобразовать к виду как на рис. 4.13, введя следующие обозначения:

$$A(p) = K_T(1 + 2T_{ym} p)(c + \chi p)/[K_p K_{pp} K_{pc} K_m (1 + T_{pc1} \times p)(c + \chi p + J_n p)], \quad (4.28)$$

$$B(p) = 1/[K_{dp}(1 + 8T_{ym} p) + J_n^2 p A(p)]. \quad (4.29)$$

Для схемы, изображенной на рис. 4.13, установившееся значение выходной переменной можно определить по формуле:

$$\alpha_{n, \text{уст}} = \alpha_n(t)|t \rightarrow \infty = p \quad \alpha_n(p)|p \rightarrow 0 = U_{3pp} (1/K_{dp}) + T_{bh} \cdot (1/c + K_T) / [K_{dp} K_{pp} K_{pc} K_m K_p]. \quad (4.30)$$

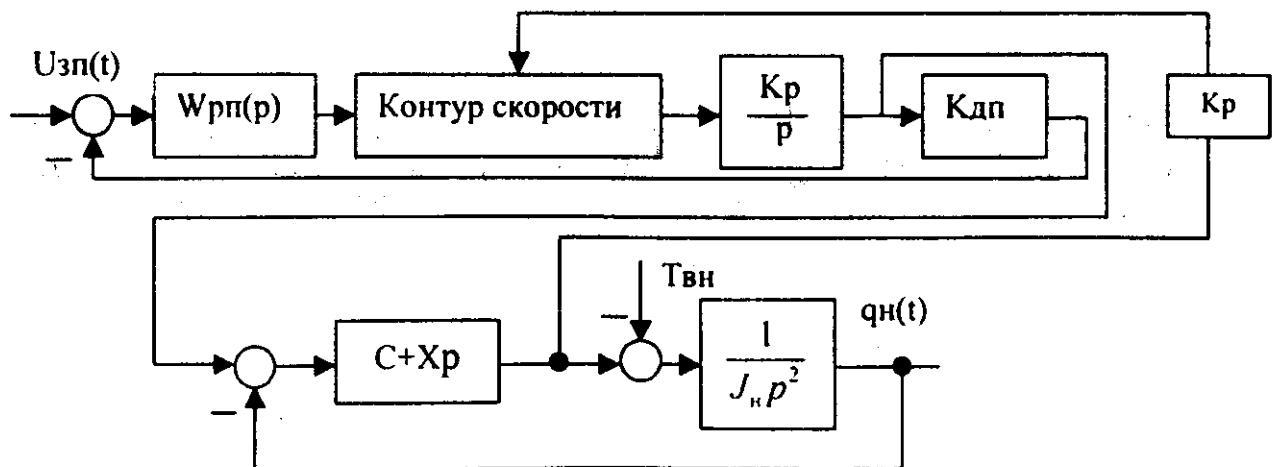


Рис. 4.12. Структурная схема контура положения электропривода

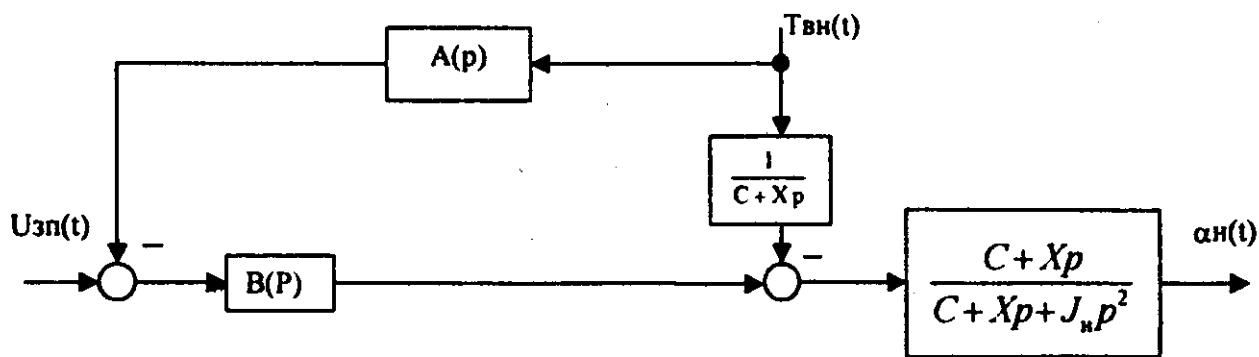


Рис. 4.13. Структурная схема контура положения электропривода

Из формулы (4.30) следует, что установившееся значение моментной составляющей выходной координаты в значительной мере зависит от жесткости передач.

Рассмотрим структурную схему электропривода с дополнительным датчиком положения, позволяющим скорректировать влияние упругой передачи, представленную на рис. 4.14.

Для такой схемы установившееся значение выходной переменной можно определить по формуле

$$\alpha_{н.уст} = U_{зп}(1/K_{дп}) - T_{вн}[1/c(1 + K_k) + K_t/[K_{дп}K_{рп}K_{pc}K_m(1 + K_k)] + K_t K_k/[K_{дп}K_{рп}K_m K_p(1 + K_k)]] \quad (4.31)$$

Из формулы (4.31) следует, что установившееся значение моментной составляющей выходной переменной при введении двух датчиков положения уменьшается в $(1 + K_k)$ раз, где K_k — коэффициент обратной связи по ошибке, вызванной упругой передачей.

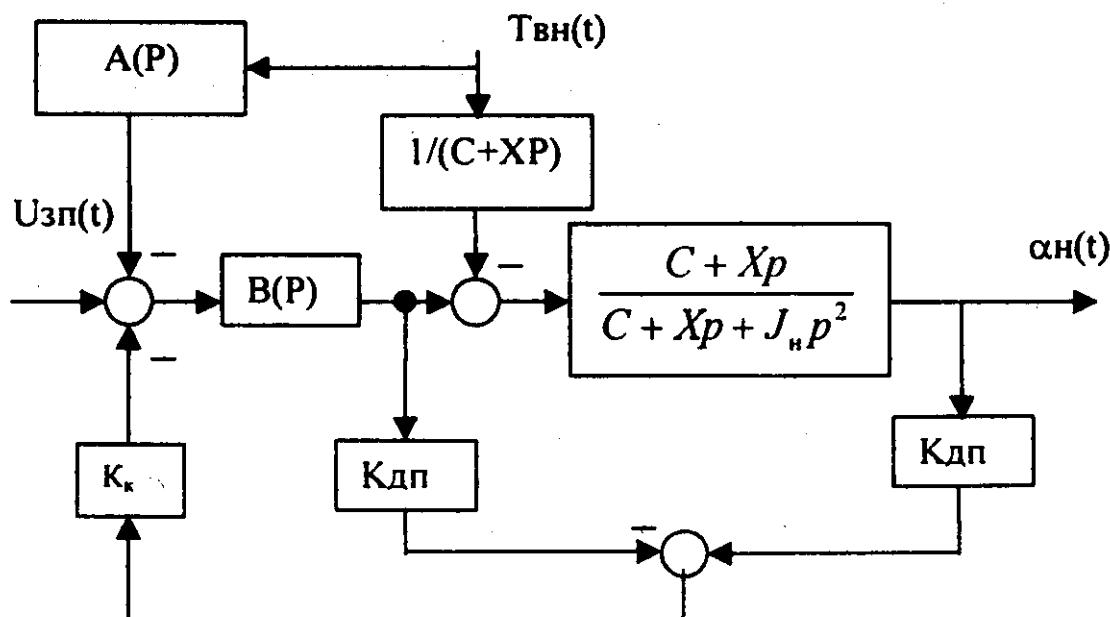


Рис. 4.14. Структурная схема контура положения электропривода с коррекцией

Глава 5

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МЕХАНООБРАБАТЫВАЮЩИМ ОБОРУДОВАНИЕМ С ЭЛЕМЕНТАМИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Основными требованиями к системам управления технологическими машинами, построенными на подвижных стержневых механизмах, являются, во-первых, обеспечение технологических режимов для выполняемой операции, точности и качества получения поверхности при ее обработке и, во-вторых, выполнение указанных требований при наличии упругих деформаций исполнительных механизмов. Это возможно только при наличии систем контроля технологических параметров, геометрических размеров обрабатываемой поверхности, положения исполнительных механизмов и упругих перемещений звеньев манипуляторов перемещения инструмента и изделия. Для работы указанных систем контроля они оснащаются датчиками контроля положения звеньев механизма, упругих перемещений, режимов обработки (датчики измерения силы резания, подачи, скорости резания, износа инструмента и др.), качества обрабатываемой поверхности и ее геометрических размеров.

5.1. Средства контроля геометрических параметров поверхностей сложной формы

В настоящее время изделия и поверхности сложной формы, к которым предъявляются высокие требования в отношении точности, контролируются с помощью универсальных или специальных измерительных средств, для которых характерно дискретное измерение положения точек или отдельных сечений контролируемых поверхностей. Обычно такие измерительные приборы представляют сложные механические устройства, которые, используя щуп, двигают его от точки к точке и фиксируют абсолютное отклонение головки щупа от некоторой базовой точки. Кроме щупа применяется набор стержней. Универсальные устройства контроля, построенные на этой основе, требуют создания специальных механических конструкций, хорошей защиты от вибраций. Как правило, данные устройства сложны в эксплуатации, особенно при измерении внутренних размеров или расстояний между отверстиями. При этом часто требуется создание специальных механических приспособлений. На рис. 5.1 приведена принципиальная схема наиболее универсального, высокоточного контактного измерительного устройства. В данном устройстве щуп 2 перемещается с помощью электромеханической системы 3 вдоль контролируемой поверхностью де-

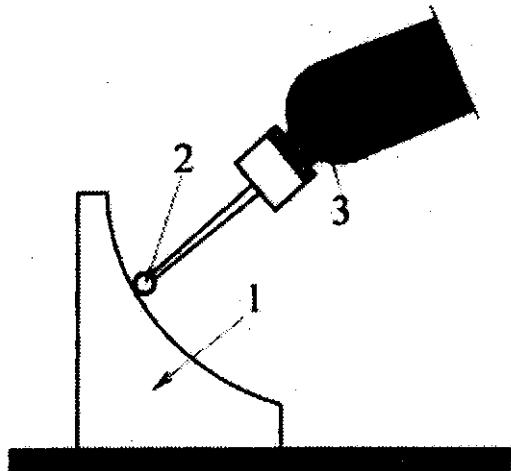


Рис. 5.1

тали 1. В щупе размещается сенсорное устройство, которое регистрирует относительные отклонения контролируемой поверхности при движении от точки к точке. Система перемещения щупа является следующей системой, выходные координаты которой определяют геометрические размеры измеряемой поверхности. В силу наличия механических узлов данные системы обладают малым быстродействием.

Оптические системы контроля в сравнении с электромеханическими

обладают более высоким быстродействием. Данные системы, как правило, реализуют два метода — *теневой и контроль отраженного света*. При теневом методе измеряются размеры тени от предмета. В методе, связанном с отраженным светом, измеряются его амплитудно-фазовые характеристики, по которым определяются параметры измеряемой поверхности.

Для контроля изделий с точностью соизмеримой с длиной волны света прибегают к использованию эффекта интерференции и дифракции света или к применению методов голограмии. Однако реализация данных методов требует сложных технических устройств.

Поэтому рассмотрим более простые и универсальные оптические приборы бесконтактного контроля. Они во многом лишены перечисленных недостатков, просты в своей реализации и обладают большой универсальностью и скоростью получения нужной информации. Роль оптических методов контроля резко возросла с появлением персональных компьютеров и малогабаритных компьютерных телекамер (TV). Они позволили полностью автоматизировать все необходимые расчеты, исключив при этом подготовительные операции. Применение компьютеров и TV позволило унифицировать приборы измерения так, что один и тот же прибор может измерять различные характеристики поверхности путем выбора соответствующего программного обеспечения.

Рассмотрим *метод оптического контроля*, который наиболее применим в технологическом оборудовании для высокоточного бесконтактного измерения геометрических размеров поверхностей деталей. При этом речь идет только о тех элементах поверхности детали, до которых доходит световая волна. В состав системы контроля (рис. 5.2) входит компьютерная телекамера (TV) высокой разрешающей способности, закрепляемая на одной из баз системы 1. Телекамера фиксирует изображение в виде массива чисел, элементы которого характеризуют

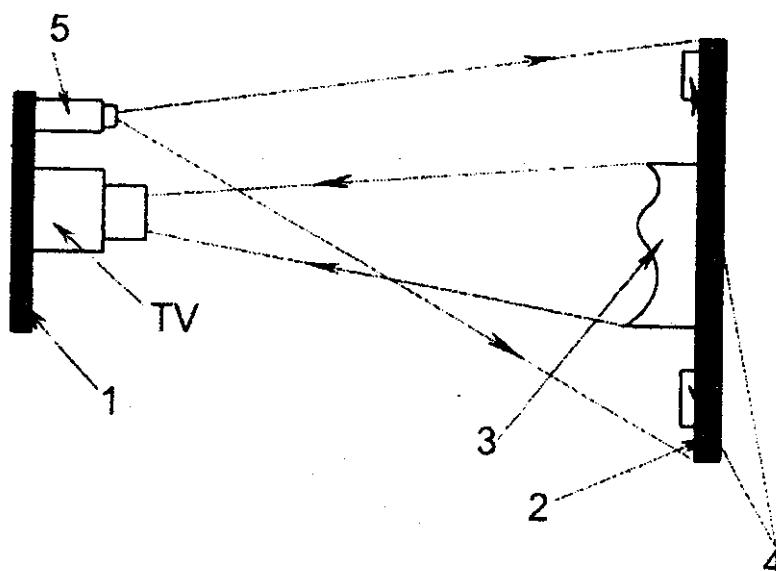


Рис. 5.2

нных фигур должны быть выполнены точнее чем точность, с которой производится измерение реального изделия.

Изображение эталонной фигуры фиксируется в условных единицах. Зная размеры эталонной фигуры в миллиметрах, определяется масштаб для базы крепления. Для объектов выпуклой формы необходимо учитывать свойство трехмерной аберрации объектива. (Аберрация — это искажение изображения за счет неточностей в оптической схеме объектива). Данная функция объектива получается экспериментально в процессе юстировки прибора. Для этого используются эталонные фигуры с известной геометрической формы. Изображение в телекамере фиксируется за 0,01...0,001 с.

Кроме телекамеры система контроля включает в себя источник освещения 5, который крепится на жесткой базе таким образом, чтобы свет от него попадал на эталонный объект и контролируемое изделие, которое может крепиться в захватном устройстве. В этом случае эталонные фигуры 4 размещаются на захватном устройстве.

Для контроля шероховатости поверхности применяется только способ контроля в отраженном свете.

5.2. Физические и математические основы оптических систем контроля

Рассмотрим случай контроля геометрических размеров на плоскости, располагаемой перпендикулярно к оптической оси телекамеры (рис. 5.3). Изображение, зафиксированное телекамерой записывается в память компьютера как двумерный массив координат анализируемой точки поверхности в пикселях.*

интенсивность светового потока, попадающего на каждый элемент фотоматрицы. Телекамера соединена с компьютером, в котором осуществляется обработка результатов измеряемого изображения. На базе крепления изделия 2 располагается контролируемое изделие 3 и эталонные (калибровочные) фигуры 4. Размеры эталонных

* Пиксель — это дискретная единица изображения экрана.

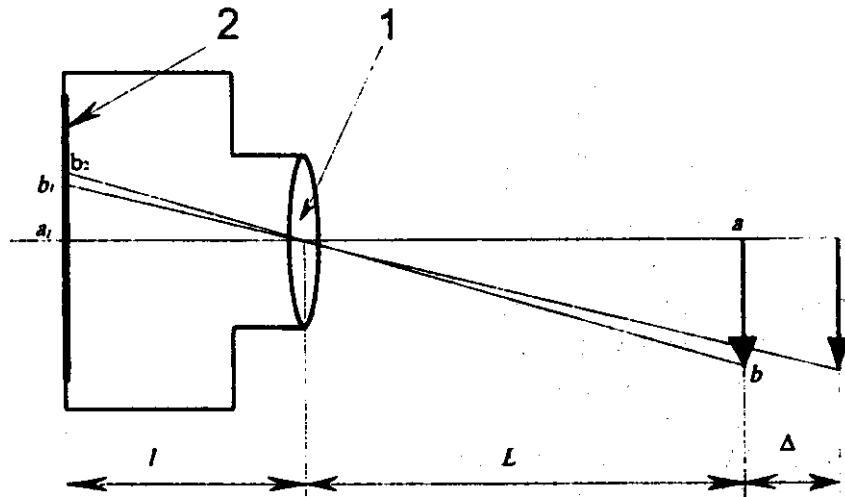


Рис. 5.3

При определении расстояния между точками поверхности контролируемого изделия (рис. 5.3) первоначально определяется масштаб m_0 — количество единиц длины, приходящихся на один пиксель. Рассмотрим эталонный отрезок ab длиной A (мм), расположенный на расстоянии L от оптического центра объектива l . На фотоматрице телекамеры 2 этому отрезку соответствует отрезок $a_1 b_1$ длиной B_1 измеренный в пикселях

$$m_0 = \frac{A}{B_1}. \quad (5.1)$$

Если отрезок ab сместить на расстояние Δ вдоль оптической оси $a_1 a$, то согласно правилу подобия получим

$$\frac{L}{A} = \frac{l}{B_1}, \quad \frac{L + \Delta}{A} = \frac{l}{B_2}.$$

Поделив левые и правые части полученных равенств друг на друга, получим

$$\frac{L}{L + \Delta} = \frac{B_2}{B_1}. \quad (5.2)$$

Из (5.2) следует, что взаимосвязь между масштабами при параллельном переносе объекта контроля на расстояние Δ определяется зависимостью

$$m_1 = m_0 \frac{L + \Delta}{L} = m_0 + m_0 \frac{\Delta}{L} \quad (5.3)$$

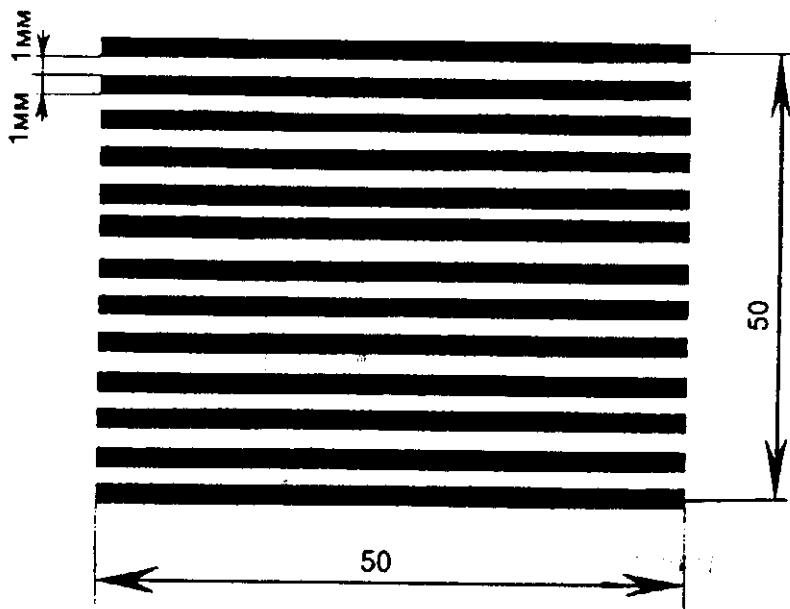


Рис. 5.4

Обычно для повышения точности расчетов масштаба в качестве эталонной фигуры используется эталонная решетка (рис. 5.4) Так решетка с характеристиками: размер в плане 50×50 мм, расстояние между линиями и их ширина 1 мм при точности нанесения линий 1 мкм позволяет на расстоянии $L = 1,5 \div 2$ м выполнять измерение с точностью ± 6 мкм.

Решетка и измеряемое изделие должны находиться в одной плоскости и попадать в кадр телевизионного изображения. Для уточнения масштаба на всем поле контроля эталонные фигуры (см. рис. 5.2) устанавливаются по разные стороны от измеряемого объекта. Далее рассмотрим задачу определения границ изделия по перепадам интенсивности света, попадающего на каждый пиксель фотоматрицы.

Основным признаком границы изображения является перепад интенсивности освещения в направлении перпендикулярном линии, определяющей границу. В силу наличия микронеровностей на поверхности, а также дифракции света, граница всегда будет размыта. Распределение

интенсивности света $I(n)$ в направлении перпендикулярном к границе в точке n имеет вид, представленный на рис. 5.5. Пунктиром обозначен перепад интенсивности в идеальном случае.

Производная по n от интенсивности света $I(n)$ на границе аппроксимируется кривой Гаусса (рис. 5.6).

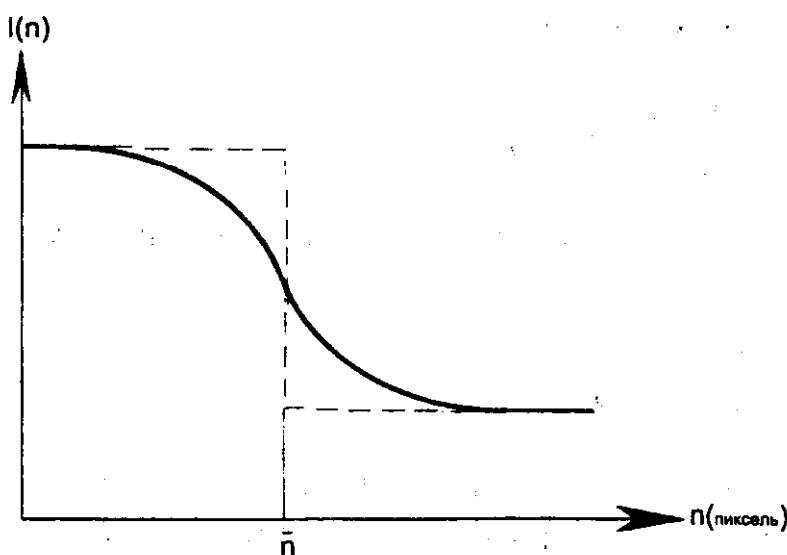


Рис. 5.5

* В данном случае интенсивность света $I(n)$ рассматривается как функция дискретной величины n , измеряемая в пикселях.

$$\frac{dI}{dn} = Ae^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.4)$$

где A — константа, характеризующая максимальное значение перепада интенсивности отраженного света, σ — среднеквадратическое распределение перепада интенсивности отраженного света на границе, n — координата границы.

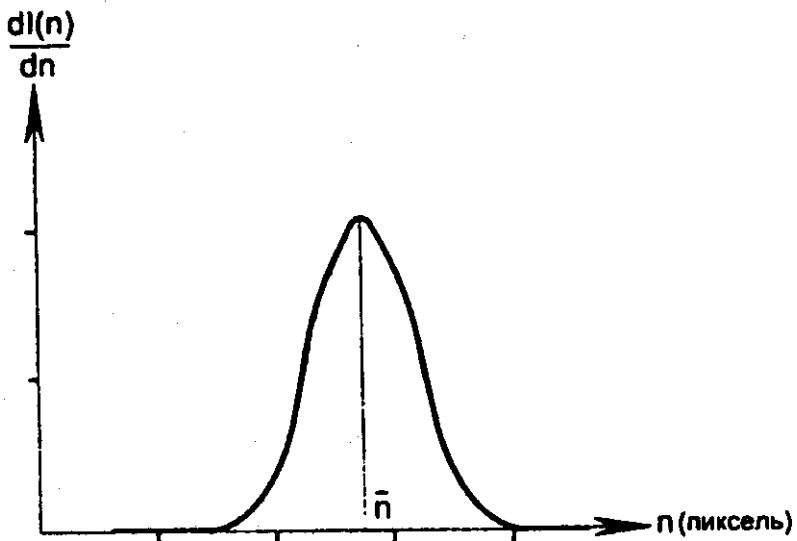


Рис. 5.6

Для получения распределения интенсивности $I(n)$ зависимой от координат контролируемого изделия необходимо число пикселей n умножить на масштаб m_0 . В этом случае будем иметь распределение интенсивности света, попадающего от контролируемого изделия в координатах, представленных в системе координат фотоматрицы телекамеры. Следует отметить, что данные координаты будут изменяться с дискретностью равной масштабу m_0 , поэтому измерение расстояний в этом случае будет осуществляться с погрешностью равной масштабу, что недопустимо для контроля геометрических размеров сложных поверхностей.

Точность определения границ может быть существенно повышена, если интенсивность отраженного сигнала $I(x)$ аппроксимировать функцией, зависимой от непрерывных координат x . В этом случае координаты, соответствующие максимальному значению перепада интенсивности, определяются дифференцированием непрерывной функции $I(x)$ с более высокой точностью, чем в дискретном случае.

Рассмотрим решение данной задачи для двумерного случая. Перепад интенсивности на плоскости характеризуется модулем градиента функции $I(x_1, x_2)$ от двух переменных x_1, x_2 :

$$|\text{Grad}(I(x_1, x_2))| = \sqrt{\left(\frac{\partial I(x_1, x_2)}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial I(x_1, x_2)}{\partial x_2}\right)^2}, \quad (5.5)$$

где переменные x_1 и x_2 являются линейными величинами в двух взаимно перпендикулярных направлениях и измеряются в мм.

Определение координат границы контролируемого изделия осуществляется в следующей последовательности:

1. Сканируется изображение контролируемого изделия*. На основе этого строится матрица координат опорных точек поверхности и значений модуля градиента функции интенсивности в этих точках.

2. По полученной матрице строятся непрерывные функции распределения вероятности для модуля градиентов интенсивности светового сигнала. Функции распределения вероятности строятся при изменении непрерывных координат таким образом, чтобы осуществлялось пересечение с определяемой границей изображения изделия.

3. Определяются значения координат, соответствующих максимальному значению функции распределения. Данные координаты и принимаются за координаты опорных точек границы.

4. Через опорные точки границы проводится непрерывная линия, которая может быть аппроксимирована аналитическим выражением.

Сканирование изображения осуществляется последовательным анализом интенсивности светового излучения, попадающего на квадрат размерами 2×2 пикселя (рис. 5.7). Определяется модуль градиента интенсивности светового излучения для квадрата из четырех пикселей и координаты центра данного квадрата.

Для этого аппроксимируем функцию интенсивности $I(x_1, x_2)$ в области размерами 2×2 пикселя многочленом второй степени от безразмерных величин x_1 и x_2 :

$$I(x_1, x_2) = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1 x_2, \quad (5.6)$$

где $x_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\Delta x_i}$ — безразмер-

ная величина, определяемая текущими координатами центра квадрата (точка О) — x_i и координатами центра пикселя — \bar{x}_i в системе координат фотоматрицы x_1, x_2 ; Δx_i — половина размера пикселя в мм.

Представление интенсивности $I(x_1, x_2)$ как функции от безразмерных переменных позволяет не учиты-

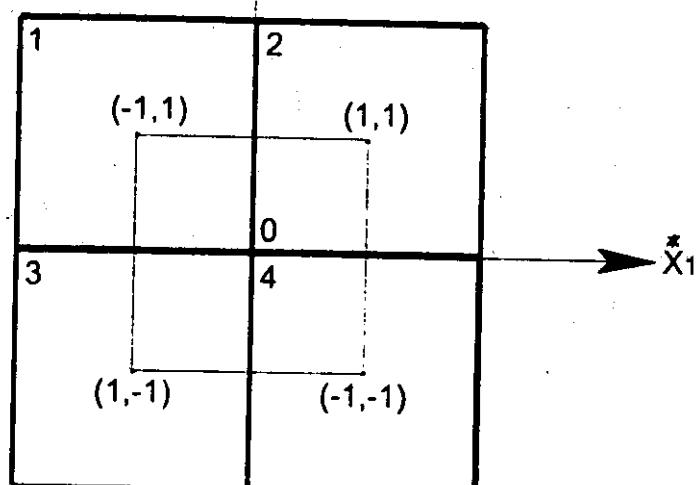


Рис. 5.7

* В дальнейшем под сканированием контролируемого объекта будем понимать обработку его изображения на поверхности фотоматрицы телекамеры.

вать масштаб при ее преобразовании. Центры четырех выбранных пикселей (см. рис. 5.7) имеют относительные безразмерные координаты: для первого пикселя $(-1, 1)$, для второго $(1, 1)$, для третьего $(-1, -1)$ и для четвертого $(1, -1)$.

Значения частных производных первого порядка от $I(x_1^*, x_2^*)$ по переменным x_1^*, x_2^* в центре области 2×2 пикселя (т. О) равны коэффициентам b_1 и b_2 аппроксимирующего полинома (5.6):

$$\left. \frac{\partial I(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} \right|_{x_2=0} = b_1, \quad \left. \frac{\partial I(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} \right|_{x_1=0} = b_2.$$

Для построения полинома (5.6) требуется определить значения коэффициентов b_0, b_1, b_2, b_3 в пределах рассматриваемой области 2×2 пикселя. Представим (5.6) системой из четырех уравнений в матричной форме

$$MB=I, \quad (5.7)$$

где $M = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ — матрица значений базисных функций в точ-

ках измерения функции интенсивности света; базисные функции в полиноме (5.6) — это вектор $X = \begin{bmatrix} 1, x_1^*, x_2^*, x_1^* x_2^* \end{bmatrix}^T$; $B = \begin{bmatrix} b_0, b_1, b_2, b_3 \end{bmatrix}^T$ — определяемый вектор коэффициентов полинома; $I = \begin{bmatrix} I_1, I_2, I_3, I_4 \end{bmatrix}^T$ — вектор значений интенсивности света в каждом пикселе.

При умножении (5.7) на матрицу M^{-1} получим

$$B=M^{-1}I, \quad (5.8)$$

Неизвестные элементы вектора $B = \begin{bmatrix} b_0, b_1, b_2, b_3 \end{bmatrix}^T$ вычисляются из (5.8) через известные значения интенсивности I_i для каждого i -го пикселя:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^4 I_i}{4}, \quad b_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{1i}^* I_i}{4}, \quad b_2 = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{2i}^* I_i}{4}, \quad b_3 = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{1i}^* x_{2i}^* I_i}{4}. \quad (5.9)$$

Сканируя изображение, воспринимаемое всей поверхностью фотоматрицы телекамеры квадратами 2×2 пикселя с шагом равным одному пикселю, определяются значения модуля градиента функции $I(x_1^*, x_2^*)$ для каждого квадрата:

$$\left| \text{Grad} \left(I(x_1^*, x_2^*) \right) \right| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}. \quad (5.10)$$

Последовательное сканирование изображения изделия позволяет получить матрицу координат и значения модуля градиента интенсивности отраженного света для опорных точек контролируемой поверхности фотоматрицы. Абсолютные значения координат центра квадратов 2×2 пикселя вычисляются по их известным безразмерным значениям

$$x_1^* = \Delta x_1 x_1 + \bar{x}_1, \quad x_2^* = \Delta x_2 x_2 + \bar{x}_2. \quad (5.11)$$

Вторым этапом анализа изображения является обработка полученной матрицы распределения модуля градиентов функции интенсивности света и построение функции распределения вероятности для модулей градиентов в областях близких к границе объекта. Функции распределения вероятности строятся при изменении непрерывных координат таким образом, чтобы осуществлялось их пересечение с определяемой границей изображения объекта. Чаще всего распределение вероятности модуля градиента функции интенсивности $I(x_1, x_2)$ строится в направлении одной из координат при постоянном значении другой.

При анализе функции распределения вероятности модуля градиента интенсивности света требуется определить математическое ожидание координат, соответствующих опорным точкам границы. Математическое ожидание одной из координат границы вычисляется при постоянном значении другой как сумма произведений данной координаты в i -й точке на плотность распределения интенсивности в этой точке

$$m(x_1) = \sum_{i=1}^n x_{1i} p_{1i} \quad (5.12)$$

где $p_{1i} = \frac{G_i}{\sum_{i=1}^n G_i}$ при $x_2 = \text{const}$;

$$m(x_2) = \sum_{i=1}^m x_{2i} p_{2i}$$

где $p_{2i} = \frac{G_i}{\sum_{i=1}^n G_i}$ при $x_1 = \text{const}$.

После определения координат опорных точек границы через них проводится непрерывная кривая, которая может быть аппроксимирована непрерывными аналитическими функциями либо полиномами.

В качестве примера рассмотрим задачу определения границ изображения фигурной решетки (рис. 5.8), в которую требуется вписать круг. Необходимо определить реальный радиус вписанного круга R и координаты его центра (точки O).

Решение поставленной задачи выполняется следующим образом.

1. Последовательно сканируется изображение фигурной решетки на фотоматрице телекамеры прямоугольником 2×2 пикселя и анализируются значения модуля градиента интенсивности светового потока в центре каждого прямоугольника. На основе этого составляется матрица координат центров прямоугольников и значения модуля градиента интенсивности светового потока в центре каждого прямоугольника.

2. По полученной матрице строятся непрерывные функции распределения вероятности для модуля градиентов интенсивности светового потока. Функции распределения вероятности строятся при изменении непрерывных координат таким образом, чтобы осуществлялось пересечение с определяемой границей изображения решетки.

3. Анализируя максимальные значения функции распределения вероятности модулей градиентов светового потока, определяются значения координат, соответствующих координатам опорных точек границы по формулам (5.12). На основе этого составляется двумерная матрица координат опорных точек границ фигурной решетки в ограниченных областях, где осуществляется вписывание круга.

Вписанный круг (рис. 5.8) касается трех окружностей, имеющих радиусы r_1, r_2 и r_3 , которыми аппроксимируются части фигурной решетки, касающиеся вписываемого круга.

4. Определяются радиусы аппроксимируемых окружностей r_1, r_2 и r_3 , и координаты их центров O_1, O_2 и O_3 . Для этого через точки фигурной решетки, касающиеся вписываемого круга, проводятся окруж-

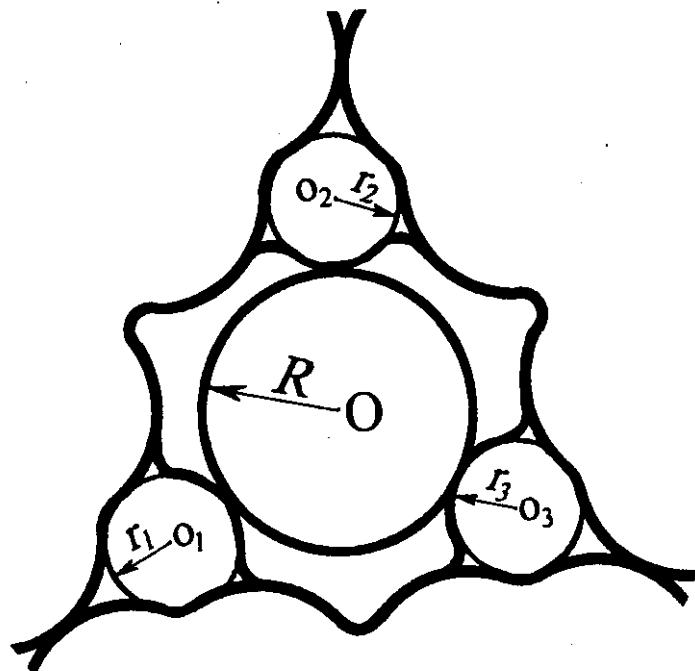


Рис. 5.8

ности. Приближение точек фигурной решетки к окружности выполняются методом наименьших квадратов [8].

5. Определение координат центра вписываемого круга и его радиуса осуществляется из решения системы трех квадратных уравнений относительно x_u , y_u и R :

$$\begin{aligned} (x_u - x_1)^2 + (y_u - y_1)^2 &= (R + r_1)^2, \\ (x_u - x_2)^2 + (y_u - y_2)^2 &= (R + r_2)^2, \\ (x_u - x_3)^2 + (y_u - y_3)^2 &= (R + r_3)^2, \end{aligned} \quad (5.13)$$

где x_1, y_1 и r_1 — координаты центра O_1 первой окружности и ее радиус, x_2, y_2 и r_2 — координаты центра O_2 второй окружности и ее радиус, x_3, y_3 и r_3 — координаты центра O_3 третьей окружности и ее радиус.

Решение системы уравнений (5.13) возможно только итерационными методами. Одним из таких методов является численный метод Ньютона [13].

Оптическая система, рассмотренная выше, позволяет также контролировать шероховатость поверхности. Это обеспечивается зависимостью интенсивности рассеивания света при отражении его от микронеровностей поверхности (рис. 5.9). Чем больше величина микронеровностей, тем больше рассеивание света от поверхности и тем меньше его попадает на принимающую фотоматрицу. Зависимость интенсивности отраженного света $I(\alpha)$ от угла наблюдения α с достаточной точностью может быть представлена кривой Гаусса (рис. 5.10):

$$I(\alpha) = \frac{A}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.14)$$

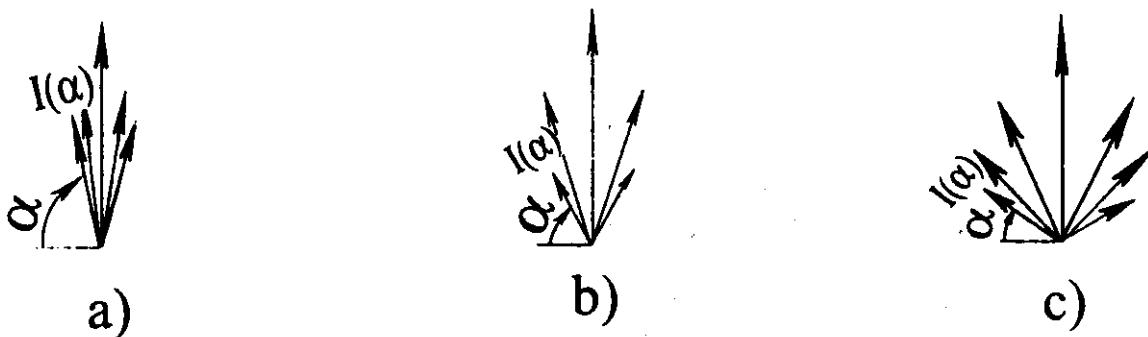


Рис. 5.9

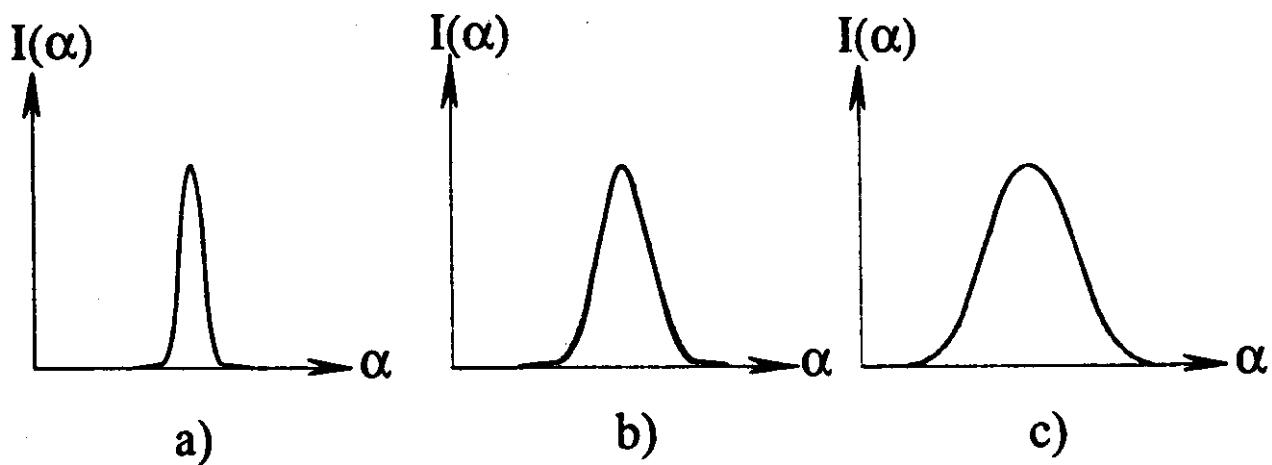


Рис. 5.10

где A — константа, характеризующая максимальное значение интенсивности отраженного света $I(\alpha)$, σ — среднеквадратическое распределение интенсивности отраженного сигнала, α — угол наблюдения.

Для построения зависимости (5.14) определяется интенсивность светового потока $I(\alpha)$, отраженного от ограниченной области поверхности, при ее повороте относительно оси телекамеры на угол α . В результате получается экспериментальная зависимость интенсивности отраженного света от угла наблюдения, по которой определяется среднеквадратическое распределение интенсивности отраженного сигнала

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 p_i - \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i p_i \right)^2},$$

где α_i — угол поворота контролируемой поверхности относительно оси телекамеры; p_i — плотность распределения интенсивности света, определяемая как отношение значения интенсивности $I(\alpha_i)$ при α_i к суммарной интенсивности:

$$p_i = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^n I_i},$$

где n — число поворотов поверхности относительно оси телекамеры; I_i — среднее значение интенсивности света, попадающего на фотоматрицу с анализируемой области.

Связь среднеквадратического распределения интенсивности отраженного сигнала σ с шероховатостью осуществляется определением σ для эталонных пластин заданной шероховатости.

5.3. Контроль изделий сложной формы в составе технологических систем

В составе технологической комплекса оптическая система может быть применена для контроля геометрических размеров поверхности, определения границ контура детали, а также для определения шероховатости. Для контроля границ контролируемого изделия целесообразно промыть оптическую систему, работающую в параллельных лучах на просвет (рис. 5.11). Тень от границ контролируемого изделия проектируется на матовое стекло 2. Если контролировать только внешние кромки изделия, то к источнику света 9 не предъявляется требование монохроматичности света. В состав установки входит источник света 9, располагаемый сзади контролируемого изделия 1. Фотоматрица телекамеры 5 воспринимает контур контролируемого изделия.

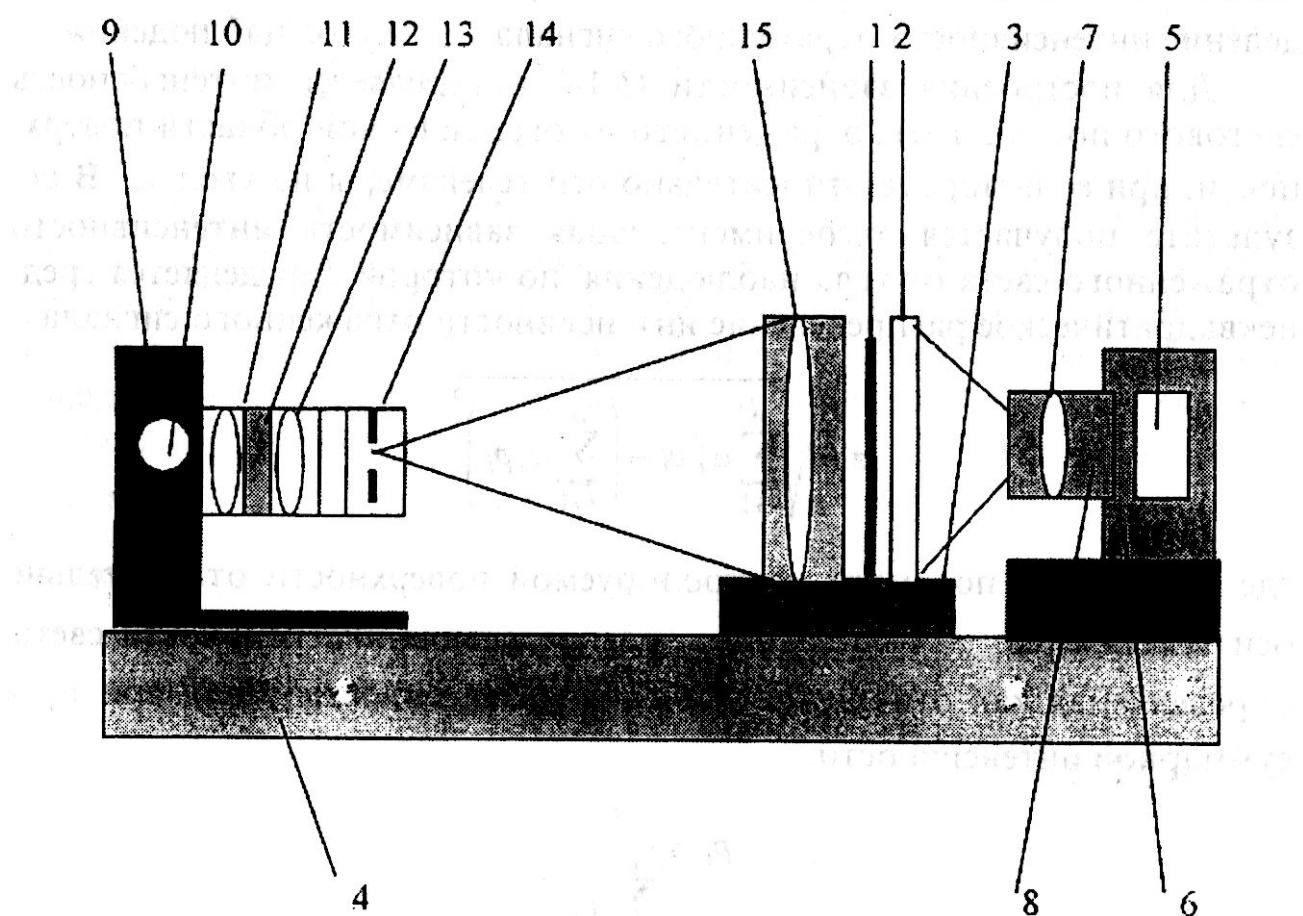


Рис. 5.11. Принципиальная схема установки:

1 – контролируемый объект; 2 – матовое стекло; 3 – узел крепления; 4 – оптическая скамья; 5 – компьютерная телекамера; 6 – узел крепления и юстировки компьютерной телекамеры; 7 – объектив телекамеры; 8 – узел крепления и юстировки объектива телекамеры; 9 – источник света; 10 – ртутная лампа; 11 – конденсор; 12 – оптический фильтр; 13 – фокусирующий объектив; 14 – точечная диафрагма; 15 – объектив коллиматора

Для определения геометрических параметров поверхности и ее шероховатости применяется способ работы оптической системы в отраженном свете (рис. 5.12). Свет, проходя через объектив коллиматора 15, с помощью специальной оптической решетки 2 преобразуется в параллельный световой фронт волн периодической интенсивности. В данной установке используется монохроматический источник света 9. Изображение решетки 2 на изделии 1 через оптическую линзовую систему 8 передается на фотоматрицу 5, представляющую опто-электронный преобразователь. Опто-электронный преобразователь преобразует изображение в цифровой образ, который поступает в ЭВМ. Оптические и опто-электронные элементы системы заключены в герметичный корпус с прозрачным окном, что позволяет изолировать их от атмосферы производственного цеха.

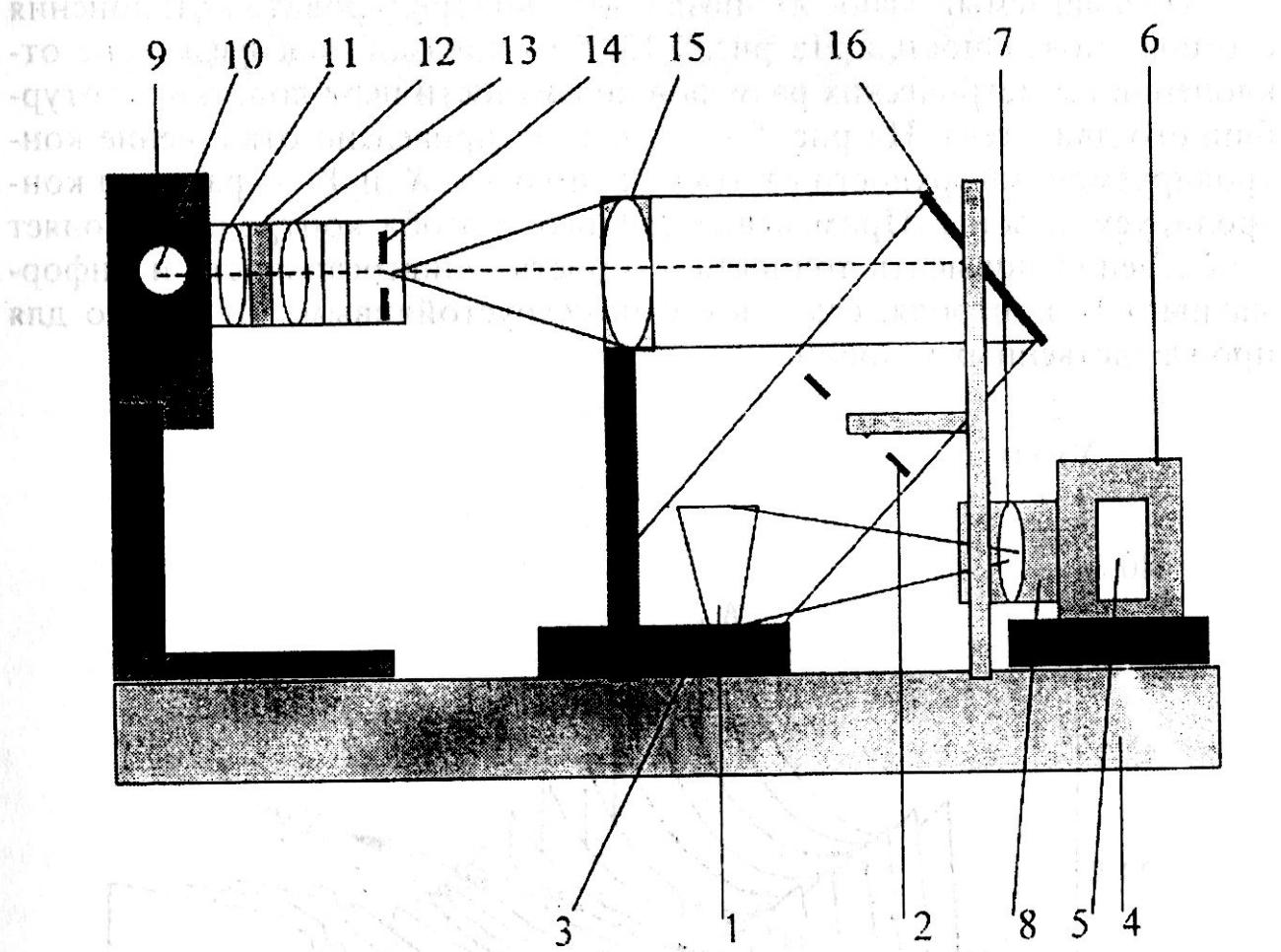


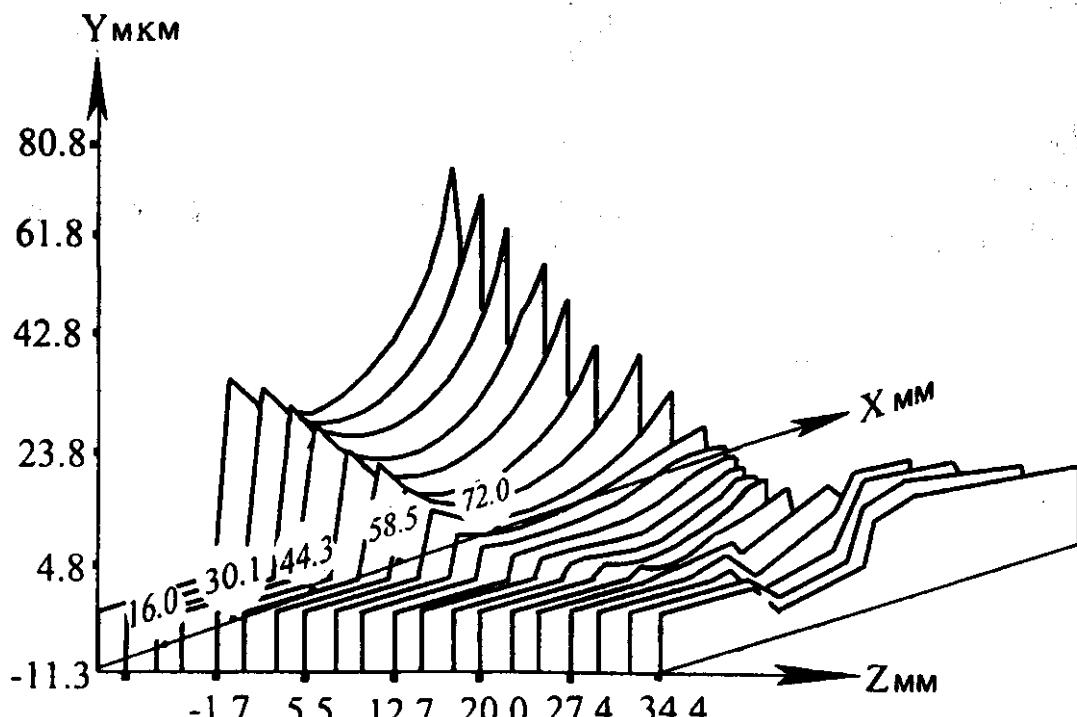
Рис. 5.12. Принципиальная схема установки:

- 1 – контролируемое изделие; 2 – оптическая решетка; 3 – узел крепления;
- 4 – оптическая скамья; 5 – компьютерная телекамера; 6 – узел крепления и юстировки компьютерной телекамеры; 7 – объектив телекамеры; 8 — узел крепления и юстировки объектива телекамеры; 9 – источник света; 10 – ртутная лампа; 11 – конденсор; 12 – оптический фильтр; 13 – фокусирующий объектив;
- 14 – точечная диафрагма; 15 – объектив коллиматора; 16 - зеркало и блок его крепления

Предлагаемый способ позволяет получить полную (непрерывную) информацию о всей освещенной контролируемой поверхности 1, попадающей в поле фотоматрицы телекамеры 5. Точность измерения ограничивается частотой полос оптической решетки 2, которая не должна превышать пяти пикселей фотоматрицы телекамеры 5.

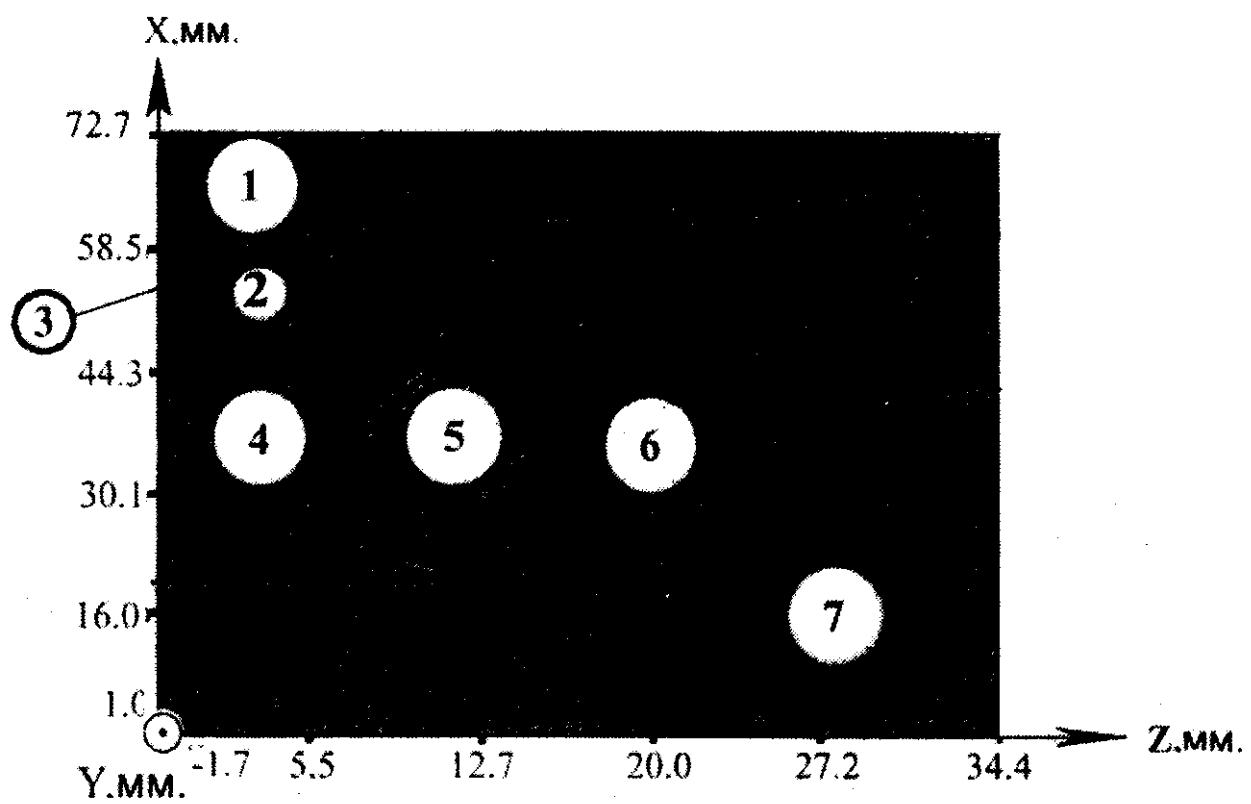
Скорость контроля определяется тем, что экспозиция одного кадра измеряемой поверхности контролируемого изделия на фотоматрицу составляет не более 0,01 с, математическая обработка и выдача результатов измерений происходит за 1...2 с в зависимости от быстродействия используемой ЭВМ и эффективности математического обеспечения. Независимость результатов измерений от механических колебаний системы обеспечивается быстродействием опто-электронного преобразователя.

Предлагаемый способ позволяет контролировать отклонения сложных поверхностей. На рис. 5.13, 5.14 показано распределение отклонений геометрических размеров поверхности пера лопатки газотурбинного двигателя. На рис. 5.14 по оси Y приведено отклонение контролируемой поверхности от эталона, по осям X и Y — размеры контролируемой зоны. Применение данного способа контроля позволяет существенно повысить точность, скорость, универсальность и информативность контроля, сделать его помехоустойчивым, что важно для производственных условий.



Фронтальная изометрия поверхности пера лопатки

Рис. 5.13



Распределение микронеровностей по поверхности пера лопатки

Пределы изменения высот микронеровностей в мкм.

зона	max	min
1	-14.3	-4.9
2	-4.8	4.7
3	4.8	14.2
4	14.3	23.7
5	23.8	33.2
6	33.3	42.7
7	42.8	53.2

Рис. 5.14

5.4. Элементы искусственного интеллекта в технологических машинах

Система управления технологической машиной в целом представляет сложную систему с элементами искусственного интеллекта (рис. 5.15). Современное станочное оборудование еще далеко от широкого применения указанных систем, поэтому рассмотрим только отдельные элементы искусственного интеллекта для станочного оборудования, построенного на подвижных стержневых механизмах. Указанные сис-

темы по своим функциональным характеристикам близки к промышленным роботам и во многом на них похожи.

Система управления, представленная на рис. 5.15 предназначена для формирования законов управления исполнительными приводами, обработки информации систем контроллеров, задания траектории перемещения инструмента относительно обрабатываемой детали и обеспечения требуемых режимов обработки.

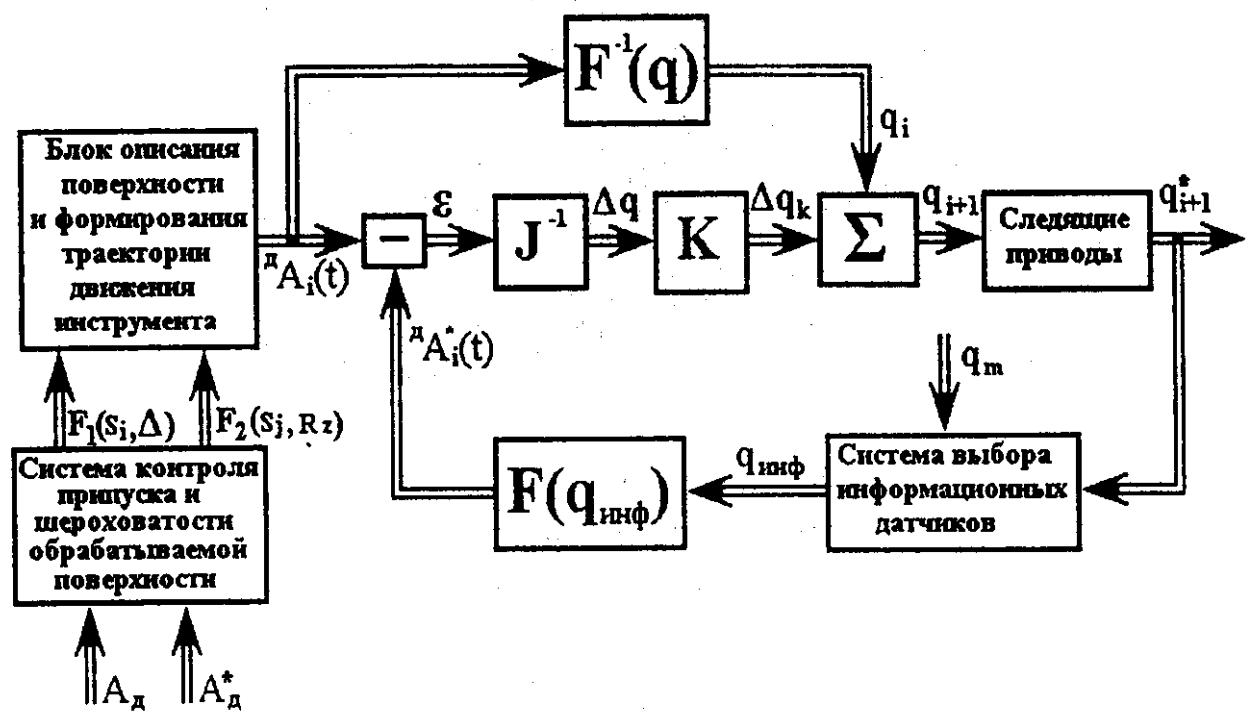


Рис. 5.15

Основные функции выполняемые системой:

1. Описание поверхности, которую требуется получить после обработки на каждом переходе, а также после окончательной обработки. Информация о поверхности хранится в виде массива опорных точек поверхности.

2. Формирование траектории движения инструмента. Траектория рассчитывается исходя из снимаемого припуска на каждом переходе как непрерывное перемещение подвижного трехгранника $\Delta A_i(t)$ в системе координат детали. Перемещение трехгранника определяется линейными, угловыми координатами и тангенциальной скоростью V_n .

3. Определение реальных координат заготовки. Оптическая система контроля поверхности определяет реальные координаты поверхности заготовки A_d^* в системе координат детали. Сравнивая реальные координаты A_d^* с идеальными A_d формируется массив $F_1(s; \Delta)$ распределения припуска по обрабатываемой поверхности.

4. Вторым функциональным предназначением оптической системы контроля является определение шероховатости обрабатываемой поверхности и ее распределение по поверхности. В зависимости от дискретной градации уровня шероховатости формируются зоны S_j на поверхности с заданным уровнем микронеровностей R_z .

5. Сравнение программной траектории перемещения инструмента $\Delta A_i(t)$ с реальным положением $\Delta A_i^*(t)$ в системе координат детали. На основе данного сравнения определяются погрешности линейных и угловых координат ε .

6. Выбор информационных датчиков контроля положения. Информационные датчики координат $q_{\text{инф}}$ выбираются из суммарного количества датчиков координат $q_m + q_i$ определяющих перемещения в сочленениях звеньев механизма параллельной структуры. Критерием, по которому выбираются данные датчики, является минимум погрешности вычисления положения выходного звена при заданной погрешности датчиков.

В состав системы управления (рис. 5.15) входят сепаратные приводы, представляющие замкнутые по положению следящие системы по каждой управляемой координате механизма. Кроме этого, система управления в целом также представляет следящую систему замкнутую по положению подвижного трехгранника ($\tau v \beta$), перемещаемого по обрабатываемой поверхности в системе координат детали. Обратное преобразование Якоби J^{-1} связывает погрешности положения инструмента ε и приращения обобщенных управляемых координат Δq . Для определения начального положения механизма q_i необходимо решать обратную задачу $F^{-1}(q)$ в абсолютных координатах. Выбор добротности следящей системы по главной обратной связи осуществляется настройкой коэффициентов усиления K .

Как было отмечено во второй главе для решения прямой и обратной задач кинематики подвижных стержневых механизмов используется избыточное количество датчиков контроля относительного перемещения звеньев. Датчики положения устанавливаются в сочленениях звеньев, содержащих и не содержащих исполнительные приводы. Это позволяет оперативно вычислять управление исполнительными приводами и сокращает вычислительные ресурсы ЭВМ. Однако при этом необходимо решать задачу выбора группы датчиков для соответствующей конфигурации механизма, которые с наибольшей точностью

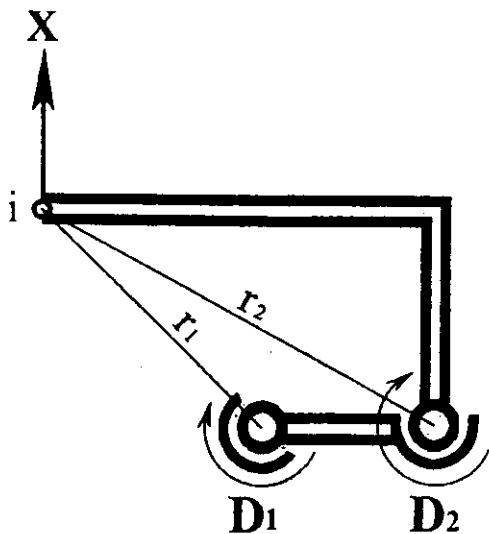


Рис. 5.16

определяют положение его выходного звена. Например, два датчика D_1 и D_2 (рис. 5.16), имеющие одинаковую погрешность определения углового положения $\Delta_1 = \Delta_2$ разной точностью определяют линейное перемещение в направлении оси X . Датчик D_1 определяет значение x более точно, чем D_2 и $\Delta x_1 < \Delta x_2$. При другом положении точки i на плоскости координата X может быть определена более точно датчиком D_2 .

Быстродействие современных исполнительных высокомоментных приводов дает возможность отрабатывать перемещения с частотой до 100 Гц. Поэтому при быстродействующей вычислительной технике появляется возможность исключить высокочастотные составляющие упругих колебаний звеньев исполнительного механизма, влияющих на точность. Однако при этом в системе управления должны задаваться ускоренные вычислительные алгоритмы.

Встроенная система контроля поверхности позволяет оперативно изменять траекторию относительного перемещения инструмента и изделия. Как показано параграфе 5.3 система контроля дает информацию о топологии распределения припуска по всей обрабатываемой поверхности и формирует зоны с разной величиной припуска и шероховатости, а это позволяет планировать перемещение инструмента, изменяя закон его движения в зависимости от обрабатываемой зоны. В данном случае получаем интеллектуальную систему управления, которая осуществляет настройку, выбор режимов и траекторий движения инструмента для отдельных зон поверхности.

Следует отметить, что при обработке абразивным инструментом, который характеризуется стабильным съемом материала (удельный съем материала в единицу времени $Q = \text{const}$) в достаточно широком диапазоне изменения прижимающей силы и подачи, можно получать высокоточные геометрические размеры для обрабатываемой поверхности изделия при недостаточной точности механизмов станка. Это возможно при высокоточной системе контроля. Для реализации данных возможностей в системе управления должны быть заложены интеллектуальные алгоритмы выбора законов перемещения инструмента по информации системы контроля.

Рассмотрим последовательно решение следующих задач. Во-первых, определение положения выходного звена механизма при избыточной информации о положении звеньев механизма. На рисунке 5.17 приведен пример такого механизма — это манипулятор перемещения изделия специального робота-станка для обработки пера лопаток. Данный манипулятор имеет четыре управляемых двигателя D_1, D_2, D_3, D_4 для перемещения выходного звена (платформы П) по четырем координатам: двум линейным и двум угловым. Кроме датчиков контроля угла поворота двигателей q_1, q_2, q_3 и q_4 , в механизме установлены датчики измерения углов взаимного положения звеньев, расположенные в сочленениях ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C .

Для определения положения платформы П относительно базовой системы координат $(X Y Z)_0$ достаточно знать длины звеньев $L_1 \div L_6$ и четыре угла поворота. При наличии семи датчиков контроля углового положения звеньев $q_1, q_2, q_3, q_4, \phi_A, \phi_B, \phi_C$ требуется найти такое сочетание четырех из семи C_7^4 информационных углов, которое обеспечит минимальную погрешность определения координат платформы П относительно $(X Y Z)_0$.

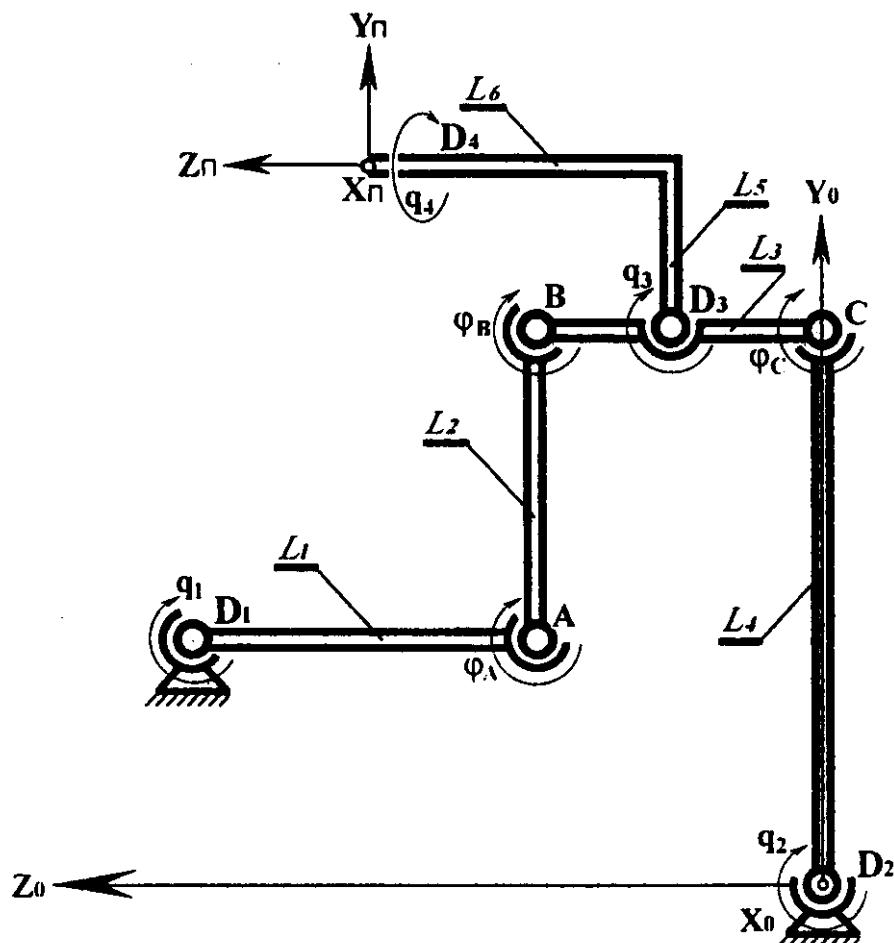


Рис. 5.17

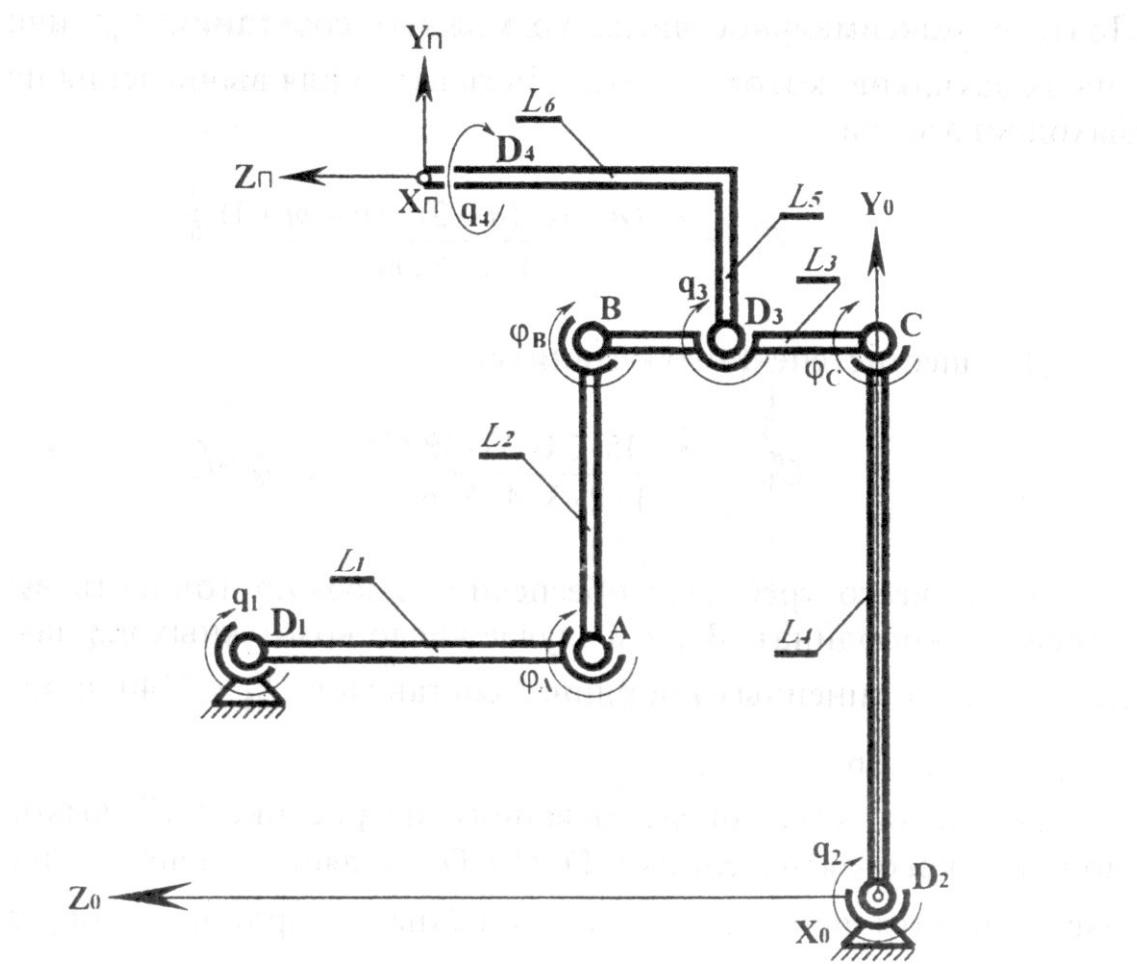


Рис. 5.17

Рассмотрим решение данной задачи в общем случае. Связь между вектором, определяющим погрешности выходного звена механизма (платформы П) — ΔR (в общем случае размерности 6×1) и погрешностями информационных датчиков Δq_j (размерности 6×1), однозначно выражается линейной зависимостью

$$\Delta R = K_j \Delta q_j, \quad (5.15)$$

где K_j — матрица коэффициентов размерности 6×6 . Вектор $\Delta R = [\Delta r_i]^T$ включает погрешность линейных координат $\Delta x, \Delta y$ и Δz в точке i конечного звена механизма и погрешность угловых координат $\Delta\phi, \Delta\psi$ и $\Delta\theta$ вокруг данных осей, $\Delta R = [\Delta r_i]^T = [\Delta x \Delta y \Delta z \Delta\phi \Delta\psi \Delta\theta]^T$. Погрешности определяются в неподвижной или связанной с деталью системах координат.

Максимальное количество датчиков, с помощью которых можно определить положение выходного звена механизма параллельной структуры, равно $n = m^2$, где m — число степеней свободы механизма. Поэтому максимальное число возможных сочетаний C_n^m информационных датчиков, которое может быть взято для вычисления положения выходного звена:

$$C_n^m = \frac{n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots (n - m + 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m}.$$

Для шестистепенного механизма:

$$C_{36}^6 = \frac{36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 1947792.$$

Чаще всего требуется обеспечить высокую точность вычисления линейных координат. В этом случае число возможных вариантов определения трех линейных координат составляет $C_{36}^3 = 7140$ и одной координаты $C_{36}^1 = 36$.

Для механизма, представленного на рисунке 5.17, выходным звеном плоского пятизвенника D_1ABCD_2 является звено L_3 на котором располагается привод q_3 . Две линейные координаты, определяющие положение центра привода q_3 могут быть определены датчиками углов

$q_1, q_2, \Phi_A, \Phi_B, \Phi_C$ различным их сочетанием по два $C_5^2 = 10$. Звенья L_5 и L_6 входят в одну кинематическую цепь, соединяющую выходное звено механизма (платформу П) и выходное звено пятизвенника, поэтому при вычислении четырех координат, определяющих положение платформы П, датчики углов q_3 и q_4 входят во все варианты вычислений данных координат. Число способов вычислений координат платформы П в этом случае равно десяти.

Вычисление и анализ элементов матрицы K_j являются основной задачей при выборе информационных датчиков, определяющих координаты выходного звена механизма. Элементы матрицы K_j являются весовыми множителями при погрешностях датчиков и определяют вклад погрешности каждого датчика в погрешность соответствующей координаты выходного звена механизма. Рассмотрим способ определения данных весовых множителей.

Погрешности выходного звена будем рассматривать в системе координат $(X Y Z)_n$. Данные погрешности путем матричных преобразований можно получить в любой другой координатной системе. Определим связь между погрешностями, представленными в системе координат $(X Y Z)_{di}$ и системе $(X Y Z)_n$ (рис. 5.18).

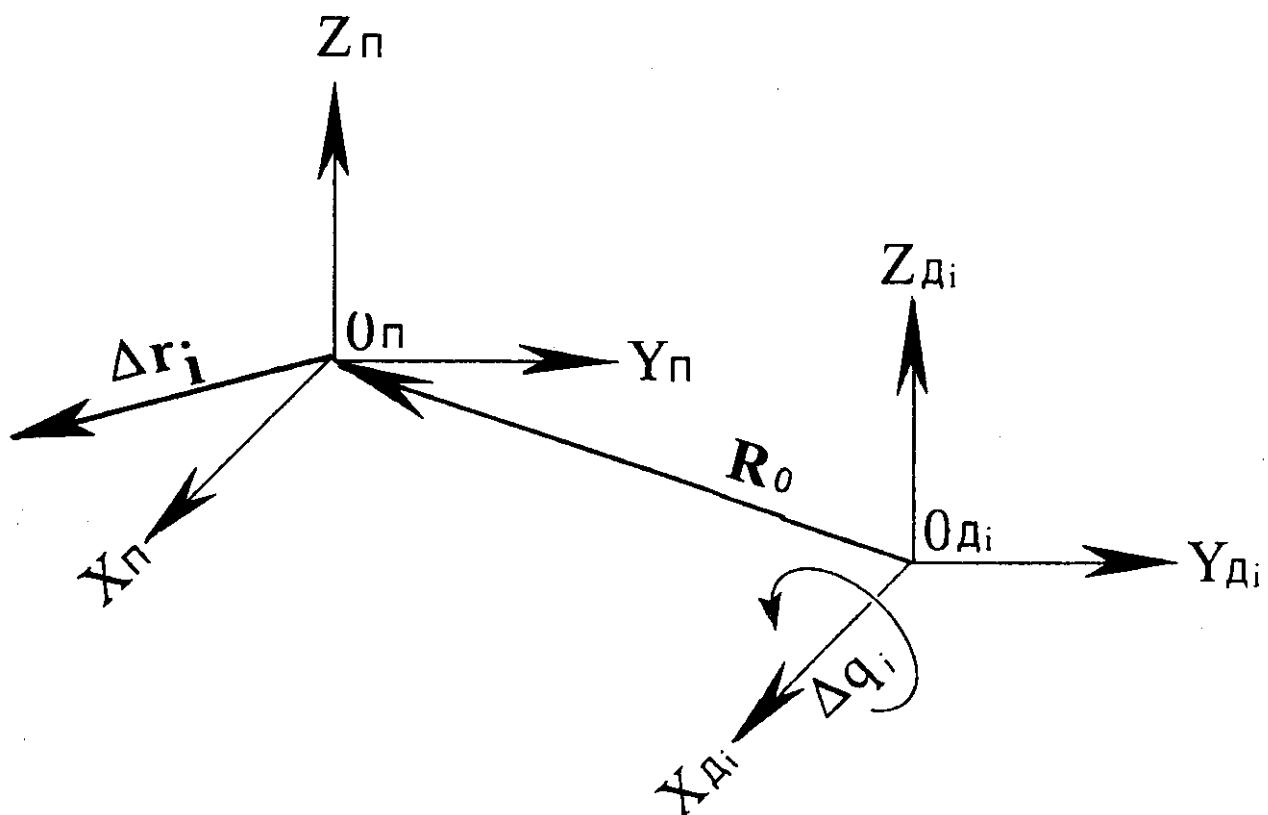


Рис. 5.18

С точностью до элементов первого порядка малости погрешности датчиков $\Delta x_{Di}, \Delta y_{Di}$ или Δz_{Di} приводят к погрешностям вычисления линейных координат $\Delta x_{Pi}, \Delta y_{Pi}$ и Δz_{Pi} :

$$[\Delta x_{Pi} \Delta y_{Pi} \Delta z_{Pi}]^T = {}^n C_{Di} [\Delta x_{Di} \Delta y_{Di} \Delta z_{Di}]^T \quad (5.16)$$

и погрешностям вычисления угловых координат

$$\begin{bmatrix} \Delta \phi_{Pi} \\ \Delta \psi_{Pi} \\ \Delta \theta_{Pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/z_{Di} & 1/y_{Di} \\ 1/z_{Di} & 0 & 1/x_{Di} \\ -1/y_{Di} & 1/x_{Di} & 0 \end{bmatrix} [{}^n C_{Di}] \begin{bmatrix} \Delta x_{Di} \\ \Delta y_{Di} \\ \Delta z_{Di} \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

где $[\Delta x_{Pi} \Delta y_{Pi} \Delta z_{Pi}]^T$ — вектор, определяющий положение точки O_{Di} в системе координат $(XYZ)_{Pi}$, это четвертый столбец матрицы преобразования координат ${}^n A_{Di}$; ${}^n C_{Di}$ — подматрица направляющих косинусов матрицы ${}^n A_{Di}$.

Как правило, датчики, расположенные в сочленениях звеньев, измеряют только одну из координат X_{Di}, Y_{Di} или Z_{Di} , поэтому каждый столбец матрицы ${}^n C_{Di}$ или произведение матриц

$$\begin{bmatrix} 0 & -1/z_{Di} & 1/y_{Di} \\ 1/z_{Di} & 0 & -1/x_{Di} \\ -1/y_{Di} & 1/x_{Di} & 0 \end{bmatrix} [{}^n C_{Di}]$$

представляет коэффициенты матрицы K_j в формуле (5.15) при координате, измеряемой датчиком

$$[\Delta x_{Pi} \Delta y_{Pi} \Delta z_{Pi}]^T = [K_{1Di} K_{2Di} K_{3Di}]^T \Delta_{Di} \quad (5.18)$$

Если датчик измеряет один из углов поворота вокруг оси X_{Di}, Y_{Di} или Z_{Di} , то его погрешности $\Delta \phi_{Di}, \Delta \psi_{Di}$ или $\Delta \theta_{Di}$ приводят соответственно к погрешностям вычисления угловых координат $\Delta \phi_{Pi}, \Delta \psi_{Pi}$ или $\Delta \theta_{Pi}$, определяемых соотношением

$$[\Delta \phi_{Pi}, \Delta \psi_{Pi}, \Delta \theta_{Pi}]^T = {}^n C_{Di} [\Delta \phi_{Di}, \Delta \psi_{Di}, \Delta \theta_{Di}]^T. \quad (5.19)$$

Для одной угловой координаты, измеряемой датчиком, коэффициенты матрицы K_j в формуле (5.15) равны элементам столбца в матрице ${}^nC_{D_i}$ при этой координате

$$[\Delta\Phi_n \Delta\Psi_n \Delta\Theta_n]^T = [K_{1D_i} K_{2D_i} K_{3D_i}]^T \Delta_{D_i} \quad (5.20)$$

Задача определения линейных погрешностей оси X_n , Y_n или Z_n , в системе координат $(XYZ)_n$ по заданным погрешностям датчиков, измеряющих только угловые координаты в сочленениях звеньев, имеет решение только при измерении одного из углов в системе $(XYZ)_{D_i}$. На рис. 5.18 — это угол вращения относительно оси X_{D_i} . Для этого случая связь линейных погрешностей в системе координат $(XYZ)_{D_i}$ с угловой погрешностью датчика Δq_i определяется из векторного произведения

$$\Delta r_{D_i} = \Delta q_i R_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \Delta q_i & 0 & 0 \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{vmatrix} = [0, -z_0 \Delta q_i, y_0 \Delta q_i]^T, \quad (5.21)$$

где $R_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ — вектор, проведенный из O_{D_i} в точку O_n . Координаты R_0 определяются из матрицы ${}^nA_{D_i}$ умножением четвертого столбца, взятого с противоположным знаком на матрицу направляющих косинусов ${}^nC_{D_i}$

$$[x_0 \ y_0 \ z_0]^T = {}^nC_{D_i} [-x_{D_i}, -y_{D_i}, -z_{D_i}]^T. \quad (5.22)$$

В зависимости от выбора направления оси, относительно которой измеряется угол вращения, погрешность Δq_i в определителе (5.21) записывается на первом месте во второй строке для оси X_{D_i} , на втором — для оси Y_{D_i} и на третьем — для оси Z_{D_i} .

Для определения линейной погрешности в системе координат выходного звена $(XYZ)_n$ необходимо Δr_{D_i} умножить на матрицу направляющих косинусов ${}^nC_{D_i}$:

$$[\Delta x_n \ \Delta y_n \ \Delta z_n]^T = {}^nC_{D_i} \Delta r_{D_i} \quad (5.23)$$

Первоначально рассмотрим решение указанной задачи для одной из координат вектора ΔR . В этом случае анализируется только одна строка в (5.26), соответствующая данной координате. Необходимо выбрать такое сочетание шести слагаемых из n в анализируемой строке, чтобы обеспечить $|\Delta r_i| \rightarrow \min$. Задача в такой постановке имеет решение только для постоянных значений погрешностей датчиков, потому что при переменных значениях погрешностей имеется множество решений. В качестве регулярных значений погрешностей датчиков может приниматься максимальное отклонение. В детерминированной постановке рассматриваемая задача аналогична задаче коммивояжера, когда требуется выбрать минимальный путь (в нашем случае погрешность), проходя через заданное число пунктов (датчиков) из некоторого множества, не повторяя их. Решение осуществляется перебором сочетания датчиков по дереву решений (рис. 5.19). Вычислив погрешность по каждой из ветвей, выбирается такое сочетание координат, измеряемых данными датчиками, которое обеспечит минимальную погрешность вычисления Δr_i . Дерево решений (рис. 5.19) приведено для сочетания датчиков $C_6^3 = 20$.

Выбор информационных датчиков можно осуществить, рассматривая их погрешности как случайные величины по среднеквадратическим отклонениям. В этом случае выполняется задача сортировки слагаемых в анализируемой строке, располагая их в возрастающей последовательности. И в качестве информационных принимаются датчики, соответствующие и минимальным слагаемым.

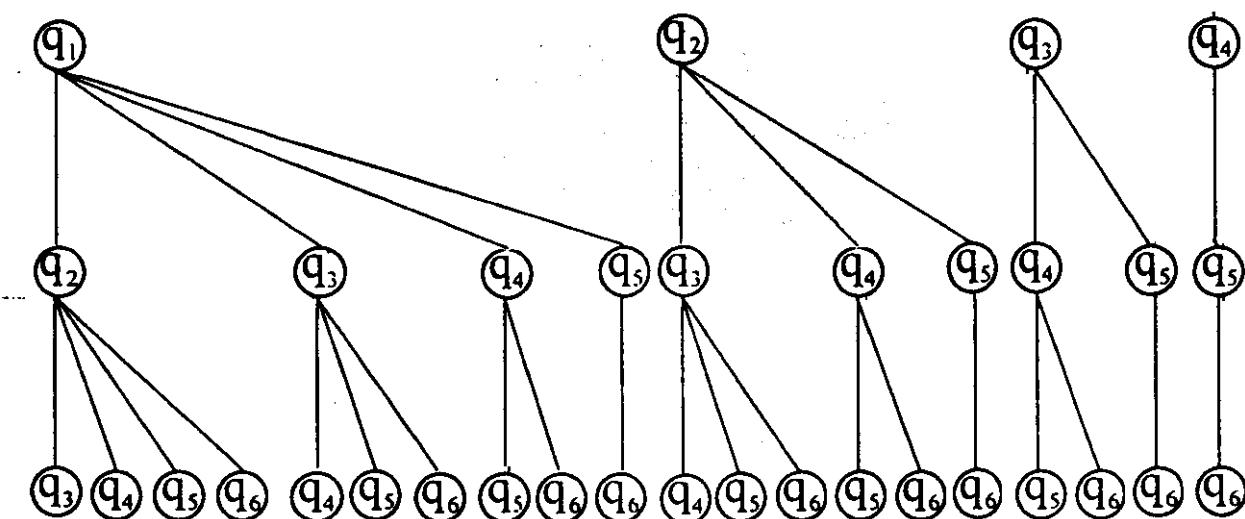


Рис. 5.19

Если требуется выбрать сочетание информационных датчиков, обеспечивая минимальную погрешность по некоторым координатам вектора ΔR , то это может быть, например, минимум среднеквадратического отклонения линейных координат:

$$\sigma_n = \sqrt{\Delta x_n^2 + \Delta y_n^2 + \Delta z_n^2}$$

Аналогично как и в предыдущем случае σ_n вычисляется перебором для различного сочетания q_j и выбирается такое сочетание датчиков, для которого $\sigma_n = \min$.

Особый интерес представляет задача выбора сочетания датчиков при их однотипности, когда погрешность $\Delta q_j = \text{const}$. В данном случае анализируются только коэффициенты матрицы K в (5.26).

Процедура выбора информационных датчиков может выполняться только для линейных или только угловых координат вектора ΔR .

Далее рассмотрим задачу выбора траекторий относительного перемещения инструмента и обрабатываемого изделия для различных зон, задаваемых системой контроля поверхности. Система контроля обрабатываемой поверхности выдает информацию о величине припуска и шероховатости обрабатываемой поверхности. При этом выделяются зоны S_1, S_2, \dots, S_i на обрабатываемой поверхности с соответствующей величиной припуска или шероховатости (рис. 5.20).

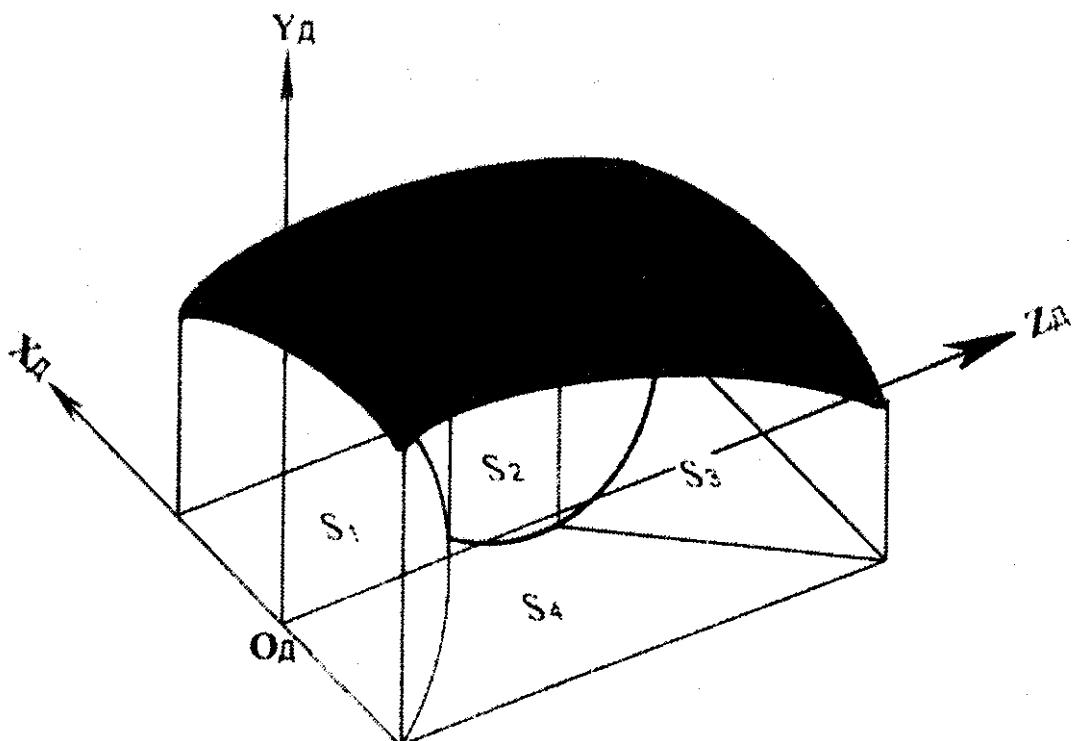


Рис. 5.20

Требуется провести анализ каждой зоны и выбрать для нее соответствующую траекторию перемещения инструмента и режимы обработки. Анализ зон включает: определение ее границ, вписывание ее в одну из фигур, хранящихся в базе данных, выбор начальной точки движения инструмента и назначение траектории его движения. Таким образом, требуется решить задачу распознавания образа зоны поверхности и выбор вариантов обработки.

Представим данную процедуру на языке формальной логики. Рассмотрим детерминированный подход на основе обучаемых классификаторов [35]. Будем считать, что оптическая система, просматривая всю поверхность с заданной дискретностью, формирует координаты зоны S_i , в которой отклонения припуска или шероховатости лежит в пределах заданной величины Δ .

Каждая зона представляет массив точек r_i поверхности, характеризуемых двумя координатами $r_i = (x_i z_i)^T$. Решается плоская задача. Третья координата может быть вычислена через две известные, так как поверхность считается заданной и следовательно имеется зависимость $y_i = F(x_i z_i)$, представляемая либо в виде сплайнов, либо двумерных полиномов.

С целью сокращения объема информации достаточно для каждой зоны S_i хранить только координаты ее границы, так как координаты и режимы обработки внутренних точек полностью определяются через координаты границы.

Зная границы зоны, требуется отнести ее к одной из регулярных фигур, в которую она вписывается полностью с минимальными отклонениями. В качестве регулярных фигур принимаются известные геометрические фигуры, в нашем случае — это окружность и прямоугольник.

Близость поверхностей будем оценивать по минимуму площадей

$$S_\Phi - S_i = \min ,$$

где S_Φ — площадь типовой фигуры; S_i — площадь анализируемой зоны.

Итак, первоначально необходимо оптимальным образом вписать зону в каждую из типовых фигур. Затем сравнить площади фигуры с площадью зоны и причислить ее к фигуре, для которой разность площадей минимальна.

Сопоставление зоны поверхности с одной из фигур выполняется по расстоянию между множествами точек границы зоны и типовой фигуры. Первоначально определяются координаты центра зоны как центра ее тяжести (рис. 5.21):

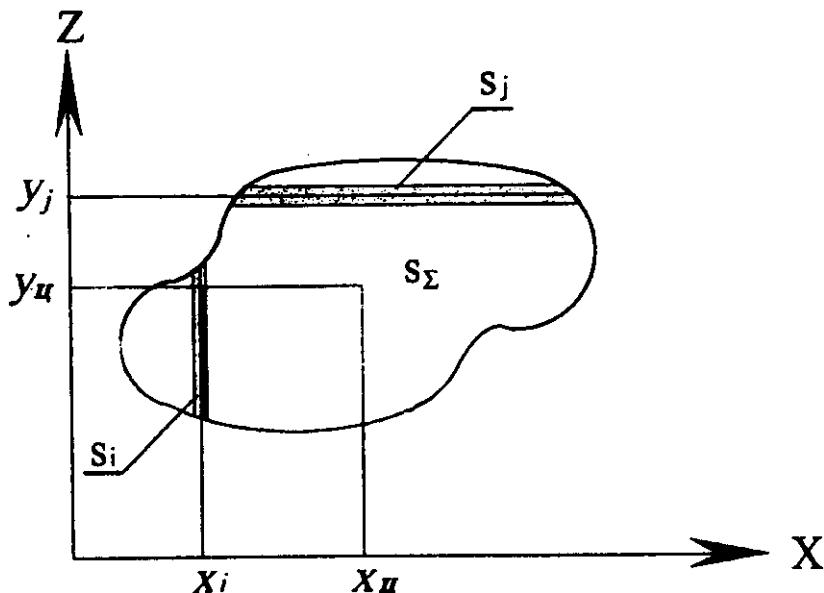


Рис. 5.21

расстояние до максимально удаленной точки границы зоны

$$R = \max_{x_i \in X_s, y_i \in y_s} \sqrt{(x_i - x_{\text{ц}})^2 + (y_i - y_{\text{ц}})^2} \quad (5.28)$$

Для прямоугольника координаты $x_{\text{ц}}$ $y_{\text{ц}}$ также принимаются за центр его тяжести. Требуется вписать анализируемую зону поверхности с минимальной площадью. Для этого осуществляется его вращение вокруг точки с координатами $x_{\text{ц}}$ $y_{\text{ц}}$ и определение касания сторон АВСД границей зоны анализируемого объекта (рис. 5.22). Для прямой В точки зоны лежат выше прямой и точка касания 2 должна удовлетворять уравнению прямой. Допустим, что прямая В описывается уравнением

$$y_B = K_i x_B + b_i \quad (5.29)$$

Для поиска точек касания 2 и 4 при фиксированном K_i изменяется b_i и определяются рас-

$$x_{\text{ц}} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i x_i}{s_{\Sigma}},$$

$$y_{\text{ц}} = \frac{\sum_{j=1}^n s_j x_j}{s_{\Sigma}}$$

(5.27)

Координаты $x_{\text{ц}}$ $y_{\text{ц}}$ принимаются за координаты центра описанной окружности. Радиус окружности определяется как

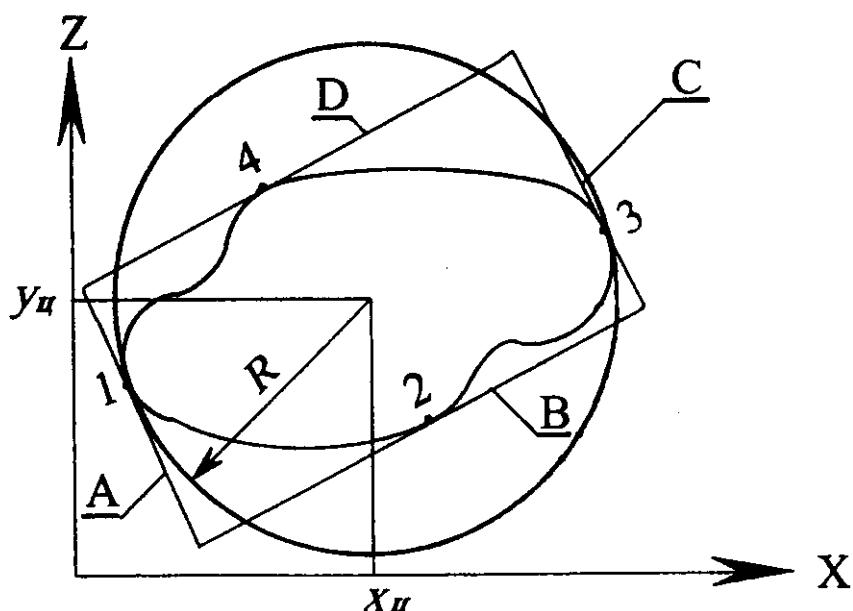


Рис. 5.22

стояния d_i от точек границы до прямой. В точке касания расстояние до прямой равно нулю в пределах дискретности изменения $b_i, d_2 = d_4 = 0$.

Одновременно для прямой, описываемой выражением (5.29), определяется уравнение перпендикулярных прямых:

$$y_A = \frac{1}{K_1} x_A + b_j \quad (5.30)$$

Аналогично определяются точки касания 1 и 3 с соответствующей прямой при условии, что $d_1 = d_3 = 0$.

Данная процедура повторяется при повороте прямых (5.29) и (5.30) на угол 180° с заданной дискретностью ($K_i = \text{var}$) и для каждого прямоугольника определяется его площадь. В качестве прямоугольника, в который вписывается зона принимается прямоугольник, имеющий минимальную площадь.

Затем определяется разность между площадью анализируемой зоны и площадями описанного круга и прямоугольника. Фигура, для которой разность площадей наименьшая, принимается как наиболее близкая по своей конфигурации к анализируемой зоне.

Для зоны наиболее близкой к кругу принимается траектория движения инструмента по спирали (рис. 5.23, а), начиная от центра. Для прямоугольника — это ломанная линия с началом, например, в точке Н (рис. 5.23, б).

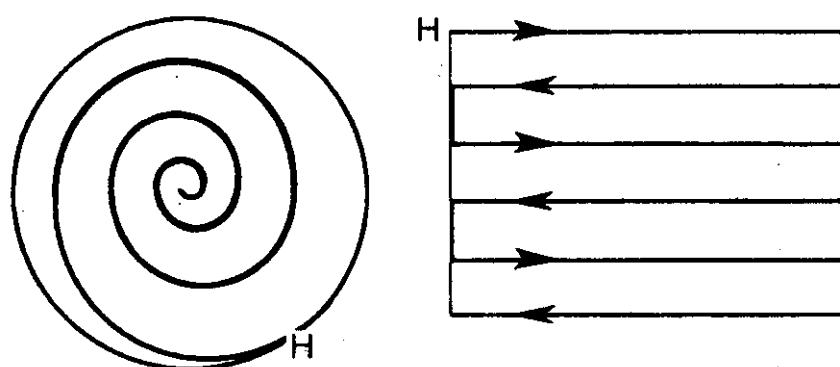


Рис. 5.23

Таким образом, рассмотренные выше элементы искусственного интеллекта в технологических машинах позволяют только частично исключить человека от участия в управлении. Однако, данные результаты направлены на то, чтобы заменить человека даже при выполнении сложных, интеллектуальных операций.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Вычисление координат платформы плоского пятиподвижного механизма через координаты кинематических цепей

Кинематическая цепь привода	Выражения для вектора R_i
q_1	$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2 C^* q_1 - L_3 C(\theta_B + q_1) \\ L_2 S^* q_1 - L_3 S(\theta_B + q_1) \\ h \end{bmatrix}$
q_2	$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 + L_5 C q_2 - L_4 C(\theta_L + q_2) \\ L_5 S q_2 - L_4 S(\theta_L + q_2) \\ h \end{bmatrix}$

* Для сокращения записи введены упрощения $\sin q = Sq$ и $\cos q = Cq$.

2. Вычисление управляемых координат плоского пятиподвижного механизма по известным координатам положения платформы

Выходные координаты	Управляемые координаты q
x_i, y_i	$q_1 = \arcsin \left(\frac{K_1 y_i \pm x_i \sqrt{x_i^2 + y_i^2 - K_1^2}}{x_i^2 + y_i^2} \right), \quad K_1 = \frac{x_i^2 + y_i^2 + L_2^1 - L_3^2}{2L_2}$ $q_2 = \arcsin \left(\frac{K_2 y_i \mp (L_1 - x_i) \sqrt{(L_1 - x_i)^2 + y_i^2 - K_2^2}}{(L_1 - x_i)^2 + y_i^2} \right), \quad K_2 = \frac{L_5^2 - L_4^2}{2L_5} \frac{(L_1 - x_i)^2 + y_i^2}{(L_1 - x_i)^2 + y_i^2}$
x_i, φ_i	$q_1 = \arccos \left(\frac{x_i - L_3 C \varphi_i}{L_2} \right)$ $q_2 = \arcsin \left(\frac{K_3 d \mp (L_1 - x_i) \sqrt{(L_1 - x_i)^2 + d^2 - K_3^2}}{(L_1 - x_i)^2 + d^2} \right),$ где $d = L_2 S q_1 + L_3 S \varphi_i ; \quad K_3 = \frac{L_5^2 - L_4^2}{2L_5} \frac{(L_1 - x_i)^2 - d^2}{(L_1 - x_i)^2 + d^2}$

y_i, φ_i	$q_1 = \arcsin \left(\frac{y_i - L_3 C\varphi_i}{L_2} \right)$ $q_2 = \arcsin \left(\frac{K_3 y_i \mp (L_1 - c) \sqrt{(L_1 - c)^2 + y_i^2 - K_3^2}}{(L_1 - c)^2 + y_i^2} \right),$ <p>где $c = L_2 C q_1 + L_3 C \varphi_i$; $K_3 = \frac{L_5^2 - L_4^2}{2L_5} \frac{(L_1 - c)^2 - dy_i^2}{(L_1 - c)^2 + y_i^2}$</p>
------------------	--

3. Выражения для матриц направляющих косинусов двухступенного сферического механизма

Матрицы	Выражения для матриц кинематических цепей приводов	
	q_1	q_2
${}^0C_{qk}$	$\begin{bmatrix} C\varphi_5 & 0 & S\varphi_5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\varphi_5 & 0 & C\varphi_5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_4 & -S\varphi_4 \\ 0 & S\varphi_4 & C\varphi_4 \end{bmatrix}$
${}^{qk}C_1$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & Cq_1 & -Sq_1 \\ 0 & Sq_1 & Cq_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Cq_2 & 0 & Sq_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -Sq_2 & 0 & Cq_2 \end{bmatrix}$
1C_2	$\begin{bmatrix} C\varphi_1 & 0 & S\varphi_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\varphi_1 & 0 & C\varphi_1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_3 & -S\varphi_3 \\ 0 & S\varphi_3 & C\varphi_3 \end{bmatrix}$
2C_n	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_B & -S\varphi_B \\ 0 & S\varphi_B & C\varphi_B \end{bmatrix}$	—
2C_3	—	$\begin{bmatrix} C\Psi_L & 0 & S\Psi_L \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\Psi_L & 0 & C\Psi_L \end{bmatrix}$
3C_4	—	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_2 & -S\varphi_2 \\ 0 & S\varphi_2 & C\varphi_2 \end{bmatrix}$
4C_n	—	$\begin{bmatrix} C\Psi_C & 0 & S\Psi_C \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\Psi_C & 0 & C\Psi_C \end{bmatrix}$

4. Вычисление управляемых координат двухстепенного сферического механизма

Сочетания осей	Выражения для управляемых координат
X _П , Y _П	$q_1 = \arccos\left(\frac{C_{11} - C_{\varphi_1}C_{\varphi_5}}{S_{\varphi_1}S_{\varphi_5}}\right)$ $\varphi_6 = \arcsin\left(\frac{-C_{11}C_{22}S_{\varphi_4} \pm C_{\varphi_4}\sqrt{C^2_{\varphi_4} + C^2_{11}S^2_{\varphi_1} - C^2_{22}}}{C^2_{\varphi_4} + C^2_{11}S^2_{\varphi_4}}\right)$ $\psi_L = \arccos\left(\frac{C_{\varphi_6} - C_{\varphi_2}C_{\varphi_3}}{S_{\varphi_2}S_{\varphi_3}}\right)$ $q_2 = \arccos(C_{11}) + \arcsin\frac{S_{\varphi_2}S_{\psi_L}}{S_{\varphi_6}}$
X _П , Z _П	$q_1 = \arccos\left(\frac{C_{11} - C_{\varphi_1}C_{\varphi_5}}{S_{\varphi_1}S_{\varphi_5}}\right)$ $\varphi_6 = \arcsin\left(\frac{-C_{33}S_{\varphi_4} \pm C_{11}C_{\varphi_4}\sqrt{S^2_{\varphi_4} + C^2_{11}C^2_{\varphi_4} - C^2_{33}}}{S^2_{\varphi_4} + C^2_{11}C^2_{\varphi_1}}\right)$ $\psi_L = \arccos\left(\frac{C_{\varphi_6} - C_{\varphi_2}\varphi_3}{S_{\varphi_2}S_{\varphi_3}}\right)$ $q_2 = \arccos(C_{11}) + \arcsin\left(\frac{S_{\varphi_2}S_{\psi_L}}{S_{\varphi_6}}\right)$

5. Матрицы направляющих косинусов трехподвижного сферического механизма

Матрицы	Выражения для матриц кинематических цепей приводов		
	q_1	q_2	q_3
0C_q	$\begin{bmatrix} Cq_k & -Sq_k & 0 \\ Sq_k & Cq_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	где $k = 1$ для q_1 $k = 2$ для q_2 $k = 3$ для q_3	
qC_1	$\begin{bmatrix} C(90^\circ - \psi_2) & 0 & S(90^\circ - \psi_2) \\ 0 & 1 & 0 \\ -S(90^\circ - \psi_2) & 0 & C(90^\circ - \psi_2) \end{bmatrix}$		
1C_2	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi_A & -S\phi_A \\ 0 & S\phi_A & C\phi_A \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi_K & -S\phi_K \\ 0 & S\phi_K & C\phi_K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi_M & -S\phi_M \\ 0 & S\phi_M & C\phi_M \end{bmatrix}$
2C_3		$\begin{bmatrix} C\psi_2 & 0 & S\psi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\psi_2 & 0 & C\psi_2 \end{bmatrix}$	
3C_n	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
3A_4	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. Вычисление управляемых координат трехподвижного сферического механизма

Выражение для управляемых координат	Параметры a , b и c для кинематических цепей приводов		
	q_1	q_2	q_3
a		C_ϕ	
b		$C\psi_2 S_\phi$	
$q_j = \arcsin \left(\frac{bc + a\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{a^2 + b^2} \right)$	c	C_{22}	$\frac{3C_{11} - (C_{21} + C_{12})\sqrt{3} + C_{22}}{4}$
			$\frac{3C_{11} + (C_{21} + C_{12})\sqrt{3} + C_{22}}{4}$

7. Матрица преобразования координат поступательно-ориентирующего пространственного механизма

Матрицы	Кинематические цепи для приводов		
	q_1	q_2	q_3
${}^0 A_{qi}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -b_1 \\ 0 & 1 & 0 & -c_1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -b_1 \\ 0 & 1 & 0 & c_1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 1 & 0 & -b_2 \\ 0 & 0 & 1 & -d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^i A_1$	$\begin{bmatrix} Cq_1 & 0 & S q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S q_1 & 0 & C q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C q_2 & 0 & S q_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S q_2 & 0 & C q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C q_3 & -S q_3 & 0 & 0 \\ S q_3 & C q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^1 A_2$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Продолжение табл. 7

$2 A_3$	$\begin{bmatrix} C\Psi_B & 0 & S\Psi_B & 0 \\ S\Phi_BS\Psi_B & C\Phi_B & -S\Phi_BC\Psi_B & 0 \\ -C\Phi_BS\Psi_B & S\Phi_B & C\Phi_BC\Psi_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C\Psi_E & 0 & S\Psi_E & 0 \\ S\Phi_ES\Psi_E & C\Phi_E & -S\Phi_EC\Psi_E & 0 \\ -C\Phi_ES\Psi_E & S\Phi_E & C\Phi_EC\Psi_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C\Psi_PC\theta_P & -C\Psi_PS\theta_P & S\Psi_P & 0 \\ S\theta_P & C\theta_P & 0 & 0 \\ -S\Psi_PC\theta_P & S\Psi_P\theta_P & C\Psi_P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$3 A_4$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$4 A_5$	$\begin{bmatrix} C\Psi nC\theta n & -C\Psi nS\theta n & -S\Psi n & 0 \\ S\Phi nS\Psi nC\theta n + C\Phi nS\theta n & -S\Phi nS\Psi nS\theta n + C\Phi nC\theta n & -S\Phi nC\Psi n & 0 \\ -C\Phi nS\Psi nC\theta n + S\Phi nS\theta n & C\Phi nS\Psi nS\theta n + S\Phi nC\theta n & C\Phi nC\Psi n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -c_1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$5 A_6$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & c_1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} q_1 & n=C \\ q_2 & n=D \\ q_3 & n=G \\ q_4 & n=H \\ q_5 & n=K \\ q_6 & n=L \end{bmatrix}$
227							

Кинематические цепи для приводов

Продолжение табл. 7

$2A_3$	$\begin{bmatrix} C\psi_Q C\theta_Q & -C\psi_Q C\theta_Q & S\psi_Q & 0 \\ S\theta_Q & C\theta_Q & 0 & 0 \\ -S\psi_Q C\theta_Q & S\psi_Q C\theta_Q & C\psi_Q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C\theta_N & -S\theta_N C\phi_N & S\theta_N S\phi_N & 0 \\ S\theta_N & C\theta_N C\phi_N & -C\theta_N S\phi_N & 0 \\ 0 & 0 & C\phi_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & c_3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$3A_4$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -c_3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & c_3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$5A_n$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & +c_2+d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -c_3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & c_3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	

8. Вычисление управляемых координат поступательно-ориентирующего пространственного механизма

Кинематическая цепь привода	Выражения для вектора \mathbf{R}_i
q_1	$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ z_{i1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + b_1 - C_{12} c_1 / 2 \\ y_i + c_1 / 2 - C_{22} c_1 / 2 \\ z_i + a_1 - C_{32} c_1 / 2 \end{bmatrix}$
q_2	$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} x_{i2} \\ y_{i2} \\ z_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + b_1 - C_{12} c_1 / 2 \\ y_i - (1 - C_{22}) c_1 / 2 \\ z_i + a_1 - C_{32} c_1 / 2 \end{bmatrix}$
q_3	$\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} x_{i3} \\ y_{i3} \\ z_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - a_2 - C_{13} d \\ y_i + b_2 - C_{33} d \\ z_i - c_1 / 2 - C_{33} d \end{bmatrix}$
q_4	$\mathbf{R}_4 = \begin{bmatrix} x_{i4} \\ y_{i4} \\ z_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - a_2 - C_{13}(c_2 + d) \\ y_i + b_2 - C_{33}(c_2 + d) \\ z_i + c_2 / 2 - C_{33}(c_2 + d) \end{bmatrix}$
q_5	$\mathbf{R}_5 = \begin{bmatrix} x_{i5} \\ y_{i5} \\ z_{i5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + (C_{11} - 1) c_3 / 2 \\ y_i - a_3 + C_{21} c_3 / 2 \\ z_i + b_3 + C_{31} c_3 / 2 \end{bmatrix}$
q_6	$\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} x_{i6} \\ y_{i6} \\ z_{i6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + (1 - C_{11}) c_3 / 2 \\ y_i + a_3 - C_{21} c_3 / 2 \\ z_i + b_3 - C_{31} c_3 / 2 \end{bmatrix}$

9. Вычисление управляемых координат поступательно-ориентирующего пространственного механизма

Системы уравнений для определения управляемых координат	Решения систем уравнений относительно координат	
	управляемых	промежуточных
$Rx_1Cq_1 + Rz_1Sq_1 = x_{i1}$, $Ry_1 = y_{i1}$, $-Rx_1Sq_1 + Rz_1Cq_1 = z_{i1}$, где $Rx_1 = b_1 C\psi_B$, $Ry_1 = b_1 S\psi_B C\psi_B$, $Rz_1 = a_1 - b_1 C\psi_B S\psi_B$	$Sq_1 = \frac{x_{i1}Rz_1 - z_{i1}Rx_1}{x_{i1}^2 + z_{i1}^2}$ $Cq_1 = \frac{x_{i1}Rx_1 + z_{i1}Rz_1}{x_{i1}^2 + z_{i1}^2}$	$\varphi_B = \arctg \left(\frac{2a_1 y_{i1}}{a_1^2 + b_1^2 - x_{i1}^2 - y_{i1}^2 - z_{i1}^2} \right)$ $\psi_B = \arcsin \left(\frac{y_{i1}}{b_1 S\varphi_B} \right)$
$Rx_2Cq_2 + Rz_2Sq_2 = x_{i2}$, $Ry_2 = y_{i2}$, $-Rx_2Sq_2 + Rz_2Cq_2 = z_{i2}$, где $Rx_2 = b_1 C\psi_E$, $Ry_2 = b_1 S\psi_E C\psi_E$, $Rz_2 = a_1 - b_1 C\psi_E S\psi_E$	$Sq_2 = \frac{x_{i2}Rz_2 - z_{i2}Rx_2}{x_{i2}^2 + z_{i2}^2}$ $Cq_2 = \frac{x_{i2}Rx_2 + z_{i2}Rz_2}{x_{i2}^2 + z_{i2}^2}$	$\varphi_E = \arctg \left(\frac{2a_1 y_{i2}}{a_1^2 + b_1^2 - x_{i2}^2 - y_{i2}^2 - z_{i2}^2} \right)$ $\psi_E = \arcsin \left(\frac{y_{i2}}{b_1 S\varphi_E} \right)$
$-Rx_3Cq_3 - Ry_3Sq_3 = x_{i3}$, $-Rx_3Sq_3 + Ry_3Cq_3 = y_{i3}$, $Rz_3 = z_{i3}$ где $Rx_3 = a_2 + b_2 C\psi_P S\theta_P$, $Ry_3 = b_2 C\psi_P$, $Rz_3 = b_2 S\psi_P C\theta_P$	$Sq_3 = \frac{y_{i3}Ry_3 - x_{i3}Rx_3}{Rx_3^2 + Ry_3^2}$ $Cq_3 = -\frac{x_{i3}Ry_3 + y_{i3}Rx_3}{Rx_3^2 + Ry_3^2}$	$\psi_P = \arctg \left(\frac{2a_2 z_{i3}}{x_{i3}^2 + y_{i3}^2 + z_{i3}^2 - a_2^2 - b_2^2} \right)$ $\theta_P = \arcsin \left(\frac{z_{i3}}{b_2 S\psi_P} \right)$

$-Rx_4Cq_4 - Ry_4Sq_4 = x_{i4}$ $-Rx_4Sq_4 + Ry_4Cq_4 = y_{i4}$ $Rz_4 = z_{i4}$ <p>где</p> $Rx_4 = a_2 + b_2 C\psi_Q S\theta_Q$ $Ry_4 = b_2 C\theta_Q,$ $Rz_4 = b_2 S\psi_Q C\theta_Q$	$Sq_4 = \frac{y_{i4}Ry_4 - x_{i4}Rx_4}{Rx_4^2 + Ry_4^2}$ $Cq_4 = -\frac{x_{i4}Ry_4 + y_{i4}Rx_4}{Rx_4^2 + Ry_4^2}$	$\psi_Q = \operatorname{arctg} \left(\frac{2a_2z_{i4}}{x_{i4}^2 + y_{i4}^2 + z_{i4}^2 - a_2^2 - b_2^2} \right)$ $\theta_Q = \arcsin \left(\frac{z_{i4}}{b_2 S\psi_Q} \right)$
$Rx_5 = x_{i5},$ $-Ry_5Cq_5 + Rz_5Sq_5 = y_{i5},$ $-Ry_5Sq_5 + Rz_5Cq_5 = z_{i5},$ <p>где</p> $Rx_5 = b_3 S\theta_M C\phi_M,$ $Ry_5 = a_3 + b_3 C\theta_M S\phi_M,$ $Rz_5 = b_3 C\phi_M$	$Sq_5 = -\frac{y_{i5}Rz_5 + z_{i5}Rx_5}{Rx_5^2 + Rz_5^2}$ $Cq_5 = \frac{z_{i5}Rz_5 - y_{i5}Rx_5}{Rx_5^2 + Rz_5^2}$	$\theta_M = \operatorname{arctg} \left(\frac{2a_3x_{i5}}{x_{i5}^2 + y_{i5}^2 + z_{i5}^2 - a_3^2 - b_3^2} \right)$ $\phi_M = \arcsin \left(\frac{x_{i5}}{b_3 S\theta_M} \right)$
$Rx_6 = x_{i6},$ $-Ry_6Cq_6 + Rz_6Sq_6 = y_{i6},$ $-Ry_6Sq_6 + Rz_6Cq_6 = z_{i6},$ <p>где</p> $Rx_6 = b_3 S\theta_N S\phi_N,$ $Ry_6 = a_3 + b_3 C\theta_N S\phi_N,$ $Rz_6 = b_3 C\phi_N$	$Sq_6 = -\frac{y_{i6}Rz_6 + z_{i6}Rx_6}{Rx_6^2 + Rz_6^2}$ $Cq_6 = \frac{z_{i6}Rz_6 - y_{i6}Rx_6}{Rx_6^2 + Rz_6^2}$	$\theta_N = \operatorname{arctg} \left(\frac{2a_3x_{i6}}{x_{i6}^2 + y_{i6}^2 + z_{i6}^2 - a_3^2 - b_3^2} \right)$ $\phi_N = \arcsin \left(\frac{x_{i6}}{b_3 S\theta_N} \right)$

10. Матрицы преобразования координат для платформы Стиюарта

Выражения для матриц кинематических цепей приводов					
Матрицы	q_1	q_2	q_3		
${}^0 A_m$	Шарнир A_1 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир A_2 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир B_3 $\begin{bmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & -R_0/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & \sqrt{3} R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		
${}^m A_l$	Шарнир A_1 $\begin{bmatrix} C\Psi_{A1} & 0 & S\Psi_{A1} & 0 \\ S\Phi_{A1}S\Psi_{A1} & C\Phi_{A1} & C\Psi_{A1} & 0 \\ -S\Phi_{A1}C\Psi_{A1} & 0 & S\Phi_{A2}S\Psi_{A2} & 0 \\ C\Phi_{A1}C\Psi_{A1} & 0 & -C\Phi_{A2}S\Psi_{A2} & 0 \\ -C\Phi_{A1}S\Psi_{A1} & 0 & C\Phi_{A2}C\Psi_{A2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир A_2 $\begin{bmatrix} C\Psi_{A2} & 0 & S\Psi_{A2} & 0 \\ S\Phi_{A2}S\Psi_{A2} & C\Phi_{A2} & C\Psi_{A2} & 0 \\ -S\Phi_{A2}C\Psi_{A2} & 0 & S\Phi_{A3}S\Psi_{B3} & 0 \\ C\Phi_{A2}C\Psi_{A2} & 0 & -C\Phi_{B3}S\Psi_{B3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир B_3 $\begin{bmatrix} C\Psi_{B3} & 0 & S\Psi_{B3} & 0 \\ S\Phi_{B3}S\Psi_{B3} & C\Phi_{B3} & C\Psi_{B3} & 0 \\ -S\Phi_{B3}C\Psi_{B3} & 0 & S\Phi_{B3}S\Psi_{B3} & 0 \\ C\Phi_{B3}C\Psi_{B3} & 0 & C\Phi_{B3}C\Psi_{B3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		
${}^1 A_2$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	

Продолжение табл. 10

$2 A_3$ $\begin{bmatrix} C\psi n C\theta n & S\phi n S\psi n C\theta n - C\phi n S\theta n \\ C\psi n S\theta n & S\theta n S\phi n S\psi n + C\phi n C\theta n \\ -S\psi n & S\phi n C\psi n \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C\phi n S\psi n C\theta n + S\phi n S\theta n & 0 \\ C\phi n S\psi n S\theta n - S\phi n C\theta n & 0 \\ 0 & 1 \\ C\phi n C\psi n & 0 \end{bmatrix}$	где для																								
		$q_1 \quad n = D_1$ $q_2 \quad n = E_2$ $q_3 \quad n = E_3$ $q_4 \quad n = F_4$ $q_5 \quad n = F_5$ $q_6 \quad n = D_6$																								
$3 A_n$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -R_n \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="4" style="text-align: center;">Шарнир D₁</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="width: 25%;">q_4</td><td style="width: 25%;">q_5</td><td style="width: 25%;">q_6</td><td style="width: 25%;"></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</td><td style="text-align: center;">$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</td><td style="text-align: center;">$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</td><td style="text-align: center;">Шарнир E₂</td></tr> </tbody> </table>	Шарнир D ₁				q_4	q_5	q_6		$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир E ₂	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="4" style="text-align: center;">Шарнир E₃</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="width: 25%;">q_4</td><td style="width: 25%;">q_5</td><td style="width: 25%;">q_6</td><td style="width: 25%;"></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</td><td style="text-align: center;">$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_0/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</td><td style="text-align: center;">$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_0/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</td><td style="text-align: center;">Шарнир C₆</td></tr> </tbody> </table>	Шарнир E ₃				q_4	q_5	q_6		$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_0/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_0/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир C ₆
Шарнир D ₁																										
q_4	q_5	q_6																								
$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир E ₂																							
Шарнир E ₃																										
q_4	q_5	q_6																								
$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_n/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_0/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -R_0/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}R_0/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	Шарнир C ₆																							

${}^n A_1$	Шарнир B ₄	Шарнир C ₅	Шарнир C ₆
	$\begin{bmatrix} C\Psi_{B4} & 0 & S\Psi_{B4} & 0 \\ S\Phi_{B4}S\Psi_{B4} & C\Phi_{B4} & -S\Phi_{B4}C\Psi_{B4} & 0 \\ -C\Phi_{B4}S\Psi_{B4} & S\Phi_{B4} & C\Phi_{B4}C\Psi_{B4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C\Psi_{C5} & 0 & S\Psi_{C5} & 0 \\ S\Phi_{C5}S\Psi_{C5} & 0 & -S\Phi_{C5}C\Psi_{C5} & 0 \\ -C\Phi_{C5}S\Psi_{C5} & 0 & C\Phi_{C5}C\Psi_{C5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} C\Psi_{C6} & 0 & S\Psi_{C6} & 0 \\ S\Phi_{C6}S\Psi_{C6} & 0 & -S\Phi_{C6}C\Psi_{C6} & 0 \\ -C\Phi_{C6}S\Psi_{C6} & 0 & C\Phi_{C6}C\Psi_{C6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^1 A_2$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^3 A_n$	Шарнир F ₄	Шарнир F ₅	Шарнир D ₆
	$\begin{bmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & -R_n \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -R_n \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

11. Вычисление промежуточных координат для платформы Стюарта

Кинематическая цепь привода	Выражения для вектора \mathbf{R}_i
q_1	$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ z_{i1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - R_0 + C_{11}R_\pi \\ y_i + C_{21}R_\pi \\ z_i + C_{32}R_\pi \end{bmatrix}$
q_2	$\mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} x_{i2} \\ y_{i2} \\ z_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i - R_0 + (\sqrt{3}C_{12} - C_{11})R_\pi/2 \\ y_i + (\sqrt{3}C_{22} - C_{21})R_\pi/2 \\ z_i + (\sqrt{3}C_{32} - C_{31})R_\pi/2 \end{bmatrix}$
q_3	$\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} x_{i3} \\ y_{i3} \\ z_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (y_i\sqrt{3} - x_i)/2 - R_0 + (C_{11} + 3C_{22} - (C_{12} + C_{21})\sqrt{3})R_\pi/4 \\ -(x_i\sqrt{3} + y_i)/2 - (C_{21} + 3C_{12} + (C_{11} + C_{22})\sqrt{3})R_\pi/4 \\ z_i + (C_{32}\sqrt{3} - C_{31})R_\pi/2 \end{bmatrix}$
q_4	$\mathbf{R}_4 = \begin{bmatrix} x_{i4} \\ y_{i4} \\ z_{i4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\sqrt{3}y_i - x_i)/2 - R_0 + (C_{11} - 3C_{22} + (C_{12} - C_{21})\sqrt{3})R_\pi/4 \\ -(\sqrt{3}x_i + y_i)/2 + (C_{21} + 3C_{12} + (C_{11} + C_{22})\sqrt{3})R_\pi/4 \\ z_i - (\sqrt{3}C_{32} + C_{31})R_\pi/2 \end{bmatrix}$
q_5	$\mathbf{R}_5 = \begin{bmatrix} x_{i5} \\ y_{i5} \\ z_{i5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\sqrt{3}y_i + x_i)/2 - R_0 + (C_{11} + 3C_{22} - (C_{12} + C_{21})\sqrt{3})R_\pi/4 \\ (\sqrt{3}x_i - y_i)/2 + (C_{21} - 3C_{12} + (C_{22} - C_{11})\sqrt{3})R_\pi/4 \\ z_i - (\sqrt{3}C_{32} + C_{31})R_\pi/2 \end{bmatrix}$
q_6	$\mathbf{R}_6 = \begin{bmatrix} x_{i6} \\ y_{i6} \\ z_{i6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\sqrt{3}y_i + x_i)/2 - R_0 - (C_{11} + C_{21})R_\pi/2 \\ (\sqrt{3}x_i - y_i)/2 + (\sqrt{3}C_{11} - C_{21})R_\pi/2 \\ z_i + C_{31}R_\pi \end{bmatrix}$

**12. Матрицы преобразования координат
для механизма относительного манипулирования
(манипулятор перемещения инструмента)**

Выражения
для матриц кинематических цепей приводов

Матрица	q_1	Матрица	q_2
${}^0 A_{q1}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_{10} \\ 0 & 0 & 1 & z_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^0 A_{q2}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_{20} \\ 0 & 0 & 1 & z_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^{q1} A_1$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Cq_1 & -Sq_1 & 0 \\ 0 & Sq_1 & Cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^{q2} A_4$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Cq_2 & -Sq_2 & 0 \\ 0 & Sq_2 & Cq_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^1 A_2$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_A & -S\varphi_A & 0 \\ 0 & S\varphi_A & C\varphi_A & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^4 A_3$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_c & -S\varphi_c & 0 \\ 0 & S\varphi_c & C\varphi_c & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^2 A_3$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_B & -S\varphi_B & -L_3 S\varphi_B \\ 0 & S\varphi_B & C\varphi_B & L_3 C\varphi_B + L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^3 A_n$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_n \\ 0 & Cq_3 & -Sq_3 & y_n \\ 0 & Sq_3 & Cq_3 & z_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**13. Матрицы преобразования координат
для механизма относительного манипулирования
(манипулятор перемещения детали)**

Выражения
для матриц кинематических цепей приводов

Матрица	q_4	Матрица	q_4
${}^0 A_{q4}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{40} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{40} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^0 A_{q5}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{50} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{50} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^4 A_5$	$\begin{bmatrix} Cq_4 & 0 & Sq_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -Sq_4 & 0 & Cq_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^5 A_8$	$\begin{bmatrix} Cq_5 & 0 & Sq_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -Sq_5 & 0 & Cq_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^5 A_6$	$\begin{bmatrix} C\Psi_G & 0 & S\Psi_G & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\Psi_G & 0 & C\Psi_G & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^5 A_8$	$\begin{bmatrix} C\Psi_E & 0 & S\Psi_E & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\Psi_E & 0 & C\Psi_E & L_8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
${}^6 A_{\Pi}$	$\begin{bmatrix} Cq_6 & -Sq_6 & 0 & x_{\Pi} \\ 0 & 0 & 1 & y_{\Pi} \\ -Sq_6 & -Cq_6 & 0 & z_{\Pi} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	${}^7 A_{6k}$	$\begin{bmatrix} C\Psi_F & 0 & S\Psi_F & L_6 S\Psi_F \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\Psi_F & 0 & C\Psi_F & L_6 C\Psi_F + L_7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**14. Выражения для коэффициентов уравнения,
описывающего поверхность**

A_1	$P_{11} + P_{21} + P_{31} + P_{12} + P_{22} + P_{32} + P_{13} + P_{23} + P_{33}$
A_2	$-P_{11}(x_{12} + x_{13}) - P_{21}(x_{22} + x_{23}) - P_{31}(x_{32} + x_{33}) - P_{12}(x_{11} + x_{13}) - P_{22}(x_{21} + x_{23}) - P_{32}(x_{31} + x_{33}) - P_{13}(x_{11} + x_{12}) - P_{23}(x_{21} + x_{22}) - P_{33}(x_{31} + x_{32})$
A_3	$-P_{11}(z_{21} + z_{31}) - P_{21}(z_{11} + z_{31}) - P_{31}(z_{11} + z_{21}) - P_{12}(z_{22} + z_{32}) - P_{22}(z_{12} + z_{32}) - P_{32}(z_{12} + z_{22}) - P_{13}(z_{23} + z_{33}) - P_{23}(z_{13} + z_{33}) - P_{33}(z_{13} + z_{23})$
A_4	$P_{11}X_{12}X_{13} + P_{21}X_{22}X_{23} + P_{31}X_{32}X_{33} + P_{12}X_{11}X_{13} + P_{22}X_{21}X_{23} + P_{32}X_{21}X_{33} + P_{13}X_{11}X_{12} + P_{23}X_{21}X_{22} + P_{33}X_{31}X_{32}$
A_5	$P_{11}Z_{21}Z_{31} + P_{21}Z_{11}Z_{31} + P_{31}Z_{11}Z_{21} + P_{12}Z_{22}Z_{32} + P_{22}Z_{12}Z_{32} + P_{32}Z_{12}Z_{22} + P_{13}Z_{23}Z_{33} + P_{23}Z_{13}Z_{33} + P_{33}Z_{13}Z_{23}$
A_6	$P_{11}(Z_{21} + Z_{31})(X_{12} + X_{13}) + P_{21}(Z_{11} + Z_{31})(X_{22} + X_{23}) + P_{31}(Z_{11} + Z_{21})(X_{32} + X_{33}) + P_{12}(Z_{22} + Z_{32})(X_{11} + X_{13}) + P_{22}(Z_{12} + Z_{32})(X_{21} + X_{23}) + P_{32}(Z_{12} + Z_{32})(X_{21} + X_{33}) + P_{13}(Z_{23} + Z_{33})(X_{11} + X_{12}) + P_{23}(Z_{13} + Z_{33})(X_{21} + X_{22}) + P_{33}(Z_{13} + Z_{23})(X_{31} + X_{32})$
A_7	$-P_{11}X_{12}X_{13}(Z_{21} + Z_{31}) - P_{21}X_{22}X_{23}(Z_{11} + Z_{31}) - P_{31}X_{32}X_{33}(Z_{11} + Z_{21}) - P_{12}X_{11}X_{13}(Z_{22} + Z_{32}) - P_{22}X_{21}X_{23}(Z_{12} + Z_{32}) - P_{32}X_{21}X_{33}(Z_{12} + Z_{22}) - P_{13}X_{11}X_{12}(Z_{23} + Z_{33}) - P_{23}X_{21}X_{22}(Z_{13} + Z_{33}) - P_{33}X_{31}X_{32}(Z_{13} + Z_{23})$
A_8	$-P_{11}Z_{21}Z_{31}(X_{12} + X_{13}) - P_{21}Z_{11}Z_{31}(X_{22} + X_{23}) - P_{31}Z_{11}Z_{21}(X_{32} + X_{33}) - P_{12}Z_{22}Z_{32}(X_{11} + X_{13}) - P_{22}Z_{12}Z_{32}(X_{21} + X_{33}) - P_{32}Z_{12}Z_{22}(X_{21} + X_{33}) - P_{13}Z_{23}Z_{33}(X_{11} + X_{12}) - P_{23}Z_{13}Z_{33}(X_{21} + X_{22}) - P_{33}Z_{13}Z_{23}(X_{31} + X_{32})$
A_9	$-P_{11}Z_{21}Z_{31}(X_{12} + X_{13}) - P_{21}Z_{11}Z_{31}(X_{22} + X_{23}) - P_{31}Z_{11}Z_{21}(X_{32} + X_{33}) - P_{12}Z_{22}Z_{32}(X_{11} + X_{13}) - P_{22}Z_{12}Z_{32}(X_{21} + X_{33}) - P_{32}Z_{12}Z_{22}(X_{21} + X_{33}) - P_{13}Z_{23}Z_{33}(X_{11} + X_{12}) - P_{23}Z_{13}Z_{33}(X_{21} + X_{22}) - P_{33}Z_{13}Z_{23}(X_{31} + X_{32})$
A_9	$P_{11}Z_{21}Z_{31}X_{12}X_{13} + P_{21}Z_{11}Z_{31}X_{22}X_{23} + P_{31}Z_{11}Z_{21}X_{32}X_{33} + P_{12}Z_{22}Z_{32}X_{11}X_{13} + P_{22}Z_{12}Z_{32}X_{21}X_{33} + P_{32}Z_{12}Z_{22}X_{21}X_{33} + P_{13}Z_{23}Z_{33}X_{11}X_{12} + P_{23}Z_{13}Z_{33}X_{21}X_{22} + P_{33}Z_{13}Z_{23}X_{31}X_{32}$

15. Исходные выражения для матриц преобразования координат робота-станка

Матрицы	Выражения	Геометрические параметры механизма	
		Геометрические параметры механизма	
${}^n A_{i+1} = {}^n A_k$	$\begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & L_n + \frac{r_k}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_n + \frac{r_k}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ <p style="text-align: center;">при $\Phi_k = 0$</p> $\begin{vmatrix} -\frac{S\Phi_k}{\sqrt{2}} & -\frac{C\Phi_k}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & L_n + \frac{r_k C\Phi_k}{\sqrt{2}} \\ C\Phi_k & S\Phi_k & 0 & r_k S\Phi_k \\ -\frac{S\Phi_k}{\sqrt{2}} & -\frac{C\Phi_k}{\sqrt{2}} & 0 & r_n + \frac{r_k C\Phi_k}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ <p style="text-align: center;">при $\Phi_k \neq 0$</p>	$L_n = 0$ $r_k = 100 \text{ мм}$ $r_k = 0$	
${}^0 A_n$	$\begin{vmatrix} \frac{C(\varphi_2 + q_2)}{\sqrt{2}} & \frac{Cq_3 - S(\varphi_2 + q_2)Sq_3}{\sqrt{2}} & \frac{-Sq_3 - S(\varphi_2 + q_2)Cq_3}{\sqrt{2}} & \frac{L_4 Sq_2 - y_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{C(\varphi_2 + q_2)}{\sqrt{2}} & \frac{Cq_3 + S(\varphi_2 + q_2)Sq_3}{\sqrt{2}} & \frac{-Sq_3 + S(\varphi_2 + q_2)Cq_3}{\sqrt{2}} & \frac{y_2 - L_4 Sq_2}{\sqrt{2}} \\ S(\varphi_2 + q_2) & -C(\varphi_2 + q_2)Sq_3 & -C(\varphi_2 + q_2)Cq_3 & z_2 + L_4 Sq_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$L_4 = 250 \text{ мм}$ $y_2 = 765 \text{ мм}$ $z_2 = 435 \text{ мм}$	

Продолжение табл. 15

${}^0 A_{\Delta}$	$\begin{vmatrix} -C(\varphi_4+q_4)Cq_6 & C(\varphi_4+q_4)Cq_6 & -S(\varphi_4+q_4) & x_4 - L_5 C q_4 \\ S q_6 & C q_6 & 0 & 0 \\ -S(\varphi_4+q_4)Cq_6 & -S(\varphi_4+q_4)S q_6 & C(\varphi_4+q_4) & z 4 + L_5 S q_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$L_5 = 250 \text{ мм}$ $x_4 = 0 \text{ мм}$ $z_4 = -150 \text{ мм}$
	$\begin{vmatrix} \frac{S(\varphi_2+q_2)}{\sqrt{2}}(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) & -\frac{C(\varphi_2+q_2)S q_3}{\sqrt{2}}(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) - \frac{S q_3 + S(\varphi_2+q_2)C q_3}{\sqrt{2}}\Delta q_3 \\ \frac{S(\varphi_2+q_2)}{\sqrt{2}}(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) & \frac{C(\varphi_2+q_2)S q_3}{\sqrt{2}}(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) - \frac{S q_3 - S(\varphi_2+q_2)C q_3}{\sqrt{2}}\Delta q_3 \\ C(\varphi_2+q_2)(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) & S(\varphi_2+q_2)S q_3(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) - C(\varphi_2+q_2)C q_3\Delta q_3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{C(\varphi_2+q_2)C q_3}{\sqrt{2}}(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) - \frac{C q_3 - S(\varphi_2+q_2)C q_3}{\sqrt{2}}\Delta q_3 & \frac{L_4 C q_2}{\sqrt{2}}\Delta q_2 \\ \frac{C(\varphi_2+q_2)C q_3}{\sqrt{2}}(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) - \frac{C q_3 + S(\varphi_2+q_2)S q_3}{\sqrt{2}}\Delta q_3 & -\frac{L_4 C q_2}{\sqrt{2}}\Delta q_2 \\ S(\varphi_2+q_2)C q_3(\Delta q_2 + \Delta \varphi_2) + C(\varphi_2+q_2)S q_3\Delta q_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

$$\Delta A_u = \frac{\partial^0 A_u}{\partial q_u} \Delta q_u$$

Продолжение табл. 15

$$\begin{vmatrix} S(\varphi_4 + q_4)Cq_6(\Delta q_4 + \Delta\varphi_4) + C(\varphi_4 + q_4)Sq_6\Delta\eta_6 & -S(\varphi_4 + q_4)Sq_6(\Delta q_4 + \Delta\varphi_4) + C(\varphi_4 + q_4)Cq_6\Delta\eta_6 \\ Cq_6\Delta\eta_6 & -Sq_6\Delta\eta_6 \\ C(\varphi_4 + q_4)Cq_6(\Delta q_4 + \Delta\varphi_4) - S(\varphi_4 + q_4)Sq_6\Delta\eta_6 & -C(\varphi_4 + q_4)Sq_6(\Delta q_4 + \Delta\varphi_4) - S(\varphi_4 + q_4)Cq_6\Delta\eta_6 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta A_{\alpha} = \frac{\partial^0 A_{\alpha}}{\partial q_{\alpha}} \Delta q_{\alpha}$$

$$\begin{vmatrix} -C(\varphi_4 + q_4)(\Delta q_4 + \Delta\varphi_4) & L_5 C q_4 \Delta q_4 \\ 0 & 0 \\ S(\varphi_4 + q_4)(\Delta q_4 + \Delta\varphi_4) & L_5 C q_4 \Delta q_4 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\sin \varphi_j + \cos \varphi_j}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sin \varphi_j + \cos \varphi_j}{\sqrt{2}} & \frac{L_x}{\sqrt{2}} (\sin \varphi_j + \cos \varphi_j) + x_j \\ \frac{\sin \varphi_j - \cos \varphi_j}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sin \varphi_j + \cos \varphi_j}{\sqrt{2}} & -\frac{L_x}{\sqrt{2}} (\sin \varphi_j - \cos \varphi_j) + y_j \\ 0 & -1 & 0 & z_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ где } \begin{cases} x_j = -R_0(\cos \varphi_j + \varphi_j \sin \varphi_j) \\ y_j = R_0(-\sin \varphi_j + \varphi_j \cos \varphi_j) \\ z_j = z_{jH} \pm v_n t \end{cases}$$

16. Матричные уравнения для определения приращений Δq робота-стакна при выполнении операции обработки зубчатых колес

Линейные уравнения для определения приращений координат Δq

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_2 \\ \Delta \varphi_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \\ \Delta \varphi_4 \\ \Delta q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix}$$

Выражения для коэффициентов уравнений

a_{11}	$0,709(0,707(0,709S\varphi(i) + 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times (-0,707Sq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))L_4Cq_2 + ((0,709S\varphi(i) + 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times S(\varphi_2 + q_3) - (-0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_3)Cq_3)L_4Sq_2 - 0,709 \times \\ \times (-0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times (-0,707Sq_3 - 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))L_4Cq_2$
a_{12}	0
a_{13}	0
a_{14}	$-C(\varphi_4 + q_4)Cq_6L_5Sq_4 + S(\varphi_4 + q_4)Cq_6L_5Cq_4 + C^2(\varphi_4 + q_4)C^2q_6 + S(\varphi_4 + q_4)Cq_6)z(i+1)$
a_{15}	$C^2(\varphi_4 + q_4)C^2q_6 + S(\varphi_4 + q_4)Cq_6)z(i+1)$
a_{16}	$-C^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6Sq_6 + Sq_6Cq_6 - S^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6Sq_6)(0,709L_{11}(S\varphi(i+1) + C\varphi(i+1)) + x(i+1)) + (-C^2(\varphi_4 + q_4)C^2q_6 - S^2q_6 - S^2(\varphi_4 + q_4)C^2q_6) \times \\ \times (-0,709L_{11}(S\varphi(i+1) - C\varphi(i+1)) + y(i+1))$
b_1	$0,709L_{11}(S\varphi(i) + C\varphi(i) + x(i))$

a_{21}	$0,709(0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) + 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times (-0,707Sq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))L_4Cq_2 + ((0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times S(\varphi_2 + q_3) - (-0,709S\varphi(i) + 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_3)Cq_3)L_4Sq_2 - 0,709 \times \\ \times (-0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) + C\varphi(i)) \times \\ \times (-0,707Sq_3 - 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))L_4Cq_2$
a_{22}	0
a_{23}	0
a_{24}	$C(\varphi_4 + q_4)Sq_6L_5Sq_4 - S(\varphi_4 + q_4)Sq_6L_5Cq_4 + (-C^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6 - \\ - S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6)z(i+1)$
a_{25}	$(-C^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6 - S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6)z(i+1)$
a_{26}	$(C^2(\varphi_4 + q_4)S^2q_6 + ^2q_6 + S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6)(0,709L_p(S\varphi(i+1) + C\varphi(i+1)) + \\ + x(i+1) + (C^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6Sq_6 - Sq_6Cq_6 + S^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6Sq_6)(-0,709L_\pi \times \\ \times (S\varphi(i+1) - C\varphi(i+1)) + y(i+1))$
b_2	$-0,709L_\pi(S\varphi(i) - C\varphi(i) + y(i))$
a_{31}	$-0,709(-0,707Cq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)L_4Cq_2 + 0,709(-0,707Cq_3 - \\ - 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)L_4Cq_2 + C(\varphi_2 + q_3)Sq_3L_4Sq_2$
a_{32}	0
a_{33}	0
a_{34}	$(-S^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6 - C^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6)(0,709L_\pi(S\varphi(i+1) + C\varphi(i+1)) + \\ + x(i+1)) + (S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6(-0,709L_\pi(S\varphi(i+1) - C\varphi(i+1)) + y(i+1)) - \\ - S(\varphi_4 + q_4)L_5Sq_4 - C(\varphi_4 + q_4)L_5Cq_4$

Продолжение табл. 16

a_{35}	$(-\text{S}^2(\varphi_4 + q_4)\text{C}q_6 - \text{C}^2(\varphi_4 + q_4)\text{C}q_6)(0,709L_\pi(\text{S}\varphi(i+1) + \text{C}\varphi(i+1)) + x(i+1)) +$ $+ (\text{S}^2(\varphi_4 + q_4)\text{S}q_6 + \text{C}^2(\varphi_4 + q_4)\text{S}q_6)(-0,709L_\pi(\text{S}\varphi(i+1) - \text{C}\varphi(i+1)) + y(i+1))$
a_{36}	0
b_3	$z(i)$
a_{41}	$(-0,709(-0,707(0,709\text{S}\varphi(i) + 0,709\text{C}\varphi(i))\text{C}(\varphi_2 + q_2) + (-0,709\text{S}\varphi(i) -$ $-0,709\text{C}\varphi(i))(-0,707\text{S}q_3 - 0,707\text{S}(\varphi_2 + q_2)\text{C}q_3))\text{S}(\varphi_2 + q_2) + 0,709(0,707 \times$ $\times (0,709\text{S}\varphi(i) + 0,709\text{C}\varphi(i)) \times \text{C}(\varphi_2 + q_2) + (-0,709\text{S}\varphi(i) - 0,709\text{C}\varphi(i)) \times$ $\times (-0,707\text{S}q_3 + 0,707\text{S}(\varphi_2 + q_2)\text{C}q_3))\text{S}(\varphi_2 + q_2) - ((0,709\text{S}\varphi(i) + 0,709\text{C}\varphi(i)) \times$ $\times \text{S}(\varphi_2 + q_3) - (-0,709\text{S}\varphi(i) - 0,709\text{C}\varphi(i))\text{C}(\varphi_2 + q_3)\text{C}q_3)\text{C}(\varphi_2 + q_2))$
a_{42}	$(-0,709(-0,707(0,709\text{S}\varphi(i) + 0,709\text{C}\varphi(i))\text{C}(\varphi_2 + q_2) + (-0,709\text{S}\varphi(i) -$ $-0,709\text{C}\varphi(i))(-0,707\text{S}q_3 - 0,707\text{S}(\varphi_2 + q_2)\text{C}q_3))\text{S}(\varphi_2 + q_2) + 0,709(0,707 \times$ $\times (0,709\text{S}\varphi(i) + 0,709\text{C}\varphi(i)) \times \text{C}(\varphi_2 + q_2) + (-0,709\text{S}\varphi(i) - 0,709\text{C}\varphi(i)) \times$ $\times (-0,707\text{S}q_3 + 0,707\text{S}(\varphi_2 + q_2)\text{C}q_3))\text{S}(\varphi_2 + q_2) - ((0,709\text{S}\varphi(i) + 0,709\text{C}\varphi(i)) \times$ $\times \text{S}(\varphi_2 + q_3) - (-0,709\text{S}\varphi(i) - 0,709\text{C}\varphi(i))\text{C}(\varphi_2 + q_3)\text{C}q_3)\text{C}(\varphi_2 + q_2))$
a_{43}	0
a_{44}	0
a_{45}	0
a_{46}	$-0,709\text{C}^2(\varphi_4 + q_4)\text{C}q_6\text{S}q_6\text{S}\varphi(i+1) - 0,709\text{C}^2(\varphi_4 + q_4)\text{C}q_6\text{S}q_6\text{C}\varphi(i+1) +$ $+ 0,709\text{C}^2(\varphi_4 + q_4)\text{C}q_6\text{S}q_6\text{S}\varphi(i+1) + 0,709\text{C}q_6\text{S}q_6\text{C}\varphi(i+1) - 0,709\text{S}^2(\varphi_4 +$ $+ q_4)\text{C}q_6\text{S}q_6\text{S}\varphi(i+1) - 0,709\text{S}^2(\varphi_4 + q_4)\text{C}q_6\text{S}q_6\text{C}\varphi(i+1) - 0,709\text{C}^2(\varphi_4 + q_4) \times$ $\times \text{C}^2q_6\text{S}\varphi(i+1) + 0,709\text{C}^2(\varphi_4 + q_4)\text{C}^2q_6\text{C}\varphi(i+1) - 0,709\text{S}^2q_6\text{S}\varphi(i+1) +$ $+ 0,709\text{S}^2q_6\text{C}\varphi(i+1) - 0,709\text{S}^2(\varphi_4 + q_4)^2\text{C}^2q_6\text{S}\varphi(i+1) + 0,709\text{S}^2(\varphi_4 + q_4) \times$ $\times \text{C}^2q_6\text{C}\varphi(i+1))$

b_4	0
a_{51}	$(0,709(-0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) + +0,709C\varphi(i))(-0,707Sq_3 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))(\varphi_2 + q_2)Sq_3 - 0,709 \times \\ \times (0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + 0,709S\varphi(i) + 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times (-0,707Sq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))C(\varphi_2 + q_2)Sq_3 - ((0,709S\varphi(i) - -0,709C\varphi(i))S(\varphi_2 + q_3) - (-0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_3)Cq_3) \times \\ \times S(\varphi_2 + q_2)Sq_3$
a_{52}	$(0,709(-0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) + +0,709C\varphi(i))(-0,707Sq_3 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))(\varphi_2 + q_2)Sq_3 - 0,709 \times \\ \times (0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + 0,709S\varphi(i) + 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times (-0,707Sq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))C(\varphi_2 + q_2)Sq_3 - ((0,709S\varphi(i) - -0,709C\varphi(i))S(\varphi_2 + q_3) - (-0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_3)Cq_3) \times \\ \times S(\varphi_2 + q_2)Sq_3$
a_{53}	$(0,709(-0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) + +0,709C\varphi(i))(-0,707Sq_3 - 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))(Sq_3 + S(\varphi_2 + q_2)Cq_3) + +0,709(0,707(0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))C(\varphi_2 + q_2) + (-0,709S\varphi(i) + +0,709C\varphi(i))(-0,707Sq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_2)Cq_3))(Sq_3 - S(\varphi_2 + q_2)Cq_3) + +((0,709S\varphi(i) - 0,709C\varphi(i))S(\varphi_2 + q_3) - (-0,709S\varphi(i) + 0,709C\varphi(i)) \times \\ \times C(\varphi_2 + q_3)Cq_3 C(\varphi_2 + q_2)Cq_3$
a_{54}	$S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6 + C^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6$
a_{55}	$S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6 + C^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6$
a_{56}	0
b_5	0
a_{61}	$0,709(-0,707Cq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)C(\varphi_2 + q_3)Cq_3 - 0,709(-0,707 \times \\ \times Cq_3 - 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)C(\varphi_2 + q_2)Cq_3 - C(\varphi_2 + q_3)Sq_3 S(\varphi_2 + q_2)Cq_3$

Продолжение табл. 16

a_{62}	$0,709(-0,707Cq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)C(\varphi_2 + q_3)Cq_3 - 0,709(-0,707Cq_3 - 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)C(\varphi_2 + q_2)Cq_3 - C(\varphi_2 + q_3)Sq_3S(\varphi_2 + q_2)Cq_3$
a_{63}	$0,709(-0,707Cq_3 + 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)(Cq_3 - S(\varphi_2 + q_2)Sq_3) + 0,709 \times \\ \times (-0,707Cq_3 - 0,707S(\varphi_2 + q_3)Sq_3)(Cq_3 + S(\varphi_2 + q_2)Sq_3)C^2(\varphi_2 + q_3) \times \\ \times Sq_3C(\varphi_2 + q_2)$
a_{64}	$(-S^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6 - C^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6)(-0,709S\varphi(i+1) - 0,709C\varphi(i+1)) + \\ +(S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6 + C^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6)(-0,709S\varphi(i+1) + 0,709C\varphi(i+1))$
a_{65}	$(-S^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6 - C^2(\varphi_4 + q_4)Cq_6)(-0,709S\varphi(i+1) - 0,709C\varphi(i+1)) + \\ +(S^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6 + C^2(\varphi_4 + q_4)Sq_6)(-0,709S\varphi(i+1) + 0,709C\varphi(i+1))$
a_{66}	0
b_6	0

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афонин В.Л. Управление технологическими машинами, построенными на основе механизмов относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин, № 5, 1995. С. 97-104
2. Афонин В.Л., Ковалев В.Е., Морозов А.В. Линейное управление механизмами относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин, № 5, 1997. С. 85-93.
3. Афонин В.Л. Предпосылки к проектированию машин новою поколения для обработки сложных поверхностей // Справочник. Инженерный журнал, № 7, 1997, С. 31-33.
4. Афонин В.Л, Базров Б.М, Ковалев Л.К., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельных соединений как элементная база нового поколения станков // Вестник машиностроения, № 2, 1998. С. 8-11.
5. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Издательство Наука, главная редакция физ.-мат. литературы, 1975, 632 с.
6. Боровин Г.К., Слепцов В.В., Гарипов В.К. Исследование методом математического моделирования показателей качества электроприводов постоянного тока с преобразователями серии ПРШ. Препринт № 189 АН СССР. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша. 23 с.
7. Борцов Ю.А., Соколовский Г.П. Тиристорные системы электропривода с упругими связями. Л.: Энергия, 1997, 215 с.
8. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 576 с.
9. Громыко В.Д, Санковский Е.А. Самонастраивающиеся системы с моделью. М.: Энергия, 1974. 156 с.
10. Иванов Г.М., Левин Г.М., Хуторецкий В.М. Автоматизированный многодвигательный электропривод. М.: Энергия, 1978, 160 с.
11. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984, 541 с.
12. Кирпичев В.Л. Беседы о механике. Москва, Ленинград: Гос. технико-теоретическое изд-во, 1933. 272 с.
13. Корн Т., Корн Т. Справочник по математике. М.: Изд-во Наука, гл. ред. физ.-мат. литературы, 1970. 720 с.
14. Крайнев А.Ф. Идеология конструирования. Многопоточные передачи энергии. «Справочник. Инженерный журнал», № 7, 8, 1997. С. 28-3. С. 22-28.
15. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А., Афонин В.Л., Ковалев В.Е. «Робототехническая технологическая установка» Патент на изобретение № 2063329 зарегистрирован 10.07.1996.

16. Кулешов В.С., Лакота Н.А. Динамика систем управления манипуляторами. М.: Энергия, 1971. 304 с.
17. Лакота Н.А., Рахманов Е.В., Шведов В.Н. Управление упругим манипулятором на траектории. Журнал. «Техническая кибернетика. Известия АН СССР». №2, 1980. С. 53-59.
18. Лахтадырь И.Г. Системы управления электроприводом постоянного тока на транзисторах. Киев.: Техника, 1964. 122 с.
19. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Учебное пособие для университетов. М.: Издательство Наука, главная редакция физ.-мат. литературы, 1990. 416 с.
20. Москаленко В.В. Электрический привод. М.: Высшая школа. 1991. 430 с.
21. Мутгер. В.М. Аналого-цифровые автоматические системы. Л: Машиностроение, 1981. 199 с.
22. Основы проектирования следящих систем / Под ред. Н. А. Лакоты. М: Машиностроение, 1978. 391 с.
23. Поздняков О.И., Глейзер Л.Я., Слепцов В.В. Электропривод универсальных промышленных роботов // Труды НГУ и НЭТИ. Электромеханическое обеспечение автоматических комплексов. Новосибирск, 1978. С. 44-54.
24. Попов Е.П. Роботы-манипуляторы, М.: Знание, 1974. 64 с.
25. Промышленная робототехника / А. В. Бабич, А. Г. Баранов, И. В. Калабин и др. Под ред. Я. А. Шифрина. М.: Машиностроение, 1982. 415 с.
26. Розман Я.Б., Брейгер Б.З. Некоторые тенденции развития современного электрошривода станков // Станки и инструмент, № 4, 1989. С. 39-41.
27. Системы подчиненного регулирования электроприводов переменного тока с вентильными преобразователями / О. В. Слежановский, Л. Х. Дацковский, И. С. Кузнецов и др. М.: Энергоатомиздат, 1983. 256 с.
28. Скаржена В.А. Шелехов С.В. Цифровое управление тиристорными преобразователями. Л.: Энергоатомиздат, 1984. 160 с.
29. Следящие приводы / Под ред. Б. К. Чемоданова. Книга первая. М.: Энергия, 1976. 480 с.
30. Соколов Н.Т., Елисеев В.А. Расчеты по автоматизированному электроприводу металлорежущих станков. М.: Высшая школа, 1970. 296 с.
31. Справочник по автоматизированному электроприводу / Под ред В. А. Елисеева, А. В. Шиняńskiego. М.: Энергоатомиздат, 1983, 616 с.
32. Терехов В.М. Элементы автоматизированного электропривода. М.: Энергоатомиздат, 1987. 224 с.

33. Техническое обслуживание, наладка и ремонт электромеханических промышленных роботов. Учебное пособие для слушателей заочных курсов повышения квалификации ИГР по техн. обслуживанию, ремонту и модернизации оборудования в условиях перевооружения и интенсификации машиностроительного пр-ва // Под ред. Слепцов. М.: Машиностроение, 1989. 48 с.

34. Транзисторный электропривод на базе синхронных двигателей с возбуждением от постоянных магнитов для станков и промышленных роботов / Поздеев А.Д., Горчаков В.В. Донской Н.В. и др. Электротехника, №2, 1988. С. 10-14.

35. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов М.: Мир, 1978. 411 с.

36. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, 1989. 624 с.

37. Чиликин М.Г, Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. М.: Энергия, 1979. 616 с.

38. Электроприводы регулируемые для станкостроения и робототехники. Общие технические требования: ГОСТ 27803-88,

39. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Часть II. Динамика. Учебник для технических вузов, 6-е издание. М.: Высшая школа, 1984. 423 с.

40. Armstrong W.M. Recursive Solution to the Equations of Motion of an N-link Manipulator, Proc. 5th World Congr., Theory of Machines, Mechanisms, 2, 1979. pp. 1343-1346.

41. Bejczy A.K. Robot Arm Dynamics and Control, Technical Memo 33-369, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, Calif, 1974.

42. Denavit J., Hartenberg R.S. Kinematic Notation for Lawer-Pair Mechanisms Based on Matrices, J. Appl. Mech., 77, 1955. pp. 215-221.

43. Oring D.E., McGhee R.B., Vucobratovic M., Hartoch G. Kinematic and Kinetic Analysis of Open-Chain Linkages Utilizing Newton-Euler Methods, Math Biosci., 43, 1979. pp. 107-130.

Научно-техническое издание

**Афонин Вячеслав Леонидович
Крайнев Александр Филиппович
Ковалев Владимир Евгеньевич и др.**

**ОБРАБАТЫВАЮЩЕЕ ОБОРУДОВАНИЕ НОВОГО
ПОКОЛЕНИЯ. КОНЦЕПЦИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

Под редакцией Вячеслава Леонидовича Афонина

Лицензия ИД № 05672 от 22.08.01 г.

**Редактор А.А. Куликова
Оформление художника Т.Н. Галицыной
Инженеры по компьютерному макетированию:
Т.В. Курохтина, О.В. Мочалина, С.Н. Целуйко**

**Сдано в набор 19.04.01. Подписано в печать 23.10.01.
Формат 60×88 ¼. Бумага офсетная. Гарнитура Times.
Печать офсетная. Усл.печ.л. 15,68. Усл.кр.-отт. 15,68. Уч.изд.л. 14,8
Тираж 500 экз. Заказ 599т**

**ФГУП «Издательство «Машиностроение»,
107076, Москва, Стромынский пер., 4**

**Отпечатано в типографии НИИ «Геодезия»,
г. Красноармейск, Московской обл.**